

# Abstandsgesetz und Absorption von $\gamma$ -Strahlen

---

## 1. Motivation

Radioaktivität und damit verbundene Prozesse (Zerfälle) sind von elementarer Bedeutung für unser Verständnis von Materie. Durch Analyse der Elektromagnetischen- ( $\gamma$ -Strahlung) oder der Teilchenstrahlung (z.B.  $\alpha$ -Strahlung) die beim Zerfall entstehen, können wir auf fundamentale Vorgänge im Atomkern (bestehend aus Protonen und Neutronen) schließen.  $\gamma$ -Strahlung wird in der Strahlentherapie, Materialprüfung oder Sterilisation medizinischer Produkte gebraucht. Außerdem können wir aus dem Verständnis über die Strahlung Schutzmaßnahmen (Abschirmung, abstandsabhängige Gefährdung) ableiten.

Hinweis: Diese Anleitung wurde so kurz und prägnant wie möglich gehalten, daher ist es wichtig sie sorgfältig zu lesen. Lesen Sie die Anleitung bitte mit folgenden Hintergedanken: Wie lautet die (wissenschaftliche) Frage? Welcher Zusammenhang soll überprüft werden? Welche Erkenntnis gewinne ich?

## 2. Einleitung

Radioaktive Strahlung ( $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ -Strahlung) entsteht beim Zerfall instabiler Atomkerne. Die Ursachen hierfür liegen im Protonen-Neutronen-Verhältnis sowie der Kernmasse. In unserem Falle ist die Gammastrahlung ein Folgeprodukt eines vorhergehenden  $\beta$ -Zerfalls. Die Entstehung und Absorption von Strahlung wird durch quantenphysikalische Modelle beschrieben, welche das Konzept diskreter „Zustände“ beinhalten. Ähnlich wie Elektronen in der Atomhülle kann auch ein Nukleon (d.h. Proton oder Neutron) im Atomkern aus dem Grundzustand in einen energetisch höheren Zustand angeregt werden. Aus diesem Zustand kann es durch spontane Emission eines Photons in ein tieferes Niveau übergehen. Da typische energetische Abstände der Kernniveaus zueinander im Vergleich zu den Abständen der Niveaus der Elektronen in der Atomhülle sehr groß sind ( $\sim 1$  MeV gegenüber einigen eV), besitzen auch die bei Kernprozessen emittierten Photonen eine wesentlich höhere Energie als die Photonen aus der Atomhülle. Einen Kernprozess der oben beschriebenen Art nennt man  $\gamma$ -Zerfall und die dabei resultierenden elektromagnetischen Strahlen heißen  $\gamma$ -Strahlen.

## 3. Der $^{60}\text{Co}$ -Zerfall

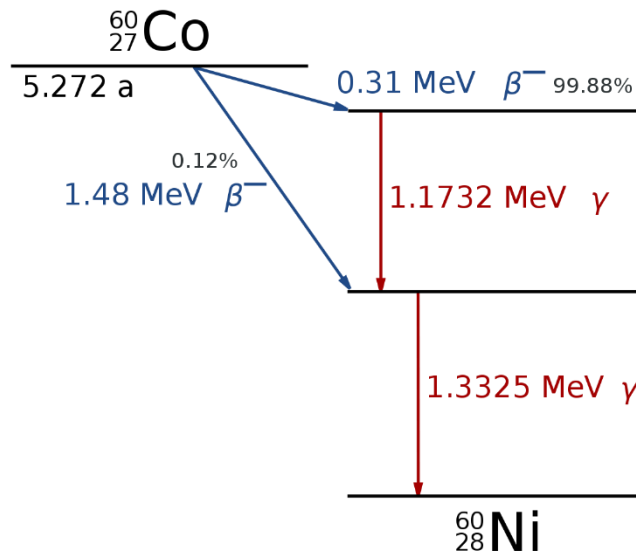
Das Kobaltisotop  $^{60}\text{Co}$  zerfällt über einen  $\beta$ -Prozess in einen angeregten Zustand des stabilen Nickelisotops  $^{60}\text{Ni}$  (Gl. 1). Hierbei wird von dem Kobaltkern sowohl ein Elektron als auch ein Anti-Neutrino emittiert. Angeregte Kernzustände werden mit einem Sternchen gekennzeichnet.



Das Antineutrino tritt nur sehr selten mit Materie in Wechselwirkung und ist daher sehr schwer nachzuweisen. In diesem Versuch wird es nicht weiter beachtet.

Aus dem angeregten Zustand sendet das Nickelatom in kurzem Abstand zwei  $\gamma$ -Quanten aus und geht auf diese Weise in den Grundzustand über (Abb. 1). Da die Energien der beiden

angeregten Niveaus scharf definiert sind, besteht das  $\gamma$ -Emissionsspektrum dieses Zerfalls aus zwei diskreten Linien.



**Abb. 1:** Schema des  $^{60}\text{Co}$ -Zerfalls. Blaue Pfeile markieren  $\beta^-$  Zerfälle und rote Pfeile  $\gamma$ -Zerfälle, mit den zugehörigen Energien und Übergangswahrscheinlichkeiten.

## 4. Abstandsgesetz

Wenn sich  $\gamma$ -Quanten geradlinig ausbreiten können und nicht durch Wechselwirkungen von ihrer Bahn abgelenkt werden, so folgen sie der Expansion einer Kugeloberfläche. Der mathematische Zusammenhang (Gl. 2) lautet wie folgt: Da die Größe dieser Kugeloberfläche quadratisch mit dem Radius  $r$  anwächst, nimmt bei konstanter Photonenzahl die Impulsrate  $\dot{N}(r)$  pro Flächeneinheit  $A$  umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes ab.

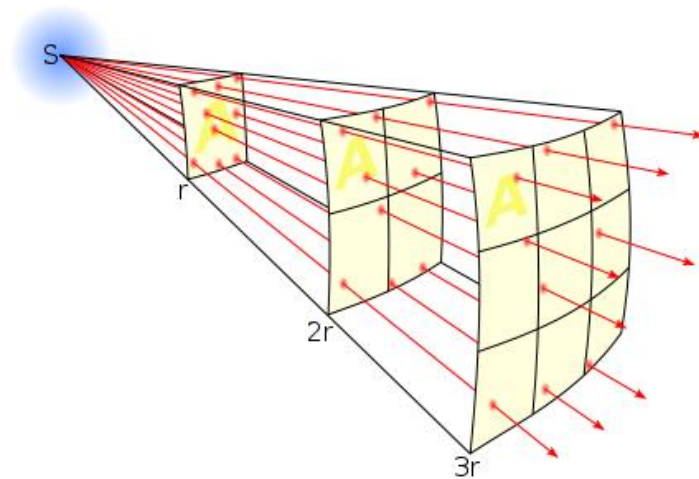
$$\dot{N}(r) = \dot{N}_{ges} \times \frac{A}{4\pi r^2} \quad (2)$$

$\dot{N}_{ges}$  entspricht der ursprünglichen, nicht abgeschwächten Gesamtimpulsrate. Sie gibt die Zählrate an, die man bekäme, wenn jedes emittierte  $\gamma$ -Quant detektiert werden würde. Die Flächeneinheit  $A$  ist durch die Lochgröße des Detektors im Versuchsaufbau gegeben. Abbildung 2 veranschaulicht diesen Zusammenhang.

Um die reziprok quadratische Proportionalität im Versuch zu verifizieren, ist es von Vorteil, den Logarithmus der Impulsrate zu betrachten.

$$\ln \dot{N}(r) = -2 \ln r + \ln \frac{\dot{N}_{ges} \times A}{4\pi} \quad (3)$$

In einer sogenannten doppelt-logarithmischen Darstellung besteht also ein linearer Zusammenhang zwischen der Impulsrate und dem Abstand. Die Steigung der Geraden besitzt bei dieser Auftragung den Wert -2 und der Achsenabschnitt auf der Ordinate ( $y$ -Achse) ist positiv.

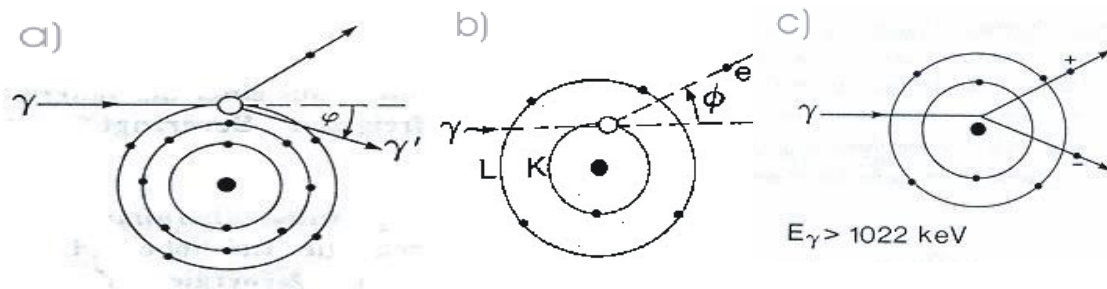


**Abb. 2:** Isotrope (kugelförmige) Ausbreitung von Strahlung aus einer punktförmigen Quelle. Mit zunehmender Entfernung  $r$ , reduziert sich die Intensität (Strahlenanzahl) für gleichgroße Abschnitte  $A$  der Kugeloberfläche.

## 5. Absorption von $\gamma$ -Strahlen

Die Absorption von  $\gamma$ -Strahlen in Materie wird durch drei voneinander unabhängige Effekte bewirkt. Dies sind der Compton-Effekt, der Photoeffekt und die Paarbildung (Abb. 3).

- a) Compton-Effekt:** Er ist benannt nach Arthur Compton (1892-1962). Unter dem Effekt versteht man die Streuung von Photonen an quasi freien Elektronen. Dabei wird ein Teil der Energie des Photons an das Elektron übertragen.
- b) Photoeffekt:** Er wurde 1887 von Heinrich Hertz entdeckt und 1905 von Albert Einstein quantitativ erklärt. Beim Photoeffekt stoßen Photonen auf gebundene Elektronen in einem Festkörper. Dabei können die Elektronen ins Leitungsband des Festkörpers befördert werden und bewegen sich dort quasi-frei (innerer Photoeffekt). Bei höheren Energien können die Elektronen auch den Festkörper verlassen (äußerer Photoeffekt). Damit dieser Prozess abläuft, müssen die eingestrahlteten Photonen mindestens die Austrittsarbeit der Elektronen aufbringen. Der Photoeffekt findet u.a. in Belichtungsmessern und photovoltaischen Zellen seine Anwendung.
- c) Paarbildung:** Sie wurde 1932 von Carl Anderson entdeckt. In Anwesenheit eines starken Coulomb-Feldes (meist Atomkern) kann ein  $\gamma$ -Quant bei diesem Prozess in ein Elektron  $e^-$  und ein Positron  $e^+$  zerfallen. Auf Grund der Energieerhaltung muss die Photonenenergie mindestens zweimal so groß sein wie die Ruheenergie des Elektrons:  $E_{\text{Ph}} > 2 \cdot m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$ . Die Anwesenheit eines Atomkerns sichert Energie- bzw. Impulserhaltung während der Paarbildung.



**Abb. 3:** Effekte, die zur Absorption von  $\gamma$ -Strahlen in Materie beitragen. (a) Compton-Effekt an quasi-freien Elektronen, (b) Photoeffekt an gebundenen Elektronen und (c) Paarbildung für Photonenenergien  $E_{\text{ph}} > 2 \cdot m_e c^2$ .

Bei einer Materialschicht der Dicke  $d$  kann die Schwächung von  $\gamma$ -Strahlen durch ein exponentielles Schwächungsgesetz beschrieben werden

$$\dot{N}(d) = \dot{N}(0) \times e^{-\mu d} \quad (4)$$

Die Konstante  $\mu$  ist der lineare Schwächungskoeffizient und beschreibt die Stärke der Absorption im Material. Der Faktor  $\dot{N}(0)$  gibt die Impulsrate ohne abschwächendes Material an. Zur besseren Darstellung des Schwächungsgesetzes logarithmiert man Gl. (4), analog zum Schritt von Gl. (2) auf (3).

$$\ln \dot{N}(d) = -\mu d + \ln \dot{N}(0) \quad (5)$$

Wird also der Logarithmus der Impulsrate gegen die Dicke des Absorbermaterials aufgetragen, ergibt sich eine Gerade mit der Steigung  $-\mu$  und einem Achsenabschnitt auf der Ordinate (y-Achse) bei  $\ln \dot{N}(0)$ . Der lineare Schwächungskoeffizient ist hinsichtlich der drei oben genannten Absorptionseffekte eine zusammengesetzte Größe. Mit dem Compton-Schwächungskoeffizienten  $\sigma$ , dem Photoabsorptionskoeffizienten  $\tau$  und dem Paarbildungskoeffizienten  $\kappa$  gilt:

$$\mu = \sigma + \tau + \kappa \quad (6)$$

Der Beitrag der drei Effekte zur Gesamtabsorption im Material hängt im Wesentlichen von der Energie (Abb. 4) der  $\gamma$ -Quanten und der Anzahl der Absorberteilchen ab. Dies sind Elektronen im Falle des photoelektrischen Effekts und des Compton Effekts, sowie Atomkerne für den Paarbildungseffekt. Im Bereich mittlerer Photonenenergien zwischen 0.5 MeV und 5 MeV ist der Anteil der Compton-Streuung an der Absorption am höchsten (Abb 4). Wir nehmen an, dass die Elektronendichte proportional zur Massendichte  $\rho$  ist.

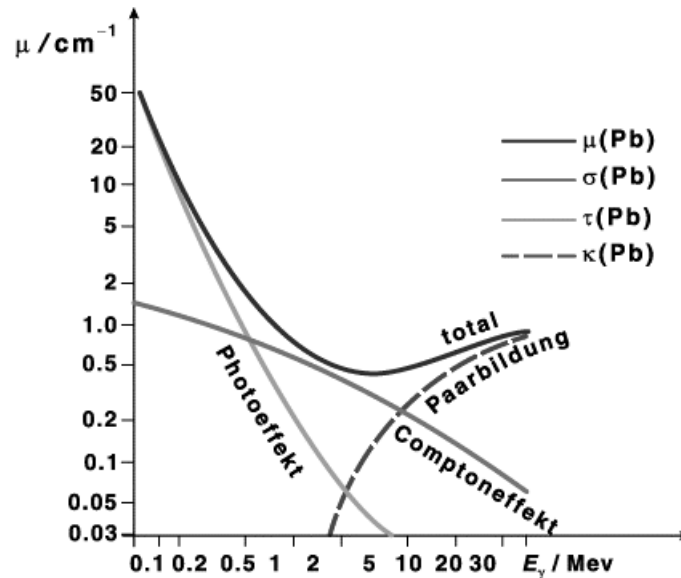
Wird der lineare Schwächungskoeffizient  $\mu$  durch die Dichte  $\rho$  des Materials dividiert, so spricht man vom Massenschwächungskoeffizienten:

$$\mu_M = \frac{\mu}{\rho} \quad (7)$$

Unterschiedliche Materialien haben im Bereich mittlerer Photonenenergien in etwa einen ähnlich großen Massenschwächungskoeffizienten  $\mu_M$ .

In Analogie zur Halbwertszeit  $t_{1/2}$  beim radioaktiven Zerfall wird beim Schwächungsgesetz eine Halbwertsdicke  $d_{1/2}$  definiert:

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad (8)$$

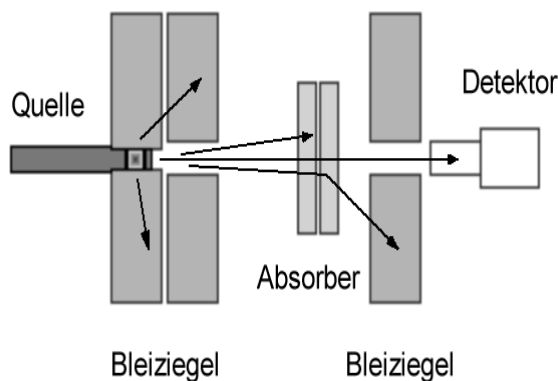


**Abb. 4:** Linearer Schwächungskoeffizient  $\mu$  in Abhängigkeit der Energie für Blei. Die Stärke der Absorption setzt sich additiv aus den Koeffizienten des Compton-Effekts  $\sigma$ , des Photoeffekts  $\tau$  und der Paarbildung  $\kappa$  zusammen.

## 6. Experimenteller Aufbau

Das  $^{60}\text{Co}$  befindet sich am vorderen Ende eines Präparathalters, der in einen Bleiziegel geschraubt wird. Die genaue Position des radioaktiven Materials ist durch zwei rote Linien gekennzeichnet. Zur Strahlbegrenzung dienen zwei weitere Bleiziegel, zwischen denen im zweiten Teil des Versuchs die Absorber angeordnet werden (Abb. 5). Als Detektor wird ein Zählrohr verwendet, mit dem die Impulszahl bestimmt werden kann. Der Abstand von der Quelle ist durch die vordere Kante des Detektors festgelegt. Die Dauer einer Messung (bis zum Erreichen der 1000 Counts) wird mit einer Stoppuhr von Hand bestimmt. Aus der

Impulszahl und der Dauer kann somit die Impulsrate bestimmt werden.



**Abb. 5:** Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus. Die Messanordnung wird als Schmalstrahl-Geometrie bezeichnet. Sie gewährleistet eine weit gehende Unterdrückung der im Absorbermaterial hervorgerufenen Streustrahlung.

Bei den Messungen ist darauf zu achten, daß der Strahl immer mittig auf das Zählrohr trifft, da sonst das Messergebnis verfälscht wird. Anregung: Wie lässt sich ein Bezug zum Abstandsgesetz (Abschnitt 4) herstellen? Von welcher Streustrahlung wird hier gesprochen?

## 7. Aufgaben

### 7.1. Nullrate

Zunächst wird ohne Präparat die Nullrate  $\dot{N}_0$  über eine Zeit von 3 min bestimmt. Alle gemessenen Impulsraten im Versuch werden vor der Auswertung mit diesem Wert subtrahiert.

### 7.2. Abstandsgesetz

Die Impulsrate  $\dot{N}_0(r) = N(r)/\Delta t$  wird in Abhängigkeit vom Abstand zwischen Zählrohr und Quelle gemessen. Dazu wird das Zählrohr in einer Entfernung von 20 cm bis 50 cm zur Quelle positioniert mit einer Differenz von jeweils 3 cm. Die Zähldauer  $\Delta t$  muß so gewählt werden, dass **mindestens 1000 Counts** vorhanden sind, um eine vernünftige Statistik zu erzielen.

Der Logarithmus der Impulsrate wird gegen den Logarithmus des Abstandes aufgetragen. Es wird die Steigung der Geraden gemäß Gl. (3) mittels linearer Regression bestimmt und das Ergebnis mit dem theoretischen Wert verglichen.

Was ist die physikalische Bedeutung dieses Wertes? Warum könnte Ihr experimenteller vom theoretisch erwarteten Wert abweichen?

### 7.3. Absorption von $\gamma$ -Strahlen

Es sollen für fünf verschiedene Materialien jeweils der lineare Schwächungskoeffizient  $\mu$ , der Massenschwächungskoeffizient  $\mu_M$  und die Halbwertsdicke  $d_{1/2}$  bestimmt werden. Dazu stehen die Absorber Blei, Stahl, Aluminium, Beton und Plexiglas zur Verfügung, von denen jeweils mehrere Stücke vorhanden sind.

Es wird im Abstand von 20 cm die Impulsrate  $\dot{N}_0(d)$  in Abhängigkeit von mindestens **vier Absorberdicken  $d$**  gemessen. Gemäß Gl. (5) wird der Logarithmus der Impulsrate gegen die Absorberdicke aufgetragen und mit einer Geraden gefittet. Die Impulsrate für  $d = 0$  wird zudem in jedem Graphen mit einbezogen. Aus der Steigung wird der lineare Schwächungskoeffizient bestimmt und mit Hilfe der Gl. (6) die Halbwertsdicke berechnet. Für den Massenschwächungskoeffizienten muss zunächst die Dichte  $\rho$  der Materialien ermittelt werden. Dazu stehen eine Waage und ein Messschieber zur Verfügung.

Die Ergebnisse werden in einer Tabelle dargestellt und **diskutiert**. Welche Erkenntnis können wir aus dem Vergleich von Schwächungskoeffizient und Massenschwächungskoeffizient ziehen? Dafür sollte Abschnitt 5 gut verstanden sein.

## 8. Sicherheitshinweis

Da in diesem Versuch mit radioaktivem Material gearbeitet wird, gelten hier besondere Sicherheitsvorschriften. Der Versuch darf nur nach erfolgter Strahlenschutzbelehrung durch den Versuchsbetreuer durchgeführt werden. Jeder Studierende muss durch eine Unterschrift bestätigen, dass er diese Sicherheitsbelehrung erhalten und ihren Inhalt verstanden hat. Insbesondere dürfen bestimmte Personengruppen diesen Versuch nicht durchführen. Essen und Trinken ist im Versuchsraum verboten.