INSTITUT FÜR NANOSTRUKTUR- UND FESTKÖRPERPHYSIK
Physikalisches Praktikum für Studierende der Ingenieurswissenschaften
Universität Hamburg, Jungiusstraße 11

Elektronenbeugung

1 Einleitung

In der Physik werden Wellen (z.B. Licht) Teilcheneigenschaften und Teilchen Welleneigenschaften zugeordnet. Dieser Dualismus zwischen Teilchen und Wellen bildet die Grundlage der modernen Physik. Die Teilchennatur von Licht kann durch Streuung von Licht an Elektronen nachgewiesen werden (Compton-Effekt). Umgekehrt findet man die Wellennatur von Teilchen in Beugungs- und Interferenz-Experimenten, wie zum Beispiel die Beugung von Elektronen am Atomgitter eines Kristalls.

Im Experiment soll durch Beugung von Elektronen an einem Graphit-Kristall deren Wellencharakter nachgewiesen werden. Die Wellenlänge der Elektronen sowie die Gitterkonstanten des Graphits werden bestimmt.

2 Theoretische Grundlagen

Ähnlich wie in optischen Experimenten (z.B. Beugung am Spalt) werden in diesem Versuch Interferenzerscheinungen beobachtet, die sich nur dann erklären lassen, wenn man den Elektronen zusätzlich zu ihren Teilcheneigenschaften (Masse *m*, Ladung *e*, Form) auch Wellencharakteristika (Frequenz[1] ν, Wellenlänge λ) zuordnet. Die Wellenlänge der Elektronen lässt sich dann aus der Gesamtenergie *E* und dem Impuls *p* mit Hilfe der folgenden Beziehungen bestimmen:

$$E = h \cdot \nu \tag{1}$$

$$E = p \cdot c \tag{2}$$

$$\Longrightarrow \quad p = \frac{h}{\lambda} \tag{3}$$

Wie im experimentellen Teil dargestellt, werden die Elektronen von der Kathode (liegt auf dem Potential 0) emittiert und zur Anode (Potential U_a) hin beschleunigt. Dabei wird die potentielle Energie

$$E_{pot} = e \cdot U_a \tag{4}$$

vollständig in kinetische (Bewegungs-) Energie umgewandelt. Allgemein gilt für ein Teilchen mit der Masse *m* und der Geschwindigkeit *v*:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2, \quad m \cdot v = p. \tag{5}$$

Bei bekannter Anodenspannung U_a kann somit aus den Gleichungen (3) bis (5) die Wellenlänge λ der Elektronen bestimmt werden:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e\, e \cdot U_a}} \tag{6}$$

Dabei stellen m_e und *e* die Masse bzw. die Ladung der Elektronen dar, während die Naturkonstante *h* als Planck'sches Wirkungsquantum bezeichnet wird.

Treffen die Elektronen nun auf den polykristallinen Graphitfilm, so werden sie an den in Netzebenen (mit Abstand *d*) angeordneten C-Atomen gebeugt. Konstruktive Interferenz zwischen den gebeugten Elektronen wird genau dann beobachtet, wenn die sogenannte Bragg-Bedingung erfüllt ist:

$$2 \cdot d \cdot sin\theta = n \cdot \lambda \tag{7}$$

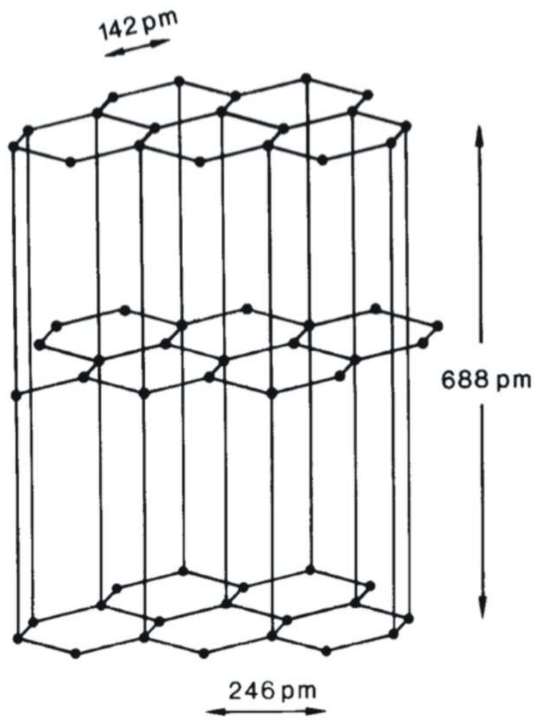
[1] Gemeint ist hier der griechische Kleinbuchstabe „*ny*" (ν) und nicht das deutsche „*v*". Letzterer Buchstabe wird im Folgenden für die Geschwindigkeit verwendet.

Dabei ist n die Beugungsordnung des beobachteten Reflexes (hier $n \equiv 1$, da aus apparativen Gründen höhere Ordnungen nicht auswertbar sind). Die Winkel θ lassen sich durch Ausmessen der Radien r und damit auch unmittelbar die Netzebenenabstände berechnen:

$$d = \frac{2 \cdot R \cdot n \cdot \lambda}{r} \tag{8}$$

Die Bedeutung der Größen r und R erschließt sich aus der Abb. 2 im Kapitel 3. Experiment unter der Beachtung von $\alpha = 2 \cdot \theta$. Der Fehler ergibt sich aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz[2] zu

$$\Delta d = \frac{2 \cdot R \cdot n \cdot \lambda}{r^2} \cdot \Delta r. \tag{9}$$



$d_0 = 336$ pm $d_1 = 213$ pm $d_2 = 123$ pm

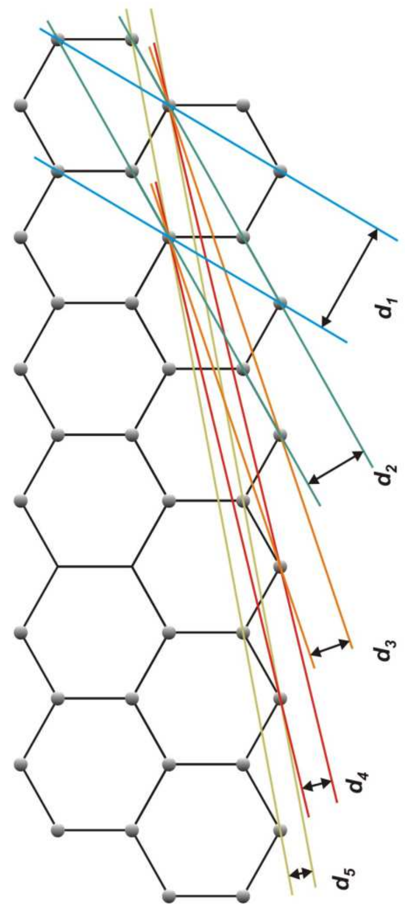


Abbildung 1: Kristallgitter und Netzebenenabstände des Graphits

3 Experiment

Durch Glühemission werden in einem evakuierten Glaszylinder freie Elektronen erzeugt und durch Anlegen einer Hochspannung U_a (max. 10 kV) beschleunigt. Am Ende des Strahlgangs befindet sich die Probe, ein dünner Graphitfilm. Zum Fokussieren dienen die Gitter G1 und G4. Der größte Teil der Beschleunigung findet durch das Gitter G3 statt. Die genaue Schaltung ist in Abbildung 2 zu sehen.

Das Beugungsbild entsteht auf dem kugelförmigen Leuchtschirm (Radius R = 65 mm), der sich hinter dem Probenhalter befindet. Aus Abbildung. 2 ersieht man:

[2] Siehe hierzu die Praktikumsanleitung „Fehlerrechnung“. Formel (9) folgt dann aus $d = d(r)$.

$$\sin(2 \cdot \alpha) = \frac{r}{R} \tag{10}$$

Mit dem Additionstheorem für trigonometrische Funktionen sin(2α) = 2sin(α)·cos(α) und für kleine Winkel α gilt:

$$\sin(2\alpha) \approx 2\sin(\alpha)\,. \tag{11}$$

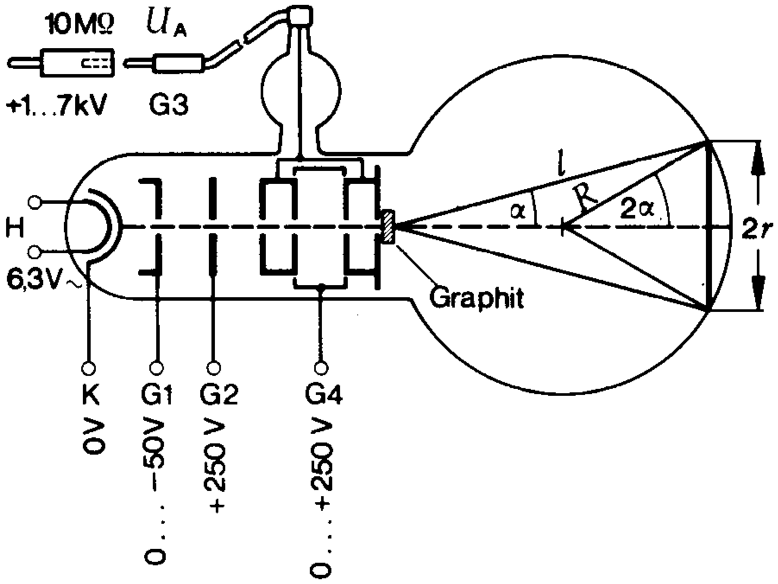


Abbildung 2: Aufbau der Elektronenröhre mit den vier Gittern G1 – G4, dem Graphitziel und dem Leuchtschirm

Für die Auswertung wird im Versuch sowohl die Beschleunigungsspannung U_a als auch die Größe von *r* (bzw. *2r*) gemessen. Der untersuchte Graphitfilm ist polykristallin, d.h. er besteht aus vielen Einzelkristalliten, die beliebig orientiert sind. Daher wird der Elektronenstrahl kegelförmig aufgefächert und erzeugt auf dem Leuchtschirm (siehe Abbildung 3), die man als Debye-Scherrer Ringe bezeichnet. Bei einem Einkristall würde man statt der Interferenzringe einzelne Punkte beobachten.

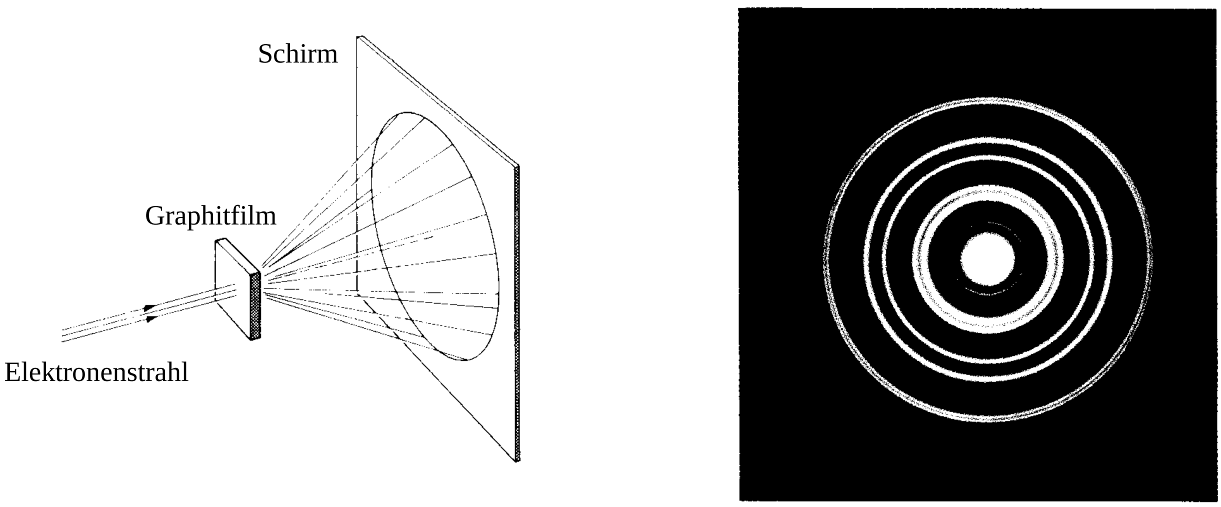


Abbildung.3: Beugungsmuster

4 Kontrollfragen

(1) Funktionsweise der Elektronenröhre? Was bewirken die Gitter G_1 bis G_4? Was ist ein Wehnelt-Zylinder?

(2) Wie kann man Beugung und Interferenz erklären?

(3) Die Herleitungen der Gleichungen (6) und (8) sind nachzuvollziehen!

(4) Zahlenwerte und Einheiten für die Naturkonstanten m_e, e und h aus Gleichung (6).

(5) Wie kann man sich die Bragg-Bedingung veranschaulichen (Skizze!)? Warum ist $\alpha = 2\theta$?

(6) Welches Beugungsbild würde man für einen reinen Einkristall erwarten?

(7) Man informiere sich über Fehlerrechnung (Mittelwert, Standardabweichung, relative und absolute Fehler)!

5 Vorbereitung

Die Spannungsversorgungen für die Elektronenröhre sind wie in Abbildung 4 dargestellt anzuschließen.

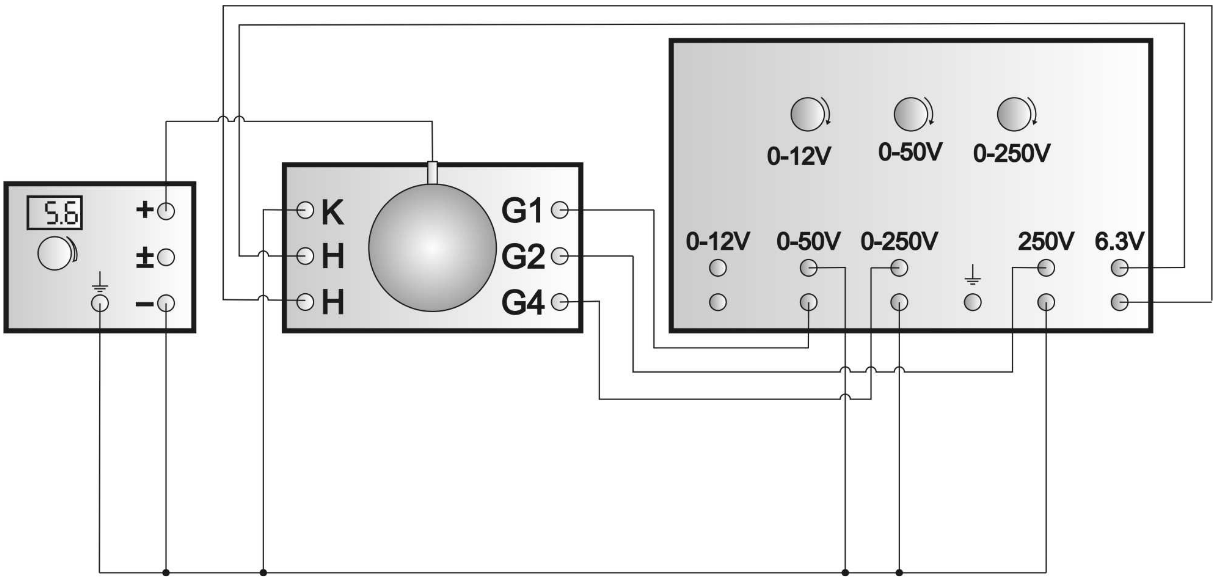


Abbildung 4: Verkabelungsplan für den Versuchsaufbau „Elektronenbeugung“.

<u>**Hinweis:**</u> Das Zusammenfassen der konstanten Größen h, m_e, e und R in den Formeln (6), (8) und (9) zu jeweils einem Zahlenwert ergibt in der späteren Versuchsauswertung bei der Berechnung von λ, d und Δd eine erhebliche Zeitersparnis!

6 Aufgaben:

- Bei fünf Beschleunigungsspannungen ($3\ \text{kV} \leq U_a \leq 8\ \text{kV}$) werden die sichtbaren Beugungsringe jeweils viermal vermessen (Fehlerrechnung!).
- Bestimmung der Elektronenwellenlängen λ und Netzebenenabstände d aus den Messwerten. Fehlerrechnung für d separat für jede Spannung U_a mit Formel (9) sowie Mittelwerte und deren Fehler für alle Spannungen U_a gemittelt mit Formeln (6) und (8) aus dem Skript „Fehlerrechnung“.