

# Halleffekt

## 1 Ziel

Durch Messungen des Stroms und der Hallspannung sind die charakteristischen Eigenschaften einer Halbleiterprobe (Germanium) zu bestimmen. Insbesondere werden die Ladungsträgerdichte und die Bandlücken-Energie ermittelt.

## 2 Grundlagen

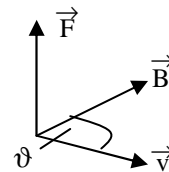
### 2.1 Halleffekt

Auf eine bewegte Ladung  $q$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  wirkt im Magnetfeld der Flußdichte  $\vec{B}$  die Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  :

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Stehen  $\vec{v}$  und  $\vec{B}$  senkrecht aufeinander, so gilt für den Betrag der Lorentzkraft:

$$F_L = |q| \cdot v \cdot B. \quad (1)$$



Bei Stromleitern, auf denen ein Magnetfeld senkrecht zur Stromrichtung steht, führt das zum Halleffekt. Die Ladungsträger werden durch die Lorentzkraft seitlich abgelenkt und sammeln sich daher an einer der beiden Leiterkanten, Abb. 1. An der anderen Leiterkante entsteht durch Verarmung an Elektronen eine gleich große entgegengesetzte Ladung. Dadurch baut sich zwischen den Leiterkanten ein elektrisches Feld  $\vec{E}$  auf, solange, bis ein Kräftegleichgewicht zwischen elektrischer Kraft  $\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}$  und Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  herrscht (stationärer Fall, Abb. 2). Die so entstandene Spannung ist die Hallspannung  $U_{Hall}$ .

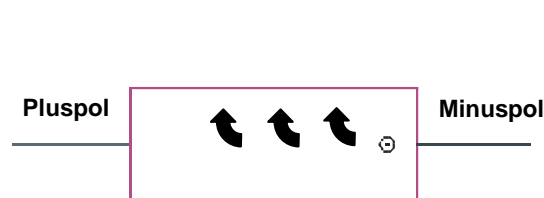


Abb. 1: Abdriften der Ladungsträger. Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene.

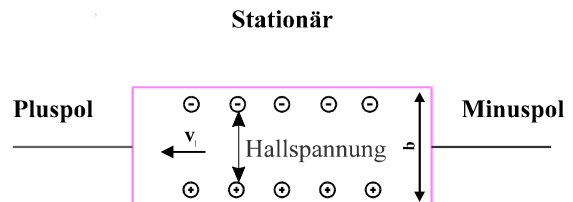


Abb. 2: Hallspannung in einem Leiter. Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene.

Im stationären Fall sind die Beträge der Lorentzkraft und der elektrischen Kraft gleich groß,

$$F_{el} = |q| \cdot E = F_L = |q| \cdot v \cdot B$$

$$v \cdot B = E = \frac{U_{Hall}}{b}$$

## HALLEEFFEKT

$$U_{Hall} = v \cdot B \cdot b, \quad (2)$$

wobei  $b$  die Breite des Leiters ist. Bis auf die Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen sind alle Variablen direkt messbar. Die Geschwindigkeit erhält man aus der Betrachtung des Stromes  $I$  im Leiter:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{e \cdot N}{t} = \frac{e \cdot nV}{t} = \frac{en \cdot bdl}{t} = enbd \cdot v$$

$$v = \frac{I}{enbd} \quad (3)$$

$Q$ : Gesamtladung  
 $N$ : Anzahl der Elektronen  
 $e$ : Elementarladung  
 $n = \frac{N}{V}$  Ladungsträgerdichte,  $V=bdL$  Volumen  
 $b, d, L$ : Breite, Dicke und Länge des Leiters

Aus (2) und (3) ergibt sich die Hallspannung:

$$U_{Hall} = \frac{1}{e \cdot n} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \quad (4)$$

$\frac{1}{e \cdot n}$  fasst man zur material- und temperaturabhängigen Größe  $R_H$  zusammen.  $R_H$  wird Hallkonstante genannt. Bei dem im Versuch benutzten n-dotierten Germanium beträgt  $R_H = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{As}$  bei Raumtemperatur.

## 2.2 Bandstruktur

In Festkörpern bilden sich durch die Gitterperiodizität im Energiespektrum Bandstrukturen. Aufgrund der durch die Elektronen besetzten Zustände in der Bandstruktur können die Festkörper in Isolatoren, Metalle und Halbleiter unterschieden werden. Metalle zeichnen sich dadurch aus, dass das höchste besetzte Energieband nur zum Teil besetzt ist. Die Elektronen in diesem so genannten Leitungsband können ohne Schwellenenergie zur elektrischen Leitung beitragen, so dass Metalle eine hohe Leitfähigkeit besitzen (Abb. 3).

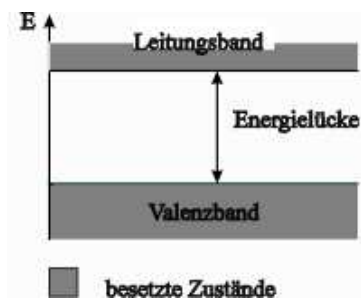


Abb. 3: Bandschema eines Metalls. Die Elektronen im nur teilweise besetzten Leitungsband können ohne Schwellenenergie zur elektrischen Leitung beitragen.

Sind alle Zustände in einem Energieband besetzt, so müssen die Elektronen in das nächsthöhere Energieband angeregt werden, um auf freie Zustandsplätze springen zu können und so den Strom zu leiten. Ist die Energilücke zwischen diesen Bändern relativ groß (ca. 8 eV) im Verhältnis zur thermischen Energie bei Raumtemperatur (ca. 0,025 eV), können keine Elektronen angeregt werden, und der Festkörper verhält sich wie ein Isolator (Abb. 4).

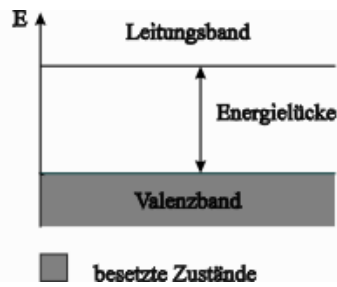


Abb. 4: Bandschema eines Isolators bzw. eines Halbleiters. Bei großen Bandlücken spricht man von Isolatoren, bei kleinen Bandlücken (ca.1 eV), die durch thermische oder optische Anregung überwunden werden können, von Halbleitern.

Ist die Energiefücke geringer (ca. 1 eV), so nennt man den Festkörper einen Halbleiter. Die Ladungsträger können durch ihre thermische Energie angeregt sein oder durch Licht in das Leitungsband angeregt werden. Für tiefe Temperaturen, bei denen die thermische Energie nicht ausreicht, um Ladungsträger aus dem Valenz- in das Leitungsband anzuregen, und ohne Anregung durch Licht sind Halbleiter also Isolatoren. Für Raumtemperatur zeigen Halbleiter immer noch eine sehr geringe Leitfähigkeit. Um die Leitfähigkeit von Halbleitern zu erhöhen, ist es möglich diese zu dotieren. Dabei werden Fremdatome mit einer unterschiedlichen Anzahl von Valenzelektronen in den Kristall eingebaut (siehe Anhang). In der Bandstruktur entstehen dadurch das Donator- bzw. Akzeptorniveau. Die Elektronen bzw. Löcher dieser Fremdatome benötigen eine wesentlich geringere Energie, um in das Leitungs- bzw. Valenzband angeregt zu werden und zur elektrischen Leitung beizutragen (Abb. 5).

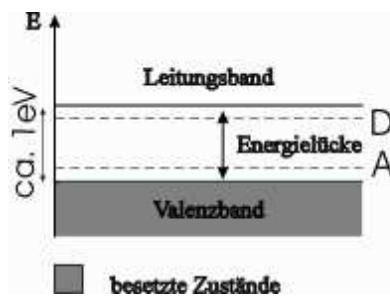


Abb. 5: Bandschema eines dotierten Halbleiters. Durch Dotierung entstehen Donator- (D) und Akzeptorniveau (A). Elektronen bzw. Löcher aus diesen Niveaus können schon mit Energien, die viel kleiner sind als die Bandlücke, in das Leitungs- bzw. Valenzband angeregt werden.

Bei niedrigen Temperaturen dominieren die Ladungsträger dieser Fremdatome die Leitfähigkeit, der Halbleiter befindet sich in der Störstellenreserve (Bereich I in Abb. 6). Erhöht man die Temperatur weit genug, so kommt man in die so genannte Störstellenerschöpfung (Bereich II in Abb. 6), d.h. alle Elektronen bzw. Löcher aus den Donator- bzw. Akzeptorniveaus sind in das Leitungs- bzw. Valenzband angeregt. Bei noch höheren Temperaturen haben viele Elektronen eine so große Energie, dass sie die Energiefücke überwinden und vom Valenz- in das Leitungsband wechseln können. Derselbe Vorgang kann auch für Löcher aus dem Leitungsband in das Valenzband beschrieben werden. Man nennt das den Eigenleitungsbereich (Bereich III in Abb. 6).

Im Folgenden betrachten wir nun den konkreten Fall eines n-dotierten Halbleiterkristalls, wie er in diesem Versuch verwendet wird. Durch die n-Dotierung entsteht ein Donatorniveau kurz unterhalb des Leitungsbandes. Der hier verwendete Germanium-Kristall befindet sich bei Raumtemperatur in der Störstellenerschöpfung, d.h. alle Elektronen aus dem Donatorniveau sind im Leitungsband. Durch Erhitzen (Aufgabe 4) bringt man den Germanium-Kristall in den Eigenleitungsbereich. Aus der statistischen Thermodynamik ergibt sich im Eigenleitungsbereich (Bereich III in Abb. 6) die Ladungsträgerdichte im Leitungsband zu:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{E_G}{2kT}}$$

$n$ : Ladungsträgerdichte,  $T$ : Temperatur in Kelvin,  $k=8,617 \cdot 10^{-5}$  eV/K Boltzmannkonstante,  $E_G$ : Bandlücke des Halbleiters,  $n_0$ : Ladungsträgerdichte für  $T \rightarrow \infty$

Durch Logarithmieren erhält man:

$$\ln n = \ln n_0 - \frac{E_G}{2kT} = \ln n_0 - \frac{E_G}{2k} \cdot \frac{1}{T} \tag{5}$$

## HALLEEFFEKT

Trägt man also den Logarithmus der Ladungsträgerdichte  $n$  gegen  $1/T$  auf, so erhält man nach Gl. (5) im Eigenleitungsbereich (Bereich III) als Steigung  $-E_G / 2k$ . Im Bereich der Störstellenreserve (Bereich I) erhält man entsprechend als Steigung  $-E_{Don} / 2k$ , da hier durch thermische Anregung die Elektronen aus den Donatorniveaus in das Leitungsband angeregt werden müssen und dabei  $E_{Don}$  überwinden. Im Bereich II ändert sich die Ladungsträgerdichte nur wenig mit der Temperatur. Hier sind alle Donatoren ionisiert, die thermische Energie reicht aber noch nicht, um Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband anzuregen.

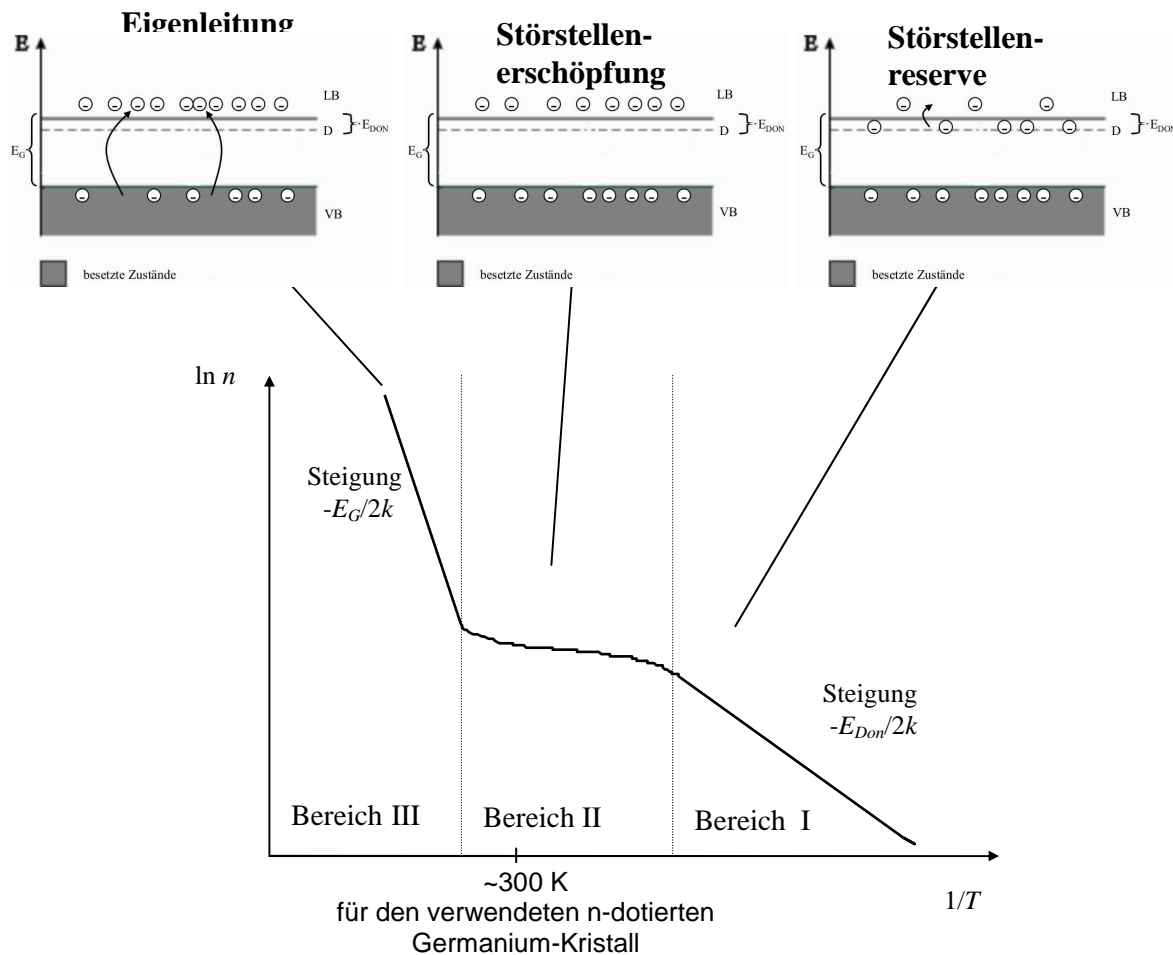


Abb. 6: Ladungsträgerdichte logarithmisch aufgetragen gegen  $1/T$ . Aus der Steigung im Eigenleitungsbereich erhält man die Halbleiterbandlücke  $E_G$ , aus der Steigung im Bereich der Störstellenreserve die Tiefe der Donatorniveaus  $E_{Don}$ .

Für weitere Erläuterungen zum Bändermodell wird auf den Anhang „Bindungsverhältnisse und Bändermodell“ verwiesen.

### 3 Aufbau

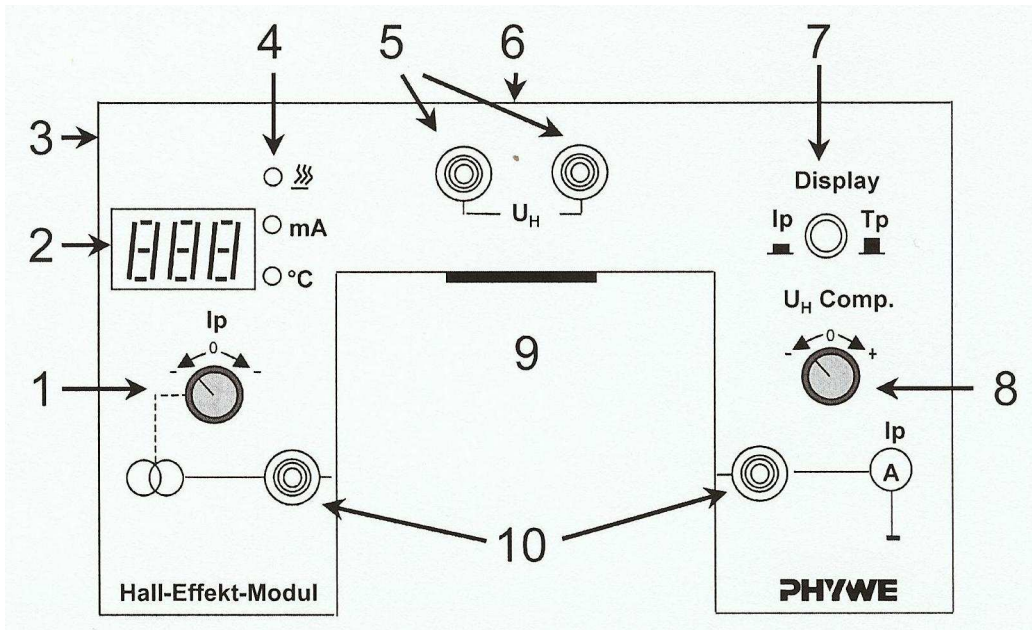


Abb. 7: Vorderseite der Halleffekt-Messeinrichtung

Über die Buchsen auf der Rückseite wird die Messeinrichtung mit Spannung versorgt. Das Hallelement befindet sich im Aufnahmeschacht 9. Die Einstellung des Steuerstroms erfolgt über das Potentiometer 1, über die Buchsen 10 kann die Längsspannung über dem Hallelement gemessen werden. An den Buchsen 5 wird die Hallspannung gemessen. Durch einen möglichen kleinen Versatz der Spannungsabgriffe entsteht zusätzlich zu der zu messenden Hallspannung eine Fehlspannung, die mit dem Potentiometer 8 kompensiert werden kann.

Unter der Probe befindet sich eine Heizspirale, die auf der Rückseite eingeschaltet wird. Leuchtet die LED 4, so ist die Heizung in Betrieb. Mit der Taste 7 kann ausgewählt werden, ob auf der Anzeige 2 der Probenstrom oder die Proben- oder Hallspannung angezeigt werden soll.

Die Hallsonde ist mit ihrer Messeinrichtung an einem Stativ befestigt und hängt zwischen den Pol-schuhen eines Elektromagneten.

#### ACHTUNG!

Wie alle Halbleiter ist das Hallelement sehr empfindlich. Es bricht leicht bzw. löst sich von der Trägerplatte. Es verträgt keine größere Hitze. Deshalb sollte die Temperatur 150 °C nicht überschreiten.

Die Trägerplatte mit der Halbleiterprobe kann während des Betriebes sehr heiß werden. Es besteht Verbrennungsgefahr für die Hände. Die Platte darf erst im ausgeschalteten Zustand nach einer angemessenen Abkühlungszeit angefasst werden.

## 4 Aufgabenstellung:

1. Bei Abwesenheit eines Magnetfeldes (Sonde aus dem Elektromagneten nehmen!) wird bei einem Probenstrom  $I_P=0$  die Spannung  $U_{\text{Hall}}$  auf Null kalibriert. Bei  $I_P=+50$  bzw.  $-50$  mA wird dann die Fehlspannung  $U_{\text{Fehl}}$  festgestellt. Auch die Längsspannung  $U_S$  wird für beide Einstellungen notiert. Das Bedienungselement 8 wird nun nicht mehr verändert. Man überzeuge sich durch Diagramme, dass  $U_{\text{Fehl}} \sim I_P$ , sowie  $U_{\text{Fehl}} \sim U_S$  ist! Für spätere Korrekturrechnungen ist a) der Quotient  $\Delta R := U_{\text{Fehl}}/I_P$  bereitzustellen (für Aufgabe 2), sowie b) der Quotient  $U_{\text{Fehl}}/U_S = \Delta \ell / \ell$  (für Aufgabe 4).  $\Delta \ell$  ist die Versatzstrecke zwischen den Hallkontakten,  $\ell$  die Gesamtstrecke zwischen den Stromkontakten. Bedenke bitte: Während die Strecken natürlich temperaturunabhängig sind, sind es die Spannungen  $U_{\text{Fehl}}$ , bzw.  $U_S$  nicht.
2. Bei konstantem Magnetfeld (Strom durch die Spulen des Elektromagneten  $I_M = 2$  A) ist die Hallspannung in Abhängigkeit vom Probenstrom  $I_P$  zu messen. Die gemessenen Werte sowie die korrigierten Werte werden in ein Diagramm eingetragen.
3. Bei hohem Probenstrom ( $I_P = 50$  mA) ist die Hallspannung in Abhängigkeit von dem durch den Magneten fließenden Strom  $I_M$  zu messen. Mit Gleichung (4) und der Hallkonstanten  $R_H$  für Raumtemperatur lässt sich daraus die magnetische Flußdichte  $B$  errechnen. Es sollen  $U_{\text{Hall}}$  und  $B$  in Abhängigkeit vom Strom durch den Magneten in Diagrammen dargestellt werden (Korrektur beachten!). Man variiere  $I_M$  von  $-2$  A bis  $+2$  A ohne Richtungswechsel, bei  $2$  A anhalten, dann rückwärts von  $+2$  A bis  $-2$  A. Beide Zweige sind in dasselbe Diagramm einzuzichnen, um die Hysterese zu zeigen.
4. Bei hohem Probenstrom ( $50$  mA) und konstantem Magnetfeld ( $I_M = 2$  A) sind die Hallspannung  $U_{\text{Hall}}$  und der Spannungsabfall  $U_S$  an der Sonde in Abhängigkeit von der Temperatur zu messen. Mit Gleichung (4) und dem  $B(I)$ -Diagramm aus Aufgabe 3 lässt sich für jede Temperatur aus der Hallspannung (Fehlspannung berücksichtigen!) die Ladungsträgerdichte  $n$  bestimmen. Man trage  $\ln(n)$  gegen  $1/T$  ( $T$  in Kelvin) in ein Diagramm auf und bestimme aus der Steigung im Eigenleitungsbereich die Bandlücke  $E_G$  von Germanium (Vergleich mit Theorie). Zusätzlich trage man  $R_H$  und  $U_{\text{Hall}}$  in ein Diagramm gegen die Temperatur auf.

Alle Diagramme sind zu diskutieren (Vergleich mit der Theorie).

## 5 Anhang:

Bindungsverhältnisse und Bändermodell:

Die wichtigsten Ausgangsmaterialien für die Herstellung von Halbleiter-Bauelementen (z. B. Ge und Si) sind vierwertig, d.h., ihre Atome enthalten in der äußersten Elektronenschale jeweils 4 Valenzelektronen. Sie bilden regelmäßige Kristalle derart, dass jedes Atom von 4 Nachbaratomen in gleichen Abständen umgeben ist; ein vereinfachtes zweidimensionales Modell zeigt Abb. 8. Die Bindung der Atome im Kristallverband kommt dadurch zustande, dass benachbarte Atome ihre Valenzelektronen fortwährend austauschen („Austauschwechselwirkung“, „Elektronenpaarbindung“, „konvalente Bindung“). Bei sehr tiefer Temperatur ( $T \approx 0$  K) befinden sich alle Elektronen in einem Energiezustand, der sie an die Atome bindet. Ein Halbleiter enthält daher bei der Temperatur  $T=0$  K keine freien Ladungsträger, sein Widerstand entspricht dem eines Isolators ( $R \rightarrow \infty$ ). Erhöht man die Temperatur, so wird dem Kristallgitter mehr und mehr Energie zugeführt, so dass ein zunehmender Anteil der Elektronen sich aus seinen Bindungen löst und frei im Kristall beweglich wird. Die Leitfähigkeit des Halbleiters steigt demzufolge mit wachsender Temperatur stark (exponentiell) an, sein Widerstand vermindert sich dementsprechend.

## HALLEEFFEKT

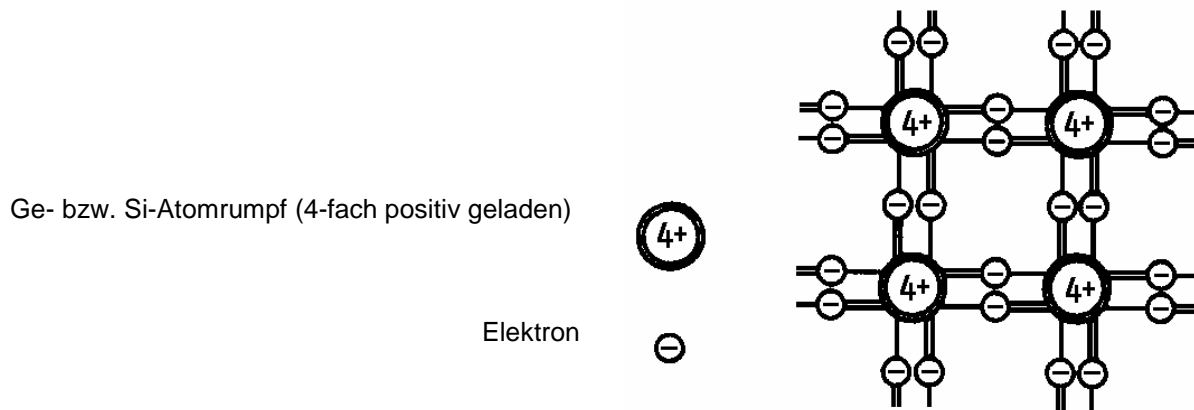


Abb. 8: Elektronenpaarbindung in einem undotierten Halbleiterkristall (stark vereinfachte ebene Darstellung)

Die Leitfähigkeit des Halbleiters wird jedoch nicht allein durch die freien Elektronen bestimmt: Überall dort, wo ein Elektron seine Atombindung verlässt, bleibt eine positive Restladung (Defektelektron, Loch) zurück. Diese positiv geladenen Löcher können sich im Kristallgitter ebenfalls fortbewegen, indem sie von einem Elektron aus einer benachbarten Bindung ausgefüllt werden, wobei dann ein neues Loch in der Nachbarschaft entsteht. Durch sukzessive Wiederholung dieses Prozesses kann sich ein Loch ebenso durch das Kristallgitter bewegen wie ein aus seiner Bindung freigesetztes Elektron (Löcherleitung), es verhält sich daher wie ein freier positiver Ladungsträger.

Da freie Elektronen und Löcher in einem undotierten Halbleiter zwangsläufig stets paarweise entstehen (Paarbildung), tragen beide zur Elektrizitätsleitung bei. Die Leitfähigkeit eines Halbleiters hängt daher sowohl von der Dichte der freien Elektronen als auch von der Dichte der freien Löcher in seinem Innern ab. Weitgehend unabhängig von der Temperatur (Bereich II in Abb. 6) lässt sich die Dichte der freien Elektronen durch den Einbau 5-wertiger Fremdatome (z.B. P, As, Sb) (n-Dotierung), die Dichte der freien Löcher durch den Einbau 3-wertiger Fremdatome (z.B. B, Al, In) (p-Dotierung) in das Kristallgitter erhöhen. Durch entsprechende Dotierung lassen sich daher sowohl Halbleiterkristalle herstellen, deren Leitfähigkeit überwiegend von Elektronen getragen wird (n-Leiter), als auch solche, deren Leitfähigkeit überwiegend auf Löchern beruht (p-Leiter). Die Leitfähigkeit der so dotierten Kristalle wächst mit dem Anteil der eingebrachten Fremdatome, sie kann durch verschieden starke Dotierung über mehrere Zehnerpotenzen verändert werden.