

Untersuchung vom pioninduzierten Untergrund in großen Flüssigszintillatordetektoren

Discrimination of pion-induced background in large liquid
scintillator detectors

Katharina Voß
geboren am
13.03.1994

Bachelorarbeit im Studiengang Physik
Universität Hamburg
2017

1. Gutachterin: Prof. Caren Hagner
2. Gutachter: Dr. Björn Wonsak

Zusammenfassung

Die nächste Generation von Neutrinooszillationsexperimenten hat das Ziel, Messungen mit hoher Präzession durchzuführen. Eine Möglichkeit ist die Verwendung eines Flüssigszintillatordetektors, wobei eine topologische Teilchenspurne-Rekonstruktion durch die von Photomultipliern detektierten Szintillationsphotonen möglich gemacht wird. Die Diskriminierung von Untergrundsignalen ist dabei entscheidend für die experimentelle Analyse. Ein häufiger neutrale-Ströme Untergrund bei Experimenten mit hohen Neutrinoenergien ist das neutrale Pion. Die beiden beim Pionzerfall entstehenden Photonen können mit dem Signal eines Elektrons im Detektor verwechselt werden und somit zu einer falschen Einordnung eines beliebigen Neutrino flavours als Elektron flavour führen. Diese Arbeit behandelt die Unterscheidung von pion- und elektroninduzierten Signalen in großen Flüssigszintillatoren durch Parameter, welche aus dem longitudinalen Schauerprofil und der Projektion auf eine Ebene senkrecht zur Impulsrichtung des Primärteilchens stammen.

Abstract

The next generation of neutrino oscillation experiments is aiming to achieve high precision measurements. One approach is to use a liquid scintillator detector with topological track reconstruction made possible by the scintillation light detected by photomultipliers. The discrimination of background signals is essential for the experimental analysis. A common neutral current background for high energy neutrino experiments is the neutral pion. The two photons emerging from the neutral pion decay can mimic the signal of an electron in the detector and could so lead to the wrongful classification of a neutrino of an arbitrary flavour as one of an electron type. This thesis focuses on the distinction of pion and electron induced signals in large liquid scintillators through parameters obtained from the longitudinal shower profile and from the projection to a surface orthogonal to the direction of flight of the primary particle.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Theorie	7
2.1	Grundlagen der Neutrinophysik	7
2.1.1	Entdeckung des Neutrinos	8
2.1.2	Wechselwirkungen	9
2.1.3	Neutrinooszillation	10
2.2	Offene Fragen der Neutrinophysik	19
2.2.1	Neutrinoquellen	20
2.2.2	Massenhierarchie	22
2.2.3	CP-Verletzung	24
2.2.4	Experimente	28
2.3	Detektion von Neutrinos	32
2.3.1	Energieverlust geladener Teilchen in Materie	33
2.3.2	Elektromagnetische Schauer	34
2.3.3	Untergrund durch neutrale Pionen	36
2.4	Flüssigszintillatoren	37
2.4.1	Low Energy Neutrino Astronomy (LENA)	38
2.4.2	Jiangmen Underground Neutrino Observatory (JUNO)	38
2.5	Topologische Teilchenspurn-Rekonstruktion	41
3	Auswertung	46
3.1	Aufgabenstellung	46
3.2	Ergebnisse der Topologischen Teilchenspurn-Rekonstruktion	46
3.2.1	Öffnungswinkel der Photonen	51
3.2.2	Rekonstruierte Impulsrichtung	54
3.3	Photonemission entlang der rekonstruierten Impulsrichtung	56
3.3.1	Implementation	56
3.3.2	Höchster Wert der Photonemission	58
3.3.3	Schauerlänge	61

3.3.4	Photonemission vor der Strahlungslänge X_0	66
3.3.5	Länge der Teilchenspur	72
3.3.6	Halbwertsbreite	73
3.3.7	Breite des Maximums	75
3.3.8	Steigung der Photonemission	78
3.3.9	Kombination von zwei Parametern	80
3.4	Projektion des Rekonstruktionsergebnisses	85
3.4.1	Implementation	85
3.4.2	Mittlerer Radius	90
3.4.3	Abweichung von der mittleren Summe der Bininhalte pro Winkelbereich	93
4	Zusammenfassung	97
A	Zusätzliche Histogramme	99
	Literaturverzeichnis	135

Einleitung

Die Neutrinophysik eröffnet durch die Entdeckung der nicht verschwindenden Neutrinomassen die Möglichkeit zur Untersuchung von Physik jenseits des Standardmodells. Diese Eigenschaft wurde durch die Oszillationen der Neutrinos der drei Flavour Elektron, Myon und Tau ineinander aufgedeckt, welche zusätzlich zu nicht verschwindenden Massen auch einen Unterschied der Massen der Neutrino flavour fordert. Dieses Phänomen wird Neutrinooszillation genannt und deren experimentelle Entdeckung wurde 2015 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet.

In der heutigen Teilchenphysik stellt die Erforschung von Neutrinooszillationen ein spannendes Forschungsgebiet dar. So sind viele Eigenschaften der Neutrinos noch nicht genau vermessen, was mit einer neuen Generation von Experimenten mit bislang noch nicht erreichter Präzision geschehen soll.

Dabei werden vielfältige Strategien verfolgt, wobei unterschiedliche Neutrinoquellen und somit verschiedene Energiebereiche verwendet werden, sowie variierende Detektionsmethoden. In dieser Arbeit werden Flüssigszintillatordetektoren und Energien im unteren GeV-Bereich betrachtet.

Eine wichtige Aufgabe in der Neutrinophysikforschung ist die Diskriminierung von Untergrundsignalen. Aufgrund der geringen Wechselwirkungsquerschnitte der Neutrinos werden für Neutrinoexperimente große Detektormassen benötigt, um genügend Statistik zu erlangen. Damit stellt die genaue Spur- und Energierekonstruktion eine Herausforderung dar und darauffolgend die Identifizierung von Untergrundereignissen.

Da bei der Untersuchung von Neutrinooszillationen die Kenntnis über den Neutrino flavour eines beobachteten Ereignisses zwingend notwendig ist, müssen Ereignisse, welche ein ähnliches Signal wie die geladenen Leptonen im Detektor hinterlassen, identifiziert werden.

Bei einer genügend hohen Neutrinoenergie ist eine der Hauptuntergrundquelle das neutrale Pion. Dieses kann durch eine neutrale-Ströme-Reaktion von Neutrinos aller Flavour er-

zeugt werden. Durch seinen Zerfall in zwei Photonen ist das Signal dieses Teilchens jedoch dem eines Elektrons sehr ähnlich. Damit kann fälschlicherweise eine Neutrinowechselwirkung eines beliebigen Flavours einer Elektronneutrinowechselwirkung zugeordnet werden. Bei dem nur kleinen Wechselwirkungsquerschnitt der Neutrinos und damit einhergehend einer relativ geringen Statistik, ist es somit entscheidend, die Signale von neutralen Pionen von denen der Elektronen zu unterscheiden.

In dieser Arbeit werden Merkmale und mögliche Unterscheidungspunkte dieser Ereignisklassen untersucht. Dafür werden zunächst in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen erklärt, welche zu einem besseren Verständnis der Herausforderungen in der Neutrinophysik verhelfen. In Kapitel 3 werden dann zwei Ansatzmöglichkeiten beschrieben, die zu einer Trennung der Primärteilchen führen könnten. Zum einen werden die aus dem longitudinalen Schauerprofil erhaltenen Parameter analysiert und außerdem die Projektion des Rekonstruktionsergebnisses auf die Impulsrichtung des Primärteilchens betrachtet. In Kapitel 4 erfolgt eine Zusammenfassung der erhaltenen Ergebnisse, sowie die Aufführung weiterer Ansatzpunkte zum Trennen von Elektron- und Pionereignissen.

Theorie

2.1 Grundlagen der Neutrinophysik

Neutrinos sind Elementarteilchen des Standardmodells der Elementarteilchenphysik (SM). Dieses unterteilt die Elementarteilchen in die zwei Kategorien Fermionen und Bosonen (vgl. Abb. 2.1). Fermionen sind Spin-1/2 Teilchen und es wird unter ihnen zwischen

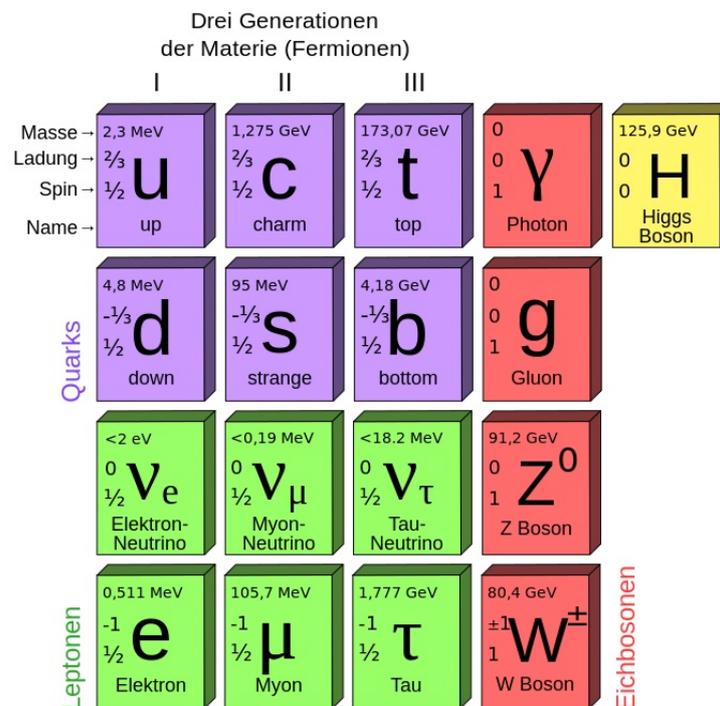


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Elementarteilchen des Standardmodells der Elementarteilchenphysik [1].

Leptonen und Quarks unterschieden. Die Neutrinos sind Leptonen und können in drei Flavours vorkommen: Elektronneutrinos, Myonneutrinos und Tauneutrinos. Im SM sind

Neutrinos masselos, was jedoch durch den experimentellen Nachweis von Neutrinooszillationen widerlegt wurde (vgl. Abschnitt 2.1.3), da diese nur bei massebehafteten Neutrinos möglich sind. Die Eichbosonen des SM besitzen einen ganzzahligen Spin und sind die Austauscheteilchen der drei fundamentalen im SM beschriebenen Wechselwirkungen: der starken Wechselwirkung (Gluon), der elektromagnetischen Wechselwirkung (Photon) und der schwachen Wechselwirkung (W^\pm und Z^0). Die Neutrinos koppeln nur an die Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung, da sie weder elektrische noch Farbladung tragen. Durch die Zerfallsbreite des Z^0 -Bosons wird bestätigt, dass es tatsächlich nur drei Neutrinoarten mit einer Masse $m < \frac{1}{2}m_{Z^0} \approx 45.5 \text{ GeV}$ gibt, welche schwach wechselwirken.

2.1.1 Entdeckung des Neutrinos

Der erste Hinweis auf die Existenz des Neutrinos ergab sich bei der Beobachtung von β -Zerfällen, bei welchen das Neutron n zu einem Proton p , einem Elektron e^- und einem Antielektronenneutrino $\bar{\nu}_e$ zerfällt ($n \rightarrow p + \bar{\nu}_e + e^-$). Wäre das Neutrino nicht am Zerfall beteiligt, läge ein Zwei-Körper-Zerfall vor und es wäre eine scharfe Energieverteilung des Elektrons erwartet worden. Tatsächlich beobachtete man jedoch ein kontinuierliches Energiespektrum der entstandenen Elektronen. Dies veranlasste Wolfgang Pauli dazu von einem neuen Teilchen auszugehen, welches neutral geladen und nur schwer nachzuweisen ist. Pauli veröffentlichte diese Überlegungen erstmals im Jahr 1930. Dem postulierten Teilchen wurde später von Enrico Fermi der Name Neutrino (kleines Neutron) gegeben. Als erstes Neutrino wurde das Elektronenneutrino 1959 von Reines und Cowan durch den inversen β -Zerfall $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ experimentell beobachtet [2]. Dabei wurden Antineutrinos aus einem Reaktor verwendet, deren typische Energien zwischen 1-7 MeV liegen, wobei der Großteil der Energie auf die Positronen übertragen wird. Zum Detektor gehörten zwei 200 l-Wasser-Targets, wobei über und unter diesen Tanks Flüssigszintillatoren platziert wurden. An den Seiten der drei 1400 l Flüssigszintillator-Tanks befanden sich jeweils 110 Photomultiplier Tubes (PMT) mit einem Durchmesser von 5 Zoll [3].

Der inverse β -Zerfall wurde durch seine spezielle zeitliche Signatur im Detektor nachgewiesen: Das entstandene Positron bremst unter Anregung des Szintillationsmaterials schnell ab und annihiliert mit einem Elektron zu zwei 511 keV Photonen. Das Neutron verliert durch Stöße kinetische Energie bis es zu einem thermischen Neutron wird und vom Cadmium absorbiert wird, welches in der Form von CdCl_2 dem Wasser zugegeben wurde. Nach dem Neutroneneinfang sendet der Cadmium-Kern Photonen mit einer Gesamtenergie von $\approx 9 \text{ MeV}$ aus. Die entstandenen Photonen erzeugen durch Compton-Streuung freie Elektronen, welche ihrerseits das Targetmaterial ionisieren und somit Szintillationsstrahlung verursachen. Die Zeitversetzung der Detektion dieser Szintillationsstrahlung durch die Photomultiplier beträgt zwischen der positron- und neutroninduzierten Strahlung ty-

pischerweise 3 - 10 μs [3].

2.1.2 Wechselwirkungen

Im Folgenden werden einige Reaktionen beschrieben, welche Neutrinos mit Nukleonen und Elektronen eingehen können und deshalb interessant für die Detektion im Flüssigszintillator sind. Dabei werden die Reaktionen mit Nukleonen dominieren, solange sie kinematisch erlaubt sind, da der Wechselwirkungsquerschnitt proportional zur Schwerpunktsenergie $s \approx 2mE_\nu$ ist, wobei m die Masse des Targetteilchens und E_ν die Energie des Neutrinos ist.

Elastische Streuung Alle Neutrino Flavours können über eine neutrale-Ströme-Reaktion, also den Austausch eines Z^0 -Bosons mit Elektronen und Nukleonen, wechselwirken, wobei die Feynman-Diagramme in Abb. 2.2 links dargestellt sind. Zusätzlich dazu kann das Elektroneneutrino über eine geladene-Ströme-Reaktion (Austausch eines W -Bosons) mit einem Elektron elastisch streuen, siehe dazu Abb. 2.2 rechts. Durch diese zusätzliche Wechselwirkungsmöglichkeit ist der Wirkungsquerschnitt der Elektroneneutrinos höher als der der Myon- und Tauneutrinos. Da keine neuen Teilchen bei der elastischen Streuung produziert werden, haben die beschriebenen Prozesse keine Schwellenenergie.

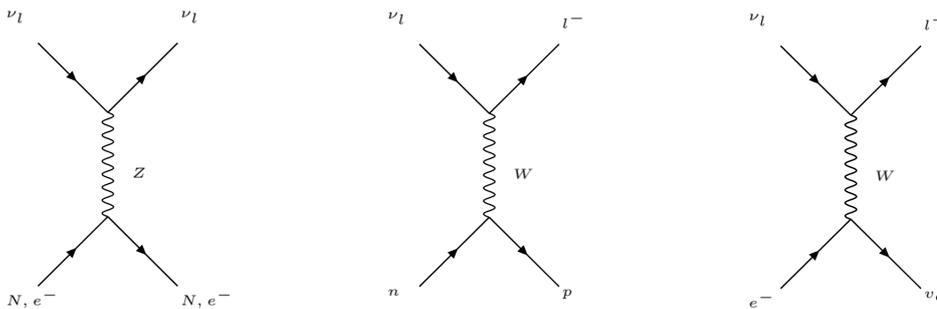


Abbildung 2.2: Feynman-Diagramme der **links:** elastischen Streuung von Neutrinos ν_l des Flavours l mit Elektronen e^- oder Nukleonen N , **mittig:** quasi elastischen Streuung an einem Neutron und **rechts:** elastische Streuung eines Elektroneneutrinos $l = e$ an einem Elektron und inelastischen Streuung eines Neutrinos für $l \neq e$ an einem Elektron.

Quasi Elastische Streuung Als quasi elastische Streuung werden Prozesse bezeichnet, bei denen sich die Ladung des Nukleons ändert, jedoch der Quarkverbund nicht aufgelöst wird. Bei dieser Reaktion wird ein geladenes Lepton des entsprechenden Neutrino Flavours l produziert (Abb. 2.2, mittig). Damit muss die Schwerpunktsenergie ausreichen, um das

Lepton und den Endzustand des Nukleons zu produzieren. Möglich sind die beiden Reaktionen $\nu_l n \rightarrow l^- p$ und $\bar{\nu}_l p \rightarrow l^+ n$ (inverser β -Zerfall). Die Schwellenenergie ergibt sich dabei zu:

$$E_{\nu_e} = 0, \quad E_{\nu_\mu} = 110\text{MeV}, \quad E_{\nu_\tau} = 3.5\text{GeV}. \quad (2.1)$$

Inelastische Streuung Die inelastische Streuung an Elektronen $\nu_l e^- \rightarrow \nu_e l^-$ ist kinematisch erlaubt (Abb. 2.2, rechts), wenn für die Schwellenenergie $s > m_l^2$ gilt, wobei m_l die Masse des produzierten Leptons ist. Damit ergeben sich folgenden Schwellenenergien:

$$E_{\nu_e} = 0, \quad E_{\nu_\mu} = 11\text{GeV}, \quad E_{\nu_\tau} = 3090\text{GeV}. \quad (2.2)$$

Zuletzt soll noch die tief-inelastische Streuung von Neutrinos an Nukleonen erwähnt werden, bei welchen durch die hohe Schwerpunktsenergie eine Vielzahl von neuen Teilchen erzeugt wird. Hierbei kommt nicht notwendigerweise ein Nukleon im Endzustand vor.

2.1.3 Neutrinooszillation

Experimenteller Nachweis

Der erste Hinweis auf Neutrinooszillationen wurde bei der Beobachtung von solaren Neutrinos gefunden. Diese eignen sich gut zur experimentellen Beobachtung aufgrund ihres großen Flusses von $6.56 \cdot 10^{10} \nu \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2}$ [4] und des von Bahcall berechneten Energiespektrums der solaren Neutrinos, welches in Abb. 2.3 zu sehen ist. Die maximale Energie,

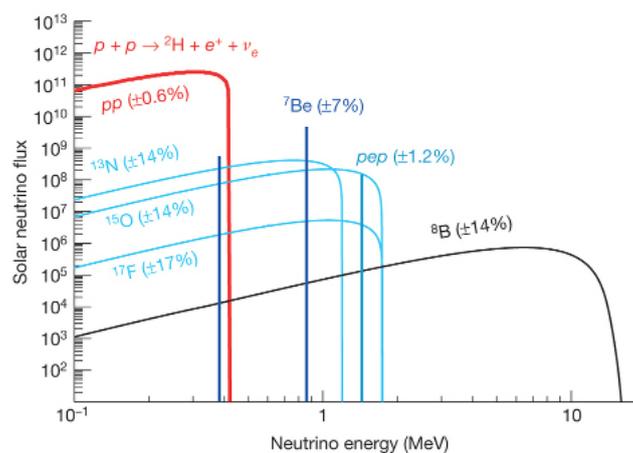


Abbildung 2.3: Energiespektrum und Fluss der solaren Neutrinos, wobei der Fluss der Linienspektren in der Einheit $[\frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}}]$ und der kontinuierlichen Spektren in $[\frac{1}{\text{cm}^2 \text{s MeV}}]$ gegeben ist [5].

welche auf die Elektronneutrinos übertragen werden kann, hängt von der freiwerdenden Energie bei der Kernfusion ab. Obwohl die pp-Neutrinos (Abb. 2.3, rote Linie) für ungefähr 91 % [6] des gesamten solaren Neutrinoflusses verantwortlich sind, erschwert ihre

geringe Energie von unter einem MeV die Detektion der so entstanden Neutrinos. Die solaren Neutrinos mit den höchsten Energien von bis zu 15 MeV stammen aus dem β -Zerfall des Bor-8 (Abb. 2.3, schwarz markiert), welches zuvor durch die Fusion von zwei Helium-Kernen entstanden ist.

Homestake-Experiment Das Experiment in der Homestake Mine in South Dakota hat ab 1970 als erstes solare Neutrinos detektiert, wobei der inverse β -Zerfall $\nu_e + {}^{37}_{17}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}_{18}\text{Ar} + e^-$ ausgenutzt wurde. Der Neutrinodetektor bestand aus 615 Tonnen Tetrachlorethylen C_2Cl_4 und die entstandenen ${}^{37}\text{Ar}$ -Atome wurden aus dem Tank extrahiert und durch deren radioaktiven Zerfall nachgewiesen. Das Homestake-Experiment war auf die ${}^8\text{B}$ -Neutrinos sensitiv und erwartete eine Interaktionsrate von 1.7 pro Tag. Tatsächlich wurden jedoch nur 0.48 ± 0.04 Neutrino-Reaktionen pro Tag gemessen [7].

Super-Kamiokande Ein anderer experimenteller Ansatz zum Nachweis von Neutrinos ist die Ausnutzung von Čerenkov-Licht. Dieses entsteht, wenn ein geladenes Teilchen sich schneller als mit der im Medium herrschenden Lichtgeschwindigkeit $c_n = \frac{c_0}{n}$ bewegt, wobei c_0 die Vakuumlichtgeschwindigkeit ist und n der Brechungsindex im Medium. So entsteht ein Lichtkegel, welcher der Bewegungsrichtung des Teilchens folgt. Das Super-Kamiokande-Experiment wurde als 50 kt Wasser-Čerenkov-Detektor erbaut. Um den Wassertank sind Photomultiplier angebracht, welche in der Lage sind einzelne Photonen und damit das Čerenkov-Licht zu detektieren. Da Sauerstoff ein sehr stabiler Kern ist, ist der inverse β -Zerfall $\nu_e + {}^{16}_8\text{O} \rightarrow {}^{16}_9\text{F} + e^-$ für solare Neutrinos kinematisch verboten. Deshalb reagieren die Neutrinos des Flavours l im Super-Kamiokande-Tank nur durch die elastische Streuung $\nu_l + e^- \rightarrow \nu_l + e^-$ oder $\nu_l + N \rightarrow \nu_l + N$ mit einem Elektron e^- oder einem Nukleon N , welche durch das W^- oder das Z -Boson vermittelt werden kann. Den Elektron-Edukten wird eine hohe kinetische Energie im Streuprozess übertragen, sodass sie Čerenkov-Licht erzeugen. Ein weiterer Unterschied zum Homestake-Experiment ist, dass diese Reaktion für alle Neutrino Flavours erlaubt ist. Der Wirkungsquerschnitt für Myon- und Tauneutrinos beträgt jedoch nur $1/7$ von dem für Elektroneneutrinos [8].

Im Schwerpunktsystem ist die Richtung des Elektrons im Vergleich des einkommenden Neutrinos isotrop verteilt. Aufgrund der hohen Energie des Neutrinos folgt das Elektron jedoch durch den Lorentz-Boost der Bewegungsrichtung des Neutrinos. So kann bei Čerenkov-Licht-Experimenten bestimmt werden, ob die Neutrinos tatsächlich aus der Richtung der Sonne stammen. Trotz dieser zusätzlichen Information und damit der Bestätigung, dass tatsächlich solare Neutrinos beobachtet wurden, wurde auch im Super-Kamiokande ein Neutrinodefizit gemessen. Dabei wurden ungefähr halb so viele Reaktionen beobachtet wie erwartet.

Außer bei der Beobachtung von solaren Neutrinos, ist das Super-Kamiokande auch beim

experimentellen Nachweis von atmosphärischen Neutrinos von großer Bedeutung. Diese entstehen, wenn die kosmische Strahlung auf die Atmosphäre trifft. Die ersten Reaktionsprodukte sind unter anderem hochenergetische Pionen und Kaonen, welche in Myonen (Antimyonen) und Antimyonneutrinos (Myonneutrinos) zerfallen. Die so entstandenen Myonen (Antimyonen) zerfallen wiederum in Myonneutrino (Antimyonneutrino), Antielektronneutrino (Elektronneutrino) und Elektron (Positron). Die atmosphärischen Neutrinos sind aufgrund ihrer im Gegensatz zu solaren Neutrinos höheren Energie im GeV-Bereich in der Lage im Detektor auch quasielastisch und inelastisch zu streuen. So kann zwischen Elektron- und Myonneutrino durch die unterschiedlichen Signale von Elektronen und Myonen im Detektor unterschieden werden. Dabei hinterlassen hochenergetische Myonen einen schärferen Čerenkov-Lichtkegel.

Sudbury Neutrino Observatory (SNO) Das Sudbury Neutrino Observatory (SNO) in Kanada hatte den Anspruch sowohl den Fluss von solaren Elektronneutrinos, sowie den Fluss aller Neutrino flavours der solaren Neutrinos zu beobachten. Das SNO ging 1999 in Betrieb und war ein Čerenkov-Detektor, hatte als Detektormaterial jedoch im Gegensatz zum Super-Kamiokande schweres Wasser (D_2O). Dadurch sind für solare Neutrinos außer der elastischen Streuung noch weitere Reaktionsmöglichkeiten gegeben, welche die Bindung des schweren Wassers aufbrechen, da die Bindungsenergie des D_2O relativ niedrig ist. Deshalb ist für alle Neutrino flavours folgende Reaktion durch neutrale Ströme erlaubt, welche durch den übertragenen Impuls die Bindung des Deuteriums aufbricht: $\nu + D \rightarrow \nu + n + p$. Für Elektronneutrinos ist außerdem die geladene-Ströme-Reaktion $\nu_e + D \rightarrow e^- + p + p$ ($\nu_e + n \rightarrow e^- + p$) kinematisch erlaubt, welche durch Austausch eines W-Bosons erfolgt. Zusätzlich ist der Wirkungsquerschnitt der Elektronneutrinos auch bei der elastischen Streuung $\nu_l + e^- \rightarrow \nu_l + e^-$ größer, als der der Myon- und Tau neutrinos (vgl. Abschnitt 2.1.2).

Je nachdem welche Reaktion stattgefunden hat, unterscheiden sich auch die Signale im Čerenkov-Detektor. Somit konnten die Flüsse ϕ_{ν_e} und $\phi_{\nu_\mu} + \phi_{\nu_\tau}$ mit der theoretischen Vorhersage für den 8B -Elektronneutrino flux von der Sonne $\phi_{\nu_e, pred}$ verglichen werden. Dabei stimmte der gesamte gemessene Neutrino flux gut mit $\phi_{\nu_e, pred}$ überein, wobei sich bei einem Wert von

$$\phi_{\nu_e, pred} = (5.1 \pm 0.9) \cdot 10^{-6} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \quad (2.3)$$

die Verhältnisse

$$\phi_{\nu_e} \approx 0.35 \phi_{\nu_e, pred} \quad \text{und} \quad \phi_{\nu_\mu} + \phi_{\nu_\tau} \approx 0.67 \phi_{\nu_e, pred} \quad (2.4)$$

ergaben.

Deshalb legen die Daten des SNO nahe, dass der solare Neutrino flux nicht wie er-

wartet nur aus Elektronneutrinos, sondern auch zu einem großen Teil aus Myon- und Tauneutrinos besteht. Da in den Kernfusionsprozessen in der Sonne jedoch nur Elektronneutrinos entstehen können, ist dies ein deutlicher Beweis für Neutrinooszillationen.

Dabei hat der Materieeffekt bei der Oszillation von solaren Neutrinos einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss, da diese zunächst durch die Sonnenmaterie propagieren, siehe dazu in diesem Abschnitt *Theoretische Beschreibung von Neutrinooszillationen in Materie* und *Messung von θ_{12} und Δm_{21}^2* .

Theoretische Beschreibung von Neutrinooszillationen im Vakuum

Das Auftreten von Neutrinooszillation wird durch die Unterscheidung zwischen Masseneigenzuständen und schwachen Eigenzuständen (ν_e, ν_μ, ν_τ) erklärt. Die Masseneigenzustände (ν_1, ν_2, ν_3) sind die stationären Zustände des Hamiltonoperators für freie Teilchen \hat{H} und genügen der Schrödinger Gleichung in natürlichen Einheiten

$$\hat{H}\psi = i\frac{\partial\psi}{\partial t} = E\psi, \quad (2.5)$$

dabei ist ψ die Wellenfunktion eines Teilchens mit der Energie E . Diese Eigenzustände haben (als ebene Welle) die Zeitentwicklung

$$\psi(L, t) = \psi(0)e^{-i(Et-pL)}, \quad (2.6)$$

wobei L die zurückgelegte Wegstrecke und p der Impuls des Neutrinos ist. Da die in Experimenten betrachteten Neutrinos sich stets mit einer Geschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit bewegen, wird $t \approx L$ gesetzt und es kann außerdem aufgrund der geringen Masse m und somit in natürlichen Einheiten $m \ll E$, die Reihenentwicklung

$$p = \sqrt{E^2 + m^2} = E \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{m}{E}\right)^2} \approx E + \frac{m^2}{2E} \quad (2.7)$$

vorgenommen werden. Wird dieses Ergebnis in Glg. (2.6) eingesetzt, ergibt sich

$$\psi(L) = \psi(0)e^{-i\frac{m^2L}{2E}}. \quad (2.8)$$

Die Massen- und schwachen Eigenzustände sind durch die unitäre 3 x 3 Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS)-Matrix verbunden. Es gilt

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = U_{\text{PMNS}} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Die Massen-Eigenzustände können durch die Inverse der PMNS-Matrix durch die schwachen Eigenzustände dargestellt werden:

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1}^* & U_{\mu 1}^* & U_{\tau 1}^* \\ U_{e2}^* & U_{\mu 2}^* & U_{\tau 2}^* \\ U_{e3}^* & U_{\mu 3}^* & U_{\tau 3}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = (U_{\text{PMNS}}^*)^T \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Werden Antineutrinos betrachtet, muss die U_{PMNS} -Matrix bzw. $(U_{\text{PMNS}})^{-1}$ komplex konjugiert werden. Wird nun ein Elektronneutrino in einer schwachen Wechselwirkung erzeugt, gilt für dessen Wellenfunktion am Vertex¹

$$|\psi(0)\rangle = |\nu_e\rangle \equiv U_{e1}^* |\nu_1\rangle + U_{e2}^* |\nu_2\rangle + U_{e3}^* |\nu_3\rangle \quad (2.11)$$

und für dessen Zeitentwicklung

$$|\psi(L)\rangle = U_{e1}^* |\nu_1\rangle e^{-i\phi_1} + U_{e2}^* |\nu_2\rangle e^{-i\phi_2} + U_{e3}^* |\nu_3\rangle e^{-i\phi_3}. \quad (2.12)$$

Wobei $\phi_i = \frac{m_i^2 L}{2E}$ der Phase des jeweiligen Massenzustands entspricht. Die allgemeine Formel für die Wellenfunktion eines Neutrinos, welches mit dem Flavour α produziert wurde, lautet somit

$$|\psi(L)\rangle = \sum_{k=0}^3 U_{\alpha k}^* e^{-i\phi_k} |\nu_k\rangle \quad (2.13)$$

Werden wiederum die Masseneigenzustände durch die schwachen Eigenzustände mithilfe der invertierten PMNS-Matrix ersetzt, erhält man die Wellenfunktion $\psi(L)$ in Abhängigkeit von den schwachen Eigenzuständen.

Die verallgemeinerte Formel lautet

$$|\psi(L)\rangle = \sum_{k,\beta} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-i\phi_k} |\nu_\beta\rangle, \quad (2.14)$$

wobei über $i = 1, 2, 3$ und $\beta = e, \nu, \tau$ summiert wird. Um nun die Oszillationswahrscheinlichkeit zum Neutrino flavour $\beta \in \{e, \mu, \tau\}$ zu berechnen, wird das Betragsquadrat des

¹Die Matrixelemente in der Glg. (2.11) sind im Vergleich zur Beschreibung der Flavourzustände durch die Massenzustände in Glg. (2.9) komplex konjugiert. Die Wellenfunktion des Elektronneutrinos geht als adjungierter Spinor $\bar{\psi}(p_1)$ in den Wechselwirkungsterm in der Form $\bar{\psi}(p_1)W\psi(p_2)$ ein, wobei W die Wechselwirkungsmatrix beschreibt und $\psi(p_2)$ den Spinor des in der Wechselwirkung entstehenden Elektrons. Die Zuordnung zu den Spinoren wird durch das Feynman-Diagramm zu diesem Vertex erhalten, dabei werden die Feynman-Linien rückwärts verfolgt (entgegengesetzt der Pfeile im Diagramm) und in der Reihenfolge als $\psi(p_1)$ und $\psi(p_2)$ definiert. Dadurch wird auch deutlich, warum zur Beschreibung des Antineutrinos gerade die komplex-konjugierten Matrixelemente benötigt werden, da hier die Pfeile gerade umgekehrt sind.

Skalarprodukt $\langle \nu_\beta | \psi(L) \rangle$ gebildet. Allgemein gilt somit

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \left| \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-i\phi_k} \right|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i\Delta_{jk}}, \quad (2.15)$$

wobei

$$\Delta_{ji} = \frac{\phi_j - \phi_i}{2} = \frac{(m_j^2 - m_i^2)L}{4E_\nu}. \quad (2.16)$$

Nach einigen Umformungen² ergibt sich auf diese Weise z.B. die Überlebenswahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= |\langle \nu_e | \psi(L, t) \rangle|^2 \\ &\approx 1 - 4|U_{e1}|^2|U_{e2}|^2 \sin^2(\Delta_{21}) \\ &\quad - 4|U_{e1}|^2|U_{e3}|^2 \sin^2(\Delta_{31}) - 4|U_{e2}|^2|U_{e3}|^2 \sin^2(\Delta_{32}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

für ein Elektroneneutrino. Aus der Definition von Δ_{ji} wird auch ersichtlich, dass die Neutrinos massebehaftet sein müssen und dass die Massen der Neutrinos nicht den gleichen Wert annehmen dürfen, um Neutrinooszillationen zu ermöglichen. Wäre dies der Fall, würde stets $\Delta_{ji} = 0$ gelten und somit auch $\sin^2(\Delta_{ji}) = 0$. So wäre z.B. $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ stets 1 und es würde keine Neutrinooszillation stattfinden. Von den drei Massenunterschieden $\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2$, $\Delta m_{31}^2 = m_3^2 - m_1^2$ und $\Delta m_{32}^2 = m_3^2 - m_2^2$ sind nur zwei unabhängig, da gilt:

$$\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2. \quad (2.18)$$

Die PMNS-Matrix wird für ein Dirac-Teilchen³ durch vier reelle Parameter charakterisiert, wobei drei Mischungswinkel θ_{12} , θ_{13} und θ_{23} und eine CP-verletzende Phase δ zu bestimmen sind. Die PMNS-Matrix ergibt sich zu

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{21}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{21}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

wobei $c_{ij} = \cos(\theta_{ij})$ und $s_{ij} = \sin(\theta_{ij})$.

Theoretische Beschreibung von Neutrinooszillationen in Materie

Bisher wurden nur Neutrinooszillationen im Vakuum betrachtet. Propagiert ein Neutrino jedoch durch Materie, wechselwirkt es mit dieser, also mit den Elektronen, Neutro-

²siehe hierzu [9]

³Im Standardmodell der Teilchenphysik sind Neutrinos und Antineutrinos Dirac-Teilchen, welche durch eine C-Konjugation (siehe Abschnitt 2.2.3) in einander überführt werden können $\nu_\alpha \xrightarrow{C} \bar{\nu}_\alpha$. Wären Neutrinos jedoch tatsächlich Majorana-Teilchen würde $\nu_\alpha = \bar{\nu}_\alpha$ gelten. Eine direkte Auswirkung wären zwei zusätzliche Phasen in der PMNS-Matrix, welche jedoch keine Auswirkung auf die Neutrinooszillationen haben. Für eine ausführlichere Darstellung siehe [10].

nen und Protonen. Neutrinos aller drei Flavour können mit den Materieteilchen durch neutrale-Ströme-Reaktionen wechselwirken. Dies entspricht einem zusätzlichen Potential im Hamilton-Operator, welches jedoch bei neutralen-Ströme-Reaktionen alle Flavour gleich stark beeinflusst. Da für Neutrinooszillationen gerade der Unterschied zwischen den Flavourn von Bedeutung ist, liefern nur die geladenen-Ströme-Reaktionen von den Materielektronen mit den Elektronneutrinos bzw. Antielektronneutrinos einen effektiven Beitrag, welcher als zusätzliches Potential nur für Elektronneutrinos im Hamilton-Operator auftaucht. Dabei entspricht das Potential für Antielektronneutrinos gerade dem Negativen des Potentials für Elektronneutrinos. Dies führt zu einer Veränderung der Übergangswahrscheinlichkeiten in den Neutrinooszillationen.

Ein Beispiel hierfür ist in Abb. 2.4 gezeigt. Dabei wurde die Übergangswahrscheinlichkeit $P_M(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ (grüne Linie) und $P_M(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$ (blaue Linie) für den Zwei-Flavour-Fall berechnet, wobei eine Baseline von 31 km und eine Massendichte von 31 g/cm^3 angenommen wurde. Bei diesen Parametern wurde bei einer Neutrinoenergie $E_\nu \approx 13 \text{ MeV}$ gerade der Resonanzpunkt getroffen, bei welchem der Unterschied zwischen den Übergangswahrscheinlichkeiten von Teilchen und Antiteilchen maximal wird.

An diesem Graphen ist zu sehen, dass die Übergangswahrscheinlichkeiten aufgrund des Materieeffekts deutlich variieren können und dass es von großer Bedeutung ist den Einfluss des Materieeffekts von anderen Ursachen, wie z.B. der CP-Verletzung (siehe Abschnitt 2.2.3) abzugrenzen. Für eine ausführlichere Darstellung des Materieeffekts siehe [10].

Messung der Oszillationsparameter

Messbarkeit und Näherungen Bevor die Messung der einzelnen Parameter konkret besprochen werden soll, wird im Folgenden ein Überblick über die Messbarkeit von Oszillationsparametern bei variierender Neutrinoenergie E_ν und Strecke L zwischen Neutrinoquelle und Detektor, sowie die Anwendbarkeit von verschiedenen Näherungen gegeben.

Als erstes wird der Oszillationsterm $\Delta_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E_\nu}$ betrachtet. Hier wird zwischen drei Größenordnungen dieses Terms unterschieden. Zum einen kann $\Delta_{ij} \ll 1$ sein und damit kann $\sin^2(\Delta_{ij})$ näherungsweise gleich null gesetzt werden. In diesem Fall konnte sich die entsprechende Schwingung noch nicht ausbilden. Eine weitere Möglichkeit ist ein Wert von $\Delta_{ij} \gg 1$, wobei die Sinusschwingung sehr schnell oszilliert. Bei limitierter Energieauflösung des Detektors ist es somit eine gute Näherung den Mittelwert $\langle \sin(\Delta_{ij}) \rangle = \frac{1}{2}$ zu verwenden. In diesen beiden Bereichen ist somit die Δ_{ij} -Schwingung näherungsweise energieunabhängig, abgesehen von sehr großen Änderungen, welche dazu führen, dass die vorherige Einteilung in $\Delta_{ij} \ll 1$ und $\Delta_{ij} \gg 1$ nicht mehr gültig ist. Der dritte Wertebereich befindet sich bei $\Delta_{ij} \approx 1$. Bei solchen Parametern muss die Energie- und Wegstreckenabhängigkeit in der Oszillationswahrscheinlichkeit beibehalten werden und eine Messung

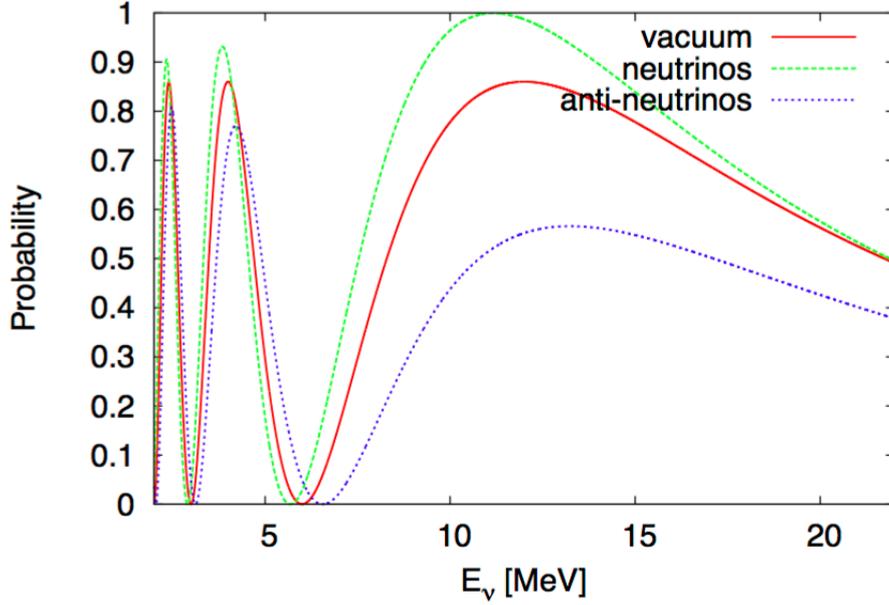


Abbildung 2.4: Auswirkung des Materieeffekts auf die Übergangswahrscheinlichkeit $P_M(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ (grüne Linie) und $P_M(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$ (blaue Linie). Die Graphen wurden für den Zwei-Flavour-Fall berechnet, wobei eine Baseline von 31 km und eine Massendichte von 31 g/cm^3 angenommen wurde. Zum Vergleich ist auch die Übergangswahrscheinlichkeit im Vakuum gegeben, wobei es im Zwei-Flavour-Fall keine CP-verletzende Phase gibt und somit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu) = P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ gilt [11].

der entsprechenden Massendifferenz Δm_{ij}^2 ist möglich.

Mithilfe dieser Einteilung kann überprüft werden, welche Experimente auf die verschiedenen Massendifferenzen sensitiv sind. Zum Beispiel kann ein Reaktor-neutrinoexperiment mit einer typischen Neutrinoenergie im MeV-Bereich und einer Strecke zwischen Quelle und Detektor von $\approx 100 \text{ km}$ Massendifferenzen in der Größenordnung von 10^{-5} eV^2 auflösen, in welcher gerade der Wert von Δm_{21}^2 liegt.

Außerdem kann durch Näherungen die Formel für die Übergangswahrscheinlichkeit vereinfacht werden. So gibt es zwei Parameter in dieser, welche nur sehr kleine Werte besitzen. Zum einen ist der Quotient $\frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{32}^2}$ der Massendifferenzen mit ≈ 0.03 sehr gering. So kann bei Experimenten, welche nicht auf Δm_{21}^2 sensitiv sind, die entsprechende Sinusschwingung vernachlässigt werden. Dies wurde bereits durch die Beschreibung der verschiedenen Wertebereiche von Δ_{ij} motiviert. Dies bedeutet aber wiederum, dass die beiden anderen Massendifferenzen zu $\Delta m_{atm}^2 := \Delta m_{32}^2 \approx \Delta m_{31}^2$ gleichgesetzt werden.

Zudem ist der Wert des Matrixelements $|U_{e3}|^2 = \sin^2(\theta_{13}) \approx 0.02$ sehr klein und kann in bestimmten Fällen vernachlässigt werden.

Messung von θ_{12} und Δm_{21}^2 Diese Größen werden häufig solare Parameter genannt, da sie zuerst von den bereits beschriebenen Experimenten gemessen wurden, welche solare Neutrinos verwenden.

Die Überlebenswahrscheinlichkeit der Elektronneutrinos in der Sonne wird vom Materieeffekt beeinflusst, wobei dieser abhängig von der Energie der Neutrinos unterschiedlich stark wirkt. Dabei wird die Oszillationswahrscheinlichkeit der niederenergetischen pp-Neutrinos kaum verändert und näherungsweise gilt $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \frac{1}{2} \sin^2(\theta_{12})$. Dagegen werden die hochenergetischen ${}^8\text{B}$ -Neutrinos stärker beeinflusst und es gilt $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \approx \sin^2(\theta_{12})$. In der Energieregion zwischen diesen beiden ändert sich die Überlebenswahrscheinlichkeit in kontinuierlicher Form.

Außerdem hat das Reaktor-neutrino-Experiment KamLAND, welches einen Detektor im Mittel 180 km entfernt von mehreren Reaktoren besitzt, zur Präzisionsmessung dieser Parameter beigetragen. Die Überlebenswahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ ist in der Näherung von verschwindendem U_{e3}

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E_\nu}\right). \quad (2.20)$$

Bei einer mittleren Neutrinoenergie von 3 MeV kann gerade eine Massendifferenz in der Größenordnung 10^{-5} eV^2 gemessen werden. Somit wurden die solaren Parameter zu [12]

$$\begin{aligned} \sin^2(\theta_{12}) &= 0.307 \pm 0.013 \\ \Delta m_{21}^2 &= (7.53 \pm 0.18) \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

bestimmt. Mithilfe von solaren Neutrinos und dem Materieeffekt konnte auch das Vorzeichen der Massendifferenz Δm_{21}^2 bestimmt werden.

Messung von θ_{23} und $|\Delta m_{32}^2|$ Diese atmosphärischen Parameter wurden auch nach der Neutrinoquelle benannt, mithilfe derer sie als erstes gemessen wurden. Dabei wurde die Überlebenswahrscheinlichkeit von atmosphärischen Myonneutrinos $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ beobachtet, für welche mit der Näherung $U_{e3} = 0$ und $\Delta m_{21}^2 = 0$ der 2-Flavour-Fall eintritt und

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \approx 1 - \sin^2(2\theta_{23}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E_\nu}\right) \quad (2.22)$$

gilt. Das Verschwinden von atmosphärischen Myonneutrinos wurde zuerst beim Super-Kamiokande-Experiment entdeckt. Zur präzisen Messung der atmosphärischen Parameter haben auch Beschleuniger-Experimente, wie MINOS und T2K beigetragen, welche

ebenfalls die Überlebenswahrscheinlichkeit $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ beobachten. Somit konnten [12]

$$\begin{aligned}\sin^2(\theta_{23}) &= 0.51(0.50) \pm 0.04 \\ |\Delta m_{32}^2| &= (2.45(2.52) \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2\end{aligned}\tag{2.23}$$

bestimmt werden. Dabei entsprechen die ersten Werte, denen bei normaler Massenhierarchie und die eingeklammerten denen bei invertierter. Daran ist auch zu erkennen, dass die Näherung aus Glg. (2.22) natürlich die Realität nicht exakt widerspiegelt. Bei längeren Wegstrecken in Materie muss auch der Materieeffekt berücksichtigt werden, welcher sich bei invertierter und normaler Massenhierarchie in den Neutrinooszillationen anders auswirkt. Einige Beschleunigerexperimente (z.B. DUNE, vgl. Abschnitt 2.2.4) werden den Materieeffekt gezielt ausnutzen, um somit die Massenhierarchie zu bestimmen.

Messung von θ_{13} Der letzte Mischungswinkel θ_{13} wurde mithilfe von Anti-Elektron-Neutrinos aus Kernkraftwerken in den Experimenten Daya-Bay, RENO und Double Chooz bestimmt, welche ebenfalls die Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ vermessen. Dabei wurden Detektoren verwendet, welche ≈ 1 km von der Neutrinoquelle entfernt lagen. Bei dieser Wegstrecke ist die Δ_{21} -Schwingung vernachlässigbar und es gilt näherungsweise

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2(\theta_{13}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E_\nu}\right).\tag{2.24}$$

Somit konnte der fehlende Mischungswinkel [12]

$$\sin^2(\theta_{13}) = (2.10 \pm 0.11) \cdot 10^{-2}\tag{2.25}$$

gemessen werden.

2.2 Offene Fragen der Neutrinophysik

Eine Schwierigkeit in der heutigen Neutrinophysik ist die Entartung der Übergangswahrscheinlichkeiten bei jeweils verschiedenen, noch nicht bestimmten Parametern. So kann bei variierenden Werten von δ_{CP} , dem Oktanten von θ_{23} und der invertierten bzw. normalen Massenhierarchie trotzdem die gleiche Übergangswahrscheinlichkeit erhalten werden. Deshalb ist es wichtig, die Ergebnisse von verschiedenen Neutrinoexperimenten zu vereinen. Dabei gibt es unter den Experimenten Unterschiede bei den Neutrinoquellen und der Detektorart, was wiederum unabdingbar ist, um eine komplementäre Analyse durchzuführen. In diesem Abschnitt werden zunächst einige Neutrinoquellen besprochen, wobei

Beschleuniger-, atmosphärische und Reaktor-neutrinos vorgestellt werden. Im Abschnitt 2.2.2 und 2.2.3 wird respektive auf die offenen Fragen der Massenhierarchie und der CP-Verletzung eingegangen. Dabei wird zunächst die Bedeutung der beiden Begriffe erklärt und in Abschnitt 2.2.4 aktuelle und geplante Experimente zur Lösung dieser Fragen besprochen.

2.2.1 Neutrinoquellen

Beschleunigerneutrinos Mithilfe der Verwendung eines Beschleunigers ist es möglich, einen intensiven Neutrinostrahl zu erzeugen. Dabei wird im Folgenden auf die konventionelle Methode eingegangen, welche einen Myon-neutrino- oder Antimyon-neutrinostrahl produziert. Bei dieser müssen zunächst innerhalb des Beschleunigers Protonen auf die Energie von einigen GeV gebracht und anschließend auf ein stationäres Target gelenkt werden. Bei der Kollision entstehen viele hochenergetische Sekundärteilchen, aus welchen durch Magnetfelder die Pionen und Kaonen in die Richtung gelenkt werden, in welcher der Neutrinostrahl verlaufen soll. Je nachdem wie das Magnetfeld eingestellt ist, werden entweder die positiven oder negativen Kaonen und Pionen selektiert. In der darauffolgenden Zerfallsröhre laufen somit die dominanten Zerfälle

$$\begin{aligned} \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu & \text{und} & & K^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ & & & & & \text{oder} \\ \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu & \text{und} & & K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \end{aligned} \quad (2.26)$$

ab. Dennoch besitzt der so entstandene Neutrinostrahl eine Verunreinigung von 1% von Elektron-neutrinos bzw. Elektron-antineutrinos [13].

Beschleunigerneutrinoexperimente verwenden häufig zwei Detektoren. Dabei liegt einer nah an der Neutrinoquelle, um die anfängliche Beschaffenheit des Neutrinostrahls zu vermessen und die so erhaltenen Daten mit denen aus dem Ferndetektor zu vergleichen. Außerdem kann der Ferndetektor etwas versetzt zur Hauptachse (Off-Axis) des Neutrinostrahls liegen. Dies hat den Vorteil, dass das Spektrum der Neutrinoenergie monochromatischer wird. Dies wird deutlich, wenn die Abhängigkeit der Neutrinoenergie E_ν vom Winkel θ zur Hauptachse des Strahls und von der Energie z.B. des Pions E_π [12]

$$E_\nu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2(E_\pi - p_\pi \cos(\theta))} \quad (2.27)$$

betrachtet wird, wobei m_μ die Masse des entstandenen Myons und p_π der Impuls des Pions ist. Auf der Hauptachse des Strahls ($\theta = 0$) gilt $E_\nu \propto E_\pi$, wenn $E_\pi \gg m_\pi$. Je größer jedoch der Winkel θ wird, desto flacher wird die Energieverteilung der Neutrinos

in Abhängigkeit der Energie des Pions, aber desto geringer auch die gemittelte Energie der Neutrinos.

Bei einem Experiment, welches mit einem Myonneutrinostrahl arbeitet, können die Überlebenswahrscheinlichkeit $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ und die Auftauchwahrscheinlichkeiten $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ und $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau)$ untersucht werden. Dabei werden bei der Messung der Überlebenswahrscheinlichkeit die Oszillationsparameter θ_{23} und Δm_{23} bestimmt, sowie bei der Messung von $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ die Größen θ_{13} und δ_{CP} . Außerdem können bei einer genügend langen Baseline⁴ Aussagen über die Massenhierarchie aufgrund des Materieeffekts getroffen werden.

Atmosphärische Neutrinos Beim Auftreffen von kosmischer Strahlung auf die Atmosphäre entstehen eine Vielzahl hochenergetischer Teilchen, unter welchen auch Kaonen und Pionen sind. Wie in Glg. 2.26 gezeigt, zerfallen diese in Myonen/Antimyonen und Antimyonneutrinos/Myonneutrinos. Die Myonen bzw. Antimyonen gehen wiederum den Zerfall

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\tag{2.28}$$

ein. Die so entstandenen Neutrinos werden atmosphärische Neutrinos genannt. Ihre Energie liegt in einem weiten Energiebereich, wobei der Fluss mit der Energie abnimmt. Grob kann der für Neutrinoexperimente interessante Bereich zu unter einem GeV bis zu mehreren TeV abgeschätzt werden. Im Detektor kann abhängig von der Richtung des eintreffenden Neutrinos bestimmt werden, ob und welche Wegstrecke es innerhalb der Erde zurückgelegt hat. So wird auch bestimmt, wie stark der Materieeffekt die Neutrinooszillationen beeinflusst haben kann.

Reaktorneutrinos In Kernreaktoren wird eine hohe Anzahl von Neutrinos (ungefähr $10^{20} \nu_e s^{-1}$ pro Reaktorkern [14]) produziert, welche für Neutrinoexperimente genutzt werden können. So entstehen z.B. bei der Spaltung von ^{235}U und dem anschließenden β -Zerfall der instabilen Produkte im Mittel ca. sechs Antielektronneutrinos. Die Energie der Beschleunigerneutrinos liegt zwischen 1 und 12 MeV. Aufgrund der relativ geringen Energie der Neutrinos und nur kurzen Baselinelängen, z.B. bei JUNO nur ≈ 50 km, kann der Materieeffekt vernachlässigt werden. In Reaktorneutrinoexperimenten wird die Überlebenswahrscheinlichkeit der Antielektronneutrinos $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ gemessen. Diese ist in Abschnitt 2.2.2 für ein Elektronneutrino mit der Energie 5 MeV aufgetragen, welche im mittleren Bereich des Spektrums der Reaktorneutrinoenergie liegt. Dabei wurde der Materieeffekt außer Acht gelassen. An der Abb. 2.6 wird auch ersichtlich, dass aufgrund der Energie der

⁴Dabei ist mit Baseline die Wegstrecke zwischen Neutrinoquelle und Detektor gemeint.

Neutrinos im MeV-Bereich die Oszillation der Übergangswahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ schon nach relativ kurzen Wegstrecken sichtbar wird. Die Übergangswahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$ kann deswegen jedoch nicht gemessen werden, da die Energie nicht ausreicht, um ein μ^+ -Lepton zu produzieren.

2.2.2 Massenhierarchie

Eine bislang ungeklärte Frage der Neutrino-Physik ist die der Massenhierarchie. Bisher bekannt ist die Massendifferenz Δm_{21}^2 und der Betrag von Δm_{32}^2 . Somit kann entweder die normale ($m_1 < m_2 < m_3$) oder invertierte ($m_3 < m_1 < m_2$) Massenhierarchie realisiert sein (vgl. Abb. 2.5). Dies bedeutet für die Berechnung von Δm_{31}^2

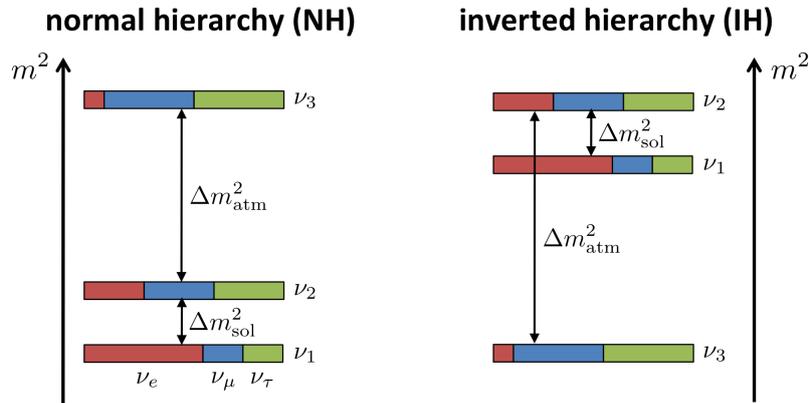


Abbildung 2.5: Schematische Abbildung der normalen (links) und invertierten (rechts) Massenhierarchie. Dabei entspricht $\Delta m_{sol}^2 = \Delta m_{21}^2$ und $\Delta m_{atm}^2 = \Delta m_{32}^2$, welche bei Experimenten mit solaren bzw. atmosphärischen Neutrinos bestimmt wurden. [15].

$$\text{normale Hierarchie: } \Delta m_{31}^2 = |\Delta m_{21}^2| + |\Delta m_{32}^2| > 0$$

$$\text{invertierte Hierarchie: } \Delta m_{31}^2 = |\Delta m_{21}^2| - |\Delta m_{32}^2| < 0.$$

Auswirkung der Massenhierarchie auf Neutrinooszillationen

Vakuum Setzt man die zwei möglichen Werte für Δm_{31}^2 jeweils in die Übergangswahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned}
 P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= 1 - A_{21} \sin^2(\Delta_{21}) - A_{31} \sin^2(\Delta_{31}) - A_{32} \sin^2(\Delta_{32}) \\
 A_{21} &= 4 \cos^2(\theta_{12}) \sin^2(\theta_{12}) \cos^4(\theta_{13}) \approx 0.57 \\
 A_{31} &= 4 \cos^2(\theta_{12}) \sin^2(\theta_{13}) \cos^2(\theta_{13}) \approx 0.08 \\
 A_{32} &= 4 \sin^2(\theta_{12}) \sin^2(\theta_{13}) \cos^2(\theta_{13}) \approx 0.03
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

ein, ergeben sich für eine Neutrinoenergie von $E_{\nu_e} = 5 \text{ MeV}$ die Graphen in Abb. 2.6.

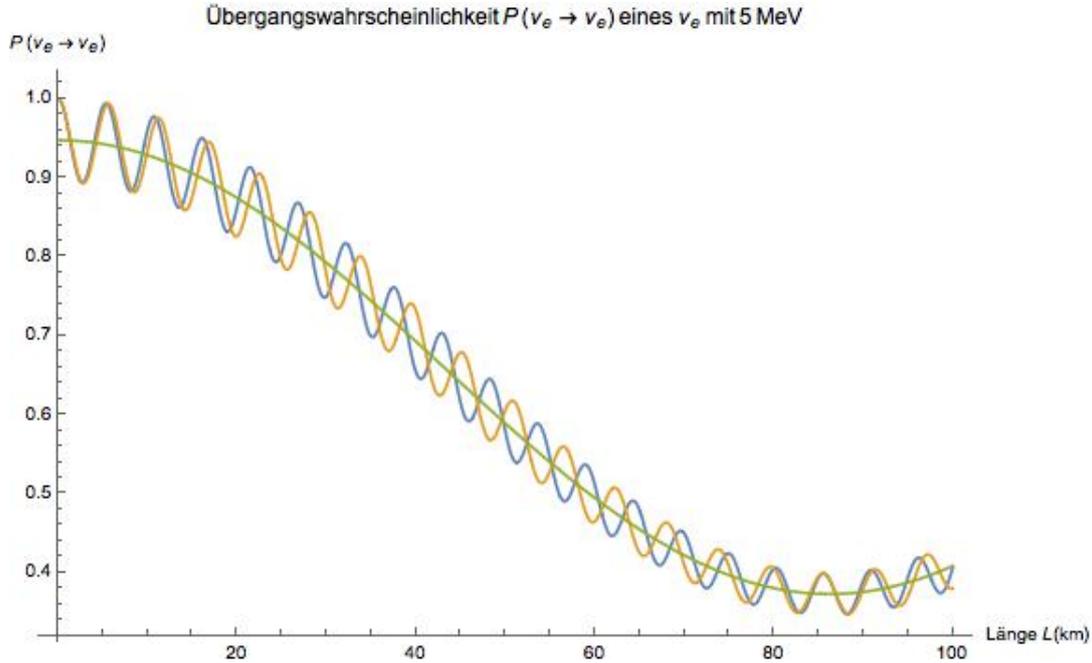


Abbildung 2.6: Übergangswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ eines Elektronneutrinos der Energie 5 MeV, wobei die orange Linie die Übergangswahrscheinlichkeit bei invertierter Hierarchie und die blaue Linie bei normaler Hierarchie zeigt. Die grüne Linie stellt $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ dar, wenn über die Oszillationen, welche von Δ_{31} und Δ_{32} verursacht werden, gemittelt wird.

Die Übergangswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ kann durch den Vergleich der tatsächlich detektierten und der ohne Neutrinooszillation erwarteten Elektronneutrinos bestimmt werden.

Je nachdem ob die Frequenz der überlagerten Δ_{31} und Δ_{32} Schwingung von $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ der Frequenz bei normaler oder invertierter Hierarchie folgt, kann also festgestellt werden, welche Massenhierarchie vorliegt. Dabei oszilliert die Δ_{31} -Schwingung bei normaler Massenhierarchie schneller als bei der invertierten, da der Betrag von $|\Delta m_{31}^2|$ größer ist. Aufgrund dieser unterschiedlichen Frequenzen variiert auch der Phasenunterschied der beiden Schwingungen, welcher sich bis zu Kilometer 10 kaum ausbilden konnte, am stärksten ungefähr bei 50 km ausgeprägt ist und im Minimum der großen $\sin^2(\Delta_{21})$ -Schwingung bei ca. 85 Kilometern wieder verschwindet.

Materie Im 3-Flavour-Modell hat die Massenhierarchie Auswirkungen auf die Übergangswahrscheinlichkeiten in Materie. Dies liegt daran, dass die Größe $\Delta m_{31}^2/(2EV)$ den Unterschied zwischen Neutrinooszillationen in Materie und in Vakuum bestimmt. Dabei ist E die Energie des Neutrinos und V das Materiepotential $V = \sqrt{2}G_F n_e(t)$ für Elektronneutrinos mit der Fermi-Konstante G_F und der zeitabhängigen Elektronendichte $n_e(t)$. Wenn von einer konstanten Materiedichte ausgegangen wird, ist die Elektronendichte zeitunab-

hängig und somit $n_e(t) = n_e$. Das Materiepotential V ist für Antielektronneutrinos gerade $-V$ und damit ist beim Anheben der Übergangswahrscheinlichkeit für Elektronneutrinos durch den Materieeffekt, die Übergangswahrscheinlichkeit für Antielektronneutrinos unterdrückt.

Mithilfe des gleichen Prinzips wird auch die Änderung der Übergangswahrscheinlichkeit bei normaler und invertierter Massenhierarchie erklärt, da der Vorzeichenwechsel von Δm_{31}^2 einen Vorzeichenwechsel der Größe $\Delta m_{31}^2/(2EV)$ bewirkt.

Der Bereich bei dem diese Differenz maximal wird, ist die sogenannte Resonanzregion, welche bei

$$E \approx \frac{\Delta m_{31}^2}{2V} \quad (2.30)$$

liegt. In Abb. 2.7 wurde die Übergangswahrscheinlichkeit $P_M(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ für eine Baselinlänge von 1300 km bei normaler Massenhierarchie (blaue Linie) und bei invertierter Massenhierarchie (rote Linie) im Vergleich zu $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ im Vakuum aufgetragen. Zu sehen ist, dass bei einer Neutrinoenergie von $E \approx 3$ GeV die Differenz zwischen Übergangswahrscheinlichkeiten bei normaler und invertierter Massenhierarchie am größten ist, dies ist der angesprochene Resonanzbereich

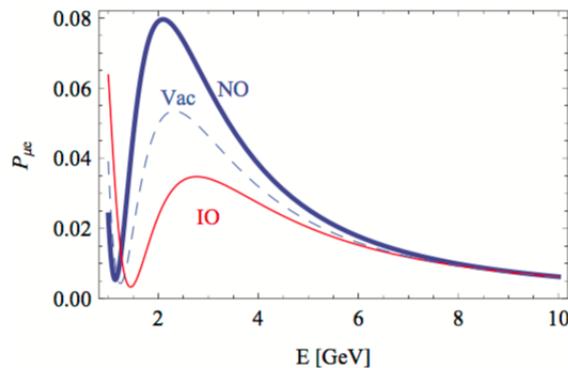


Abbildung 2.7: Auswirkung des Materieeffekts auf die Übergangswahrscheinlichkeit $P_M(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ für eine Baselinlänge von 1300 km bei normaler Massenhierarchie (blaue Linie) und bei invertierter Massenhierarchie (rote Linie) im Vergleich zu $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ im Vakuum mit den Oszillationsparametern aus [16], z.B. $\delta_{CP} \approx -1/2\pi$ [17].

2.2.3 CP-Verletzung

Die Nichteinhaltung der CP (charge-conjugation parity)-Invarianz wird CP-Verletzung genannt. Dabei werden die beiden diskreten Symmetrie-Transformationen der Ladungskonjugation und der Parität nacheinander ausgeführt.

Bei der Paritäts-Transformation werden die Ortskoordinaten x, y und z am Ursprung

gespiegelt, also

$$x \rightarrow -x, \quad y \rightarrow -y, \quad z \rightarrow -z, \quad t \rightarrow t \quad (2.31)$$

mit der Zeit t . Daraus ergibt sich auch, dass der Impuls \vec{p} zu $-\vec{p}$ transformiert wird.

Die Ladungskonjugation wiederum transformiert Teilchen in deren Antiteilchen.

Bei einer geladenen-Ströme-Reaktion sind diese beiden Symmetrien nicht einzeln erhalten. Dies liegt daran, dass nur sogenannte linkshändige chirale Teilchen und rechtshändige chirale Antiteilchen an einem erlaubten Vertex mit dem W^\pm -Boson vorhanden sein können.

Die Zuordnung in rechts- oder linkshändige chirale Zustände erfolgt dabei durch die Eigenwerte des Eigenzustands der γ^5 -Matrix, welche ± 1 annehmen können. Dabei ist ein Zustand mit dem Eigenwert $+1$ ein rechtshändiger chiraler Zustand und ein Zustand mit dem Eigenwert -1 ein linkshändiger Zustand. Die γ^5 -Matrix kommutiert jedoch im Allgemeinen nicht mit dem Dirac-Hamilton-Operator, das bedeutet, dass Hamilton-Operator und die γ^5 -Matrix keine gemeinsamen Eigenzustände haben und somit die Chiralität im Allgemeinen keine Erhaltungsgröße ist. Für masselose Fermionen und im Grenzfall $E \gg m$ fallen jedoch die Eigenzustände von der γ^5 -Matrix (näherungsweise) mit denen des Helizitäts-Operators zusammen.

Die Größe der Helizität ist definiert als normalisierter Anteil des Spins entlang der Flugrichtung des Teilchens,

$$h := \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}, \quad (2.32)$$

wobei \vec{S} der Spin und \vec{p} der Impuls des Teilchen ist. Die Eigenwerte des dazugehörigen Helizitäts-Operators \hat{h} sind $\pm \frac{1}{2}$. Dieser Operator kommutiert mit dem Hamilton-Operator und damit stellen die Eigenzustände des Helizitäts-Operators Teilchen- oder Antiteilchenzustände da. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Helizität im Gegensatz zur Chiralität nicht lorentzinvariant ist, denn wenn die Teilchen massebehaftet sind und damit eine Geschwindigkeit kleiner der Lichtgeschwindigkeit besitzen, ist es stets möglich ein Inertialsystem zu finden, in welchem die Flugrichtung entgegengesetzt ist. Da sich der Spin beim Wechsel in ein anderes Inertialsystem jedoch nicht ändert, ist auch die Helizität entgegengesetzt.

Beim Betrachten des Falles von masselosen Fermionen bzw. Fermionen mit $E \gg m$, was bei Neutrinos aufgrund ihrer sehr geringen Masse angenommen werden kann, ist die Helizität jedoch lorentzinvariant und wie angesprochen sind somit auch die Eigenzustände des Chiralitätsoperators Teilchenzustände.

Nun wird ein erlaubter Vertex mit einem linkshändigen Teilchen u_L und einem rechtshändigen Antiteilchen \bar{u}_R betrachtet und die Symmetrietransformation der Ladungskonjugation darauf angewandt. So ergibt sich ein nicht erlaubter Vertex mit einem rechtshändigen

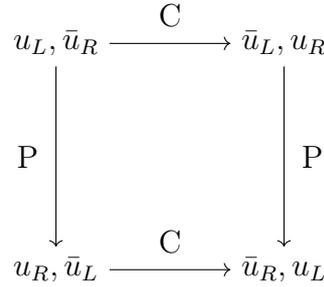


Abbildung 2.8: Verhalten von Teilchen u und Antiteilchen \bar{u} bei der Paritätstransformation (P) und Ladungskonjugation (C)

Teilchen u_R und einem linkshändigen Antiteilchen \bar{u}_L .

Wird wiederum die Paritätstransformation auf einen erlaubten Vertex angewandt, wird durch die Transformation von \vec{p} zu $-\vec{p}$ und da der Spin unverändert bleibt, auch die Helizität und damit die Chiralität gerade umgekehrt. Somit ergibt sich wiederum ein unerlaubter Vertex.

Werden diese beiden Transformationen jedoch hintereinander ausgeführt, ergibt sich wieder ein linkshändiges Teilchen und ein rechtshändiges Antiteilchen und damit ein erlaubter Vertex. Diese Zusammenhänge sind in Abb. 2.8 aufgezeichnet.

CP-Verletzung in den Neutrinooszillationen

Vakuum Mithilfe von Neutrinooszillationen kann die CP-Verletzung in der schwachen Wechselwirkung bestätigt werden. Die Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ wird unter der CP-Transformation zu $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$. Sie berechnet sich nach Glg. (2.15) aus

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |U_{e1}^* U_{\mu 1} e^{-i\theta_1} + U_{e2}^* U_{\mu 2} e^{-i\theta_2} + U_{e3}^* U_{\mu 3} e^{-i\theta_3}|^2. \quad (2.33)$$

Daraus kann nun die Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$ erhalten werden, in dem die Matrix-Elemente komplex-konjugiert werden. Es ergibt sich also

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu) = |U_{e1} U_{\mu 1}^* e^{-i\theta_1} + U_{e2} U_{\mu 2}^* e^{-i\theta_2} + U_{e3} U_{\mu 3}^* e^{-i\theta_3}|^2. \quad (2.34)$$

Dies bedeutet somit, dass $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ ungleich $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$ ist, solange die Matrixelemente nicht reell sind. Da die CP-verletzende Phase δ als einziger Parameter der PMNS-Matrix in einer komplexen Größe enthalten ist ($e^{i\delta}$ bzw. $e^{-i\delta}$), kann nur dieser eine CP-Verletzung bewirken.

Dabei ist zu bemerken, dass die CP-Verletzung nicht in Experimenten beobachtet werden kann, welche die Überlebenswahrscheinlichkeit eines Flavours α messen, also $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha)$. Das ist daran zu erkennen, dass bei der Berechnung dieser Oszillationswahrscheinlichkeit

das Betragsquadrat der einzelnen Matrixelemente eingeht und somit stets

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\alpha) = \sum_{k,j} |U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2 e^{-i\Delta_{jk}} \quad (2.35)$$

gilt.

Materie Die Unterscheidung zwischen CP-Verletzung und Materieeffekt bei Veränderungen der Übergangswahrscheinlichkeiten ist besonders bei Beschleunigerexperimenten mit langer Baseline und Experimenten, welche mit atmosphärischen Neutrinos arbeiten, wichtig, um über die CP-verletzende Phase δ_{CP} und die Massenhierarchie Aussagen treffen zu können. Bei diesen Experimenten hat der Materieeffekt im Gegensatz zu Experimenten mit kurzen Baselines einen größeren Einfluss.

Der Unterschied ΔP zwischen den Übergangswahrscheinlichkeiten $P_M(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ und $P_M(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ in Materie

$$\Delta P = P_M(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - P_M(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) \quad (2.36)$$

kann in drei Teile ΔP_1 , ΔP_2 und ΔP_3 aufgeteilt werden. Die Herleitung und Formeln sind in [18] zu finden. Im Folgenden wird nur das charakteristische Verhalten beschrieben. Dabei sind ΔP_1 und ΔP_2 vom Materieeffekt beeinflusst, der Anteil ΔP_3 jedoch von der CP-verletzenden Phase. Eine Differenzierung ist möglich, da sich die L/E -Abhängigkeit dieser Anteile unterscheidet. Als Beispiel ist in Abb. 2.9 ΔP_3 in Abhängigkeit von L/E aufgezeichnet. Es wird deutlich, dass die Einhüllende von ΔP_3 linear mit L/E zunimmt. Im Gegensatz dazu nimmt die Einhüllende von $\Delta P_1/L$ mit L/E ab und bei $\Delta P_2/L$ bleibt sie mit variierendem L/E konstant. Somit ist ΔP_3 für große L/E dominierend. Es gibt zwei

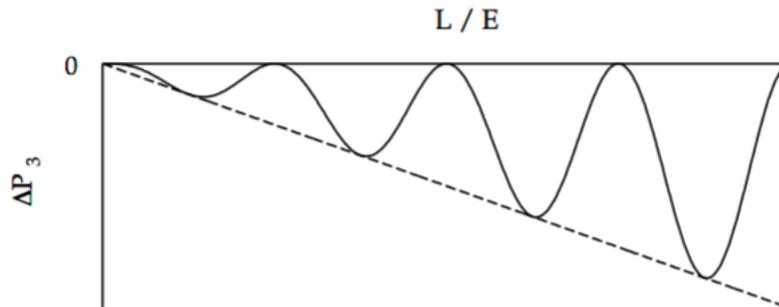


Abbildung 2.9: Anteil ΔP_3 der Differenz ΔP zwischen Übergangswahrscheinlichkeiten $P_M(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ und $P_M(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ in Materie, welcher von der CP-verletzenden Phase abhängt. Die Einhüllende nimmt linear mit L/E zu. [18].

Möglichkeiten die Anteile voneinander zu trennen und deren Parameter zu bestimmen. Zum einen können in einem Experiment über einen weiten Energiebereich Messungen

der Übergangswahrscheinlichkeit vorgenommen und deren L/E -Entwicklung analysiert werden. Andererseits können auch zwei Experimente mit fester Energie E_i und festem L_i , also fester Baseline-Länge betrachtet werden, wobei gilt $L_1/E_1 = L_2/E_2$. Der Unterschied der Übergangswahrscheinlichkeiten $P_i(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ zwischen den beiden Experimenten wird nicht von den Neutrinooszillationen im Vakuum und der CP-Verletzung beeinflusst und hängt somit nur vom Materieeffekt ab [18].

2.2.4 Experimente

Aktuelle Experimente

NO ν A Das NO ν A (NuMI Off-Axis ν_e Appearance)-Experiment ist seit Oktober 2014 in Betrieb und verwendet einen Neutrinostrahl, welcher im Fermilab in Chicago produziert wird. Schon am Namen des Experiments ist zu erkennen, dass es das Auftauchen von Elektronneutrinos in einem Myonneutrinostrahl detektiert. Zusätzlich wird jedoch auch die Überlebenswahrscheinlichkeit von Myonneutrinos gemessen. Der Ferndetektor des NO ν A-Experiments liegt in Minnesota, 810 km vom Fermilab entfernt und liegt etwas versetzt zur Hauptachse (Off-Axis, hier 0.8° Versetzung [19]) des Neutrinostrahls, welcher bei seiner Produktion eine Breite von ungefähr 2 m besitzt, sich aber bis zum Detektor auf einige Kilometer aufgeweitet hat. In dieser Position durchqueren Neutrinos den Detektor, deren Energieverteilung um 2 GeV konzentriert ist. Die Detektoren des NO ν A-Experiments bestehen aus PVC-Zellen, welche mit Flüssigszintillator gefüllt sind. Der Ferndetektor besitzt eine Detektormasse von 14 kt, der Nahdetektors eine von 300 t [20]. Mit der Baselinelänge von 810 km kann der Materieeffekt eine deutliche Veränderung der Übergangswahrscheinlichkeit $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ zur Folge haben. In den 2017 veröffentlichten Ergebnissen wurden 33 Elektronereignisse gemessen bei $6.05 \cdot 10^{20}$ protons-on-target (POT). Bei der Analyse dieser Ergebnisse sind beide Hierarchien und beide Oktanten für θ_{23} ($\theta_{23} < 45^\circ$ und $\theta_{23} > 45^\circ$) innerhalb eines 1σ Signifikanzniveaus erlaubt. Es kann jedoch eine Region im Parameterraum bei invertierter Massenhierarchie, unterem Oktanten ($\theta_{23} < 45^\circ$) und $\delta_{CP} = \pi/2$ mit 3σ ausgeschlossen werden. Außerdem konnte bei der Analyse der 78 Myonneutrinoereignisse eine maximale Mischung ($\theta_{23} = 45^\circ$) mit 2.5σ ausgeschlossen werden. Mithilfe der Beobachtung der Übergangswahrscheinlichkeiten bei Antineutrinos soll die Entartung zwischen δ_{CP} , dem Oktanten von θ_{23} und der Massenhierarchie aufgelöst werden [21].

T2K Das T2K (Tokai to Kamioka)-Experiment in Japan betrachtet seit 2010 [22] die Oszillation von Myonneutrinos zu Elektronneutrinos durch das Detektieren von Elektronneutrinos. Der Neutrinostrahl des T2K-Experiments wird im J-PARC hergestellt.

Der ungefähr 300 km entfernte Detektor liegt ebenfalls nicht auf der Hauptachse des Neutrinostrahls (2.5° Versetzung [19]). Dieser Detektor ist der 50 kt Wasser-Čerenkov-Detektor Super-Kamiokande. Die Verteilung der Energie der Neutrinos im Detektor ist um 600 MeV zentriert. Auch das T2K-Experiment besitzt einen Nahdetektor. Seit 2014 werden außerdem Antimyonneutrinos untersucht, um die CP-Verletzung durch Vergleich mit der Oszillation der Myonneutrinos zu erforschen. Aufgrund einer vorläufigen Analyse der bisher gemessenen Ereignisse unter Einbeziehung von Ergebnissen von Reaktorneutrino-Experimenten kann mit 2σ ausgeschlossen werden, dass Neutrinos und Antineutrinos mit der gleichen Wahrscheinlichkeit oszillieren. Das T2K hat 89 Elektronneutrinoereignisse detektiert, wobei ohne CP-Verletzung ungefähr 67 erwartet wurden. Außerdem wurden nur 7 Antielektronneutrinos beobachtet und ungefähr 9 erwartet. Die veröffentlichten Ergebnisse basieren auf $2.25 \cdot 10^{21}$ protons on target (POT) und damit nur auf 28 % des anfangs geplanten POTs. Dieser Wert von $7.78 \cdot 10^{21}$ POT soll voraussichtlich 2021 erreicht werden. Mit einer Laufzeitverlängerung bis ≈ 2026 könnten $20 \cdot 10^{21}$ POT und (bei bestimmten Oszillationsparametern) ein 3σ -Signifikanzniveau bei der Ausschließung der CP-Erhaltung erreicht werden. [23]

Geplante Experimente

DUNE Der Neutrinostrahl des DUNE (Deep Underground Neutrino Experiment)-Experiments soll im Fermilab hergestellt werden und der Ferndetektor im Sanford Underground Research Laboratory in Lead in South Dakota gelegen sein, sodass dieser 1300 km von der Neutrinoquelle entfernt liegt und die Beschleunigerneutrinos eine Energie von $E \approx 5$ GeV besitzen. Auch dieses Experiment wird einen Nah-Detektor besitzen. Im Juli 2017 haben die Bauarbeiten für DUNE begonnen. Die geplante Inbetriebnahme ist 2023 [24]. Der Detektor im Sanford Underground Research Laboratory ist geplant als ein Flüssigargon-Time-Projection-Chamber-Detektor mit 68 kt Flüssig-Argon (40 kt sensitive Masse) als Target-Material. Damit wäre dies der mit Abstand größte Flüssigargon-Detektor weltweit. Der Detektor wird in vier 10 kt sensitive Masse Module aufgeteilt. Das bislang vorgeschlagene Detektordesign sieht abwechselnd Anoden und Kathoden in den Modulen vor, welche das mit Argon gefüllte Volumen in vier 3,6 m Drift-Regionen aufteilen [25]. Außerdem kann mithilfe der Detektion von Szintillationslicht, welches deutlich schneller detektiert wird, die Position des Ereignisses ermittelt werden.

Durch die 1300 km lange Baseline zwischen Neutrinoquelle und Ferndetektor des DUNE-Experiments hat der Materieeffekt einen deutlichen Einfluss auf die Neutrinooszillationen und somit sind gute Bedingungen gegeben um die Massenhierarchie zu bestimmen. Die Exposure wird als Produkt von Detektormasse, Beamstärke und Laufzeit berechnet. Der Protonenstrahl wird eine Stärke von 1.2 MW haben und es wird geplant diese auf 2.4 MW

zu erhöhen. Mit einem optimierten Beamdesign wird bei einer Exposure von $500 \text{ kt}\cdot\text{MW}\cdot\text{yr}$ erwartet mit 5σ in einer Spanne von 50% der möglichen δ_{CP} -Werte ausschließen zu können, dass $\delta_{CP} = 0$ oder π . Mit $250 \text{ kt}\cdot\text{MW}\cdot\text{yr}$ soll außerdem die Massenhierarchie für den gesamten Wertebereich für δ_{CP} mit 5σ bestimmt werden können [25].

Hyperkamiokande Das Hyperkamiokande-Experiment wird in Japan geplant und soll einen Wasser-Čerenkov-Detektor mit einer sensitiven Masse von 520 kt besitzen. Somit wird die sensitive Masse von Hyperkamiokande zehn mal größer sein als die des derzeitigen Superkamiokande-Experiments. Durch die große Detektormasse des Hyperkamiokandes kann viel Statistik gewonnen werden, außerdem ist bereits Erfahrung bei einem solchen Experiment mit Superkamiokande und T2K gesammelt worden. Der geplante Start des Experiments ist 2026 [26]. Das Hyperkamiokande wird atmosphärische Neutrinos, sowie Beschleuniger-Neutrinos nutzen. Somit ist das Hyperkamiokande der Ferndetektor des Tokai-To-Hyperkamiokande (T2HK)-Experiments mit einer Baseline von ungefähr 300 km . Dabei ist die Energieverteilung der Beschleunigerneutrinos um eine Energie von $E \approx 0.6 \text{ GeV}$ zentriert. Es wird sowohl die Überlebenswahrscheinlichkeit der Myonneutrinos sowie die Auftauchwahrscheinlichkeit von Elektronneutrinos untersucht.

Der Einfluss durch den Materieeffekt tritt beim T2HK im Vergleich zu dem NO ν A- und DUNE-Experiment deutlich schwächer auf. Im Gegensatz dazu sind für die Erforschung der CP-Verletzung gute Voraussetzungen gegeben [27]. Nach 10 Jahren Laufzeit wird erwartet für 78% (62%) der δ_{CP} Werte die CP-Erhaltung mit 3σ (5σ) ausschließen zu können. Dabei ist das Verhältnis von Myonneutrinos zu Antimyyonneutrinos bislang zu $3:1$ festgesetzt [28].

Durch das zusätzliche Beobachten von atmosphärischen Neutrinos, bei welchen der Materieeffekt die Neutrinooszillationen beim Durchgang durch die Erde beeinflusst, kann außerdem die invertierte Massenhierarchie mit 3σ nach 5 Jahren ausgeschlossen werden, angenommen die wahre Massenhierarchie sei die normale [28].

PINGU Das Precision IceCube Next Generation Upgrade (PINGU)-Experiment ist eine Erweiterung des IceCube-Experiments, welches sich im Eis der Antarktis am Südpol befindet. In einem Volumen von einem Kubikkilometer werden im Eis Photomultiplier eingelassen. Diese detektieren Čerenkov-Licht, welches von hochenergetischen Elektronen/Antielektronen und Myonen/Antimyyonen emittiert wird, welche wiederum bei einer Neutrinoreaktion entstehen [29]. Die IceCube-Erweiterung sieht eine deutlich höhere Photosensordichte in einem Bereich mit dem klarsten Eis vor. Mithilfe von PINGU wird erwartet in einem relativ niedrigen Energiebereich von $5 - 15 \text{ GeV}$ der atmosphärischen Neutrinos Reaktionen zu detektieren. Dieser Energiebereich bietet gute Voraussetzung zur Festlegung der Massenhierarchie [24]. Es wird erwartet, dass diese nach fünf Jahren

Laufzeit mit 3.7σ bestimmt werden kann, wobei die invertierte Massenhierarchie und der Wert von θ_{23} im ersten Oktanten angenommen wurde [30].

ORCA Das ORCA (Oscillation Research with Cosmics in the Abyss)-Experiment bedient sich des gleichen Prinzips wie PINGU, es soll jedoch anstatt Eis Wasser nutzen und ebenso das entstehende Čerenkov-Licht mithilfe von mehreren Photomultipliern detektieren. ORCA soll für Neutrinos im 1-100 GeV-Energiebereich [31] sensitiv sein. Es ist geplant dieses Experiment im Mittelmeer 40 km von der Küste der französischen Stadt Toulon zu erbauen, welches ≈ 2020 betriebsfähig sein soll. Der ORCA-Detektor wird 3.7 Mton Meerwasser als Detektormaterial instrumentieren [32].

Die Sensitivität von ORCA bezüglich der Massenhierarchie hängt stark von dem Wert von θ_{23} und weniger stark, aber nicht vernachlässigbar von δ_{CP} ab. Die Massenhierarchie kann mit mehr als 3σ -Signifikanz in ungefähr drei Jahren bestimmt werden. Wenn die normale Massenhierarchie vorliegen würde und der Wert von θ_{23} im oberen Oktanten läge, wäre die Signifikanz mit 5σ in drei Jahren deutlich erhöht. Im Fall der invertierten Massenhierarchie ist die Signifikanz fast unabhängig vom Wert von θ_{23} [33].

Überblick der Experimente Die Vor- und Nachteile der besprochenen Experimente sollen in einem kurzen Überblick aufgelistet werden. Zwischen den Beschleuniger-Experimenten gibt es zunächst Unterschiede in der Länge der Baseline. So wird das DUNE-Experiment mit einer Baselinelänge von 1300 km sensitiver auf die Massenhierarchie aufgrund des Materieeffekts sein. Dagegen sind T2K und T2HK mit einer 300 km Baseline eher in der Lage die CP-Verletzung von dem Materieeffekt zu trennen, da dieser einen geringeren Einfluss auf die Übergangswahrscheinlichkeiten hat. Unter diesen Experimenten kann ebenfalls die Wahl des Detektors betrachtet werden. So wird das DUNE-Experiment einen Flüssigargon-Detektor besitzen, welcher eine sehr gute Energieauflösung und Ortsauflösung besitzt. Somit werden beobachtete Ereignisse genauer bestimmt und der Untergrund reduziert. Aufgrund der kleineren sensitiven Detektormasse von 40 kt kann DUNE jedoch im Gegensatz zu T2HK mit 520 kt sensitiver Masse weniger Statistik sammeln. Dafür ist wiederum die Energie- und Ortsauflösung im Hyperkamiokande geringer. Dies lässt sich wiederum auf die Experimente PINGU und ORCA ausweiten, welche 6 Mton [34] und 3.7 Mton nochmals deutlich mehr Detektormasse besitzen, die Ereignisse jedoch nur mit einer geringeren Auflösung rekonstruieren können.

Die bislang vorgestellten Experimente vergleichen die Übergangswahrscheinlichkeiten $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ und $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$, um die Massenhierarchie und die CP-Verletzung zu bestimmen. Einen anderen Ansatz verfolgten die Reaktorneutrinoexperimente, wie z.B. JUNO (sie-

he Abschnitt 2.4.2), welche durch ihre kurze Baseline mit ≈ 50 km den Materieeffekt vernachlässigen können und durch besonders hohe Energieauflösung im Detektor die Vakuumoszillationswahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ vermessen.

Zum Überblick ist in Abb. 2.10 die erwartete Sensitivität einiger Experimente in Abhängigkeit der Jahreszahl abgebildet. Dabei ist die Sensitivität σ für das Ausschließen der invertierten Massenhierarchie, wenn die normale Massenhierarchie in der Natur realisiert ist, aufgetragen. Die Breite der Bänder hat ihren Ursprung in Unsicherheiten bei den Oszillationsparametern und beim Auflösungsvermögen der Detektoren.

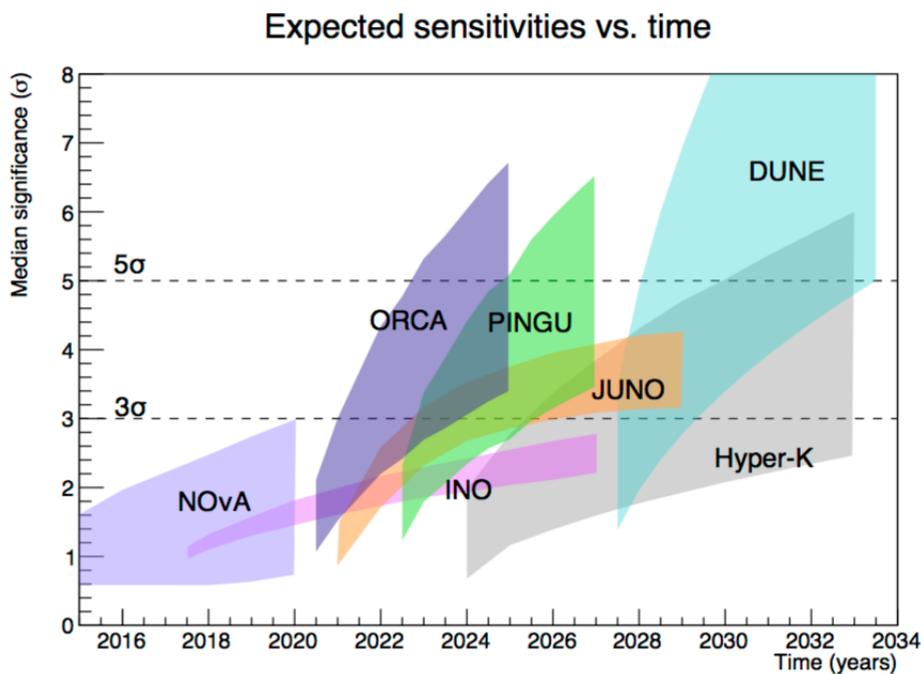


Abbildung 2.10: Erwartete Sensitivität einiger Experimente in Abhängigkeit der Jahreszahl, dabei ist die Sensitivität σ für das Ausschließen der invertierten Massenhierarchie, wenn die normale Massenhierarchie in der Natur realisiert ist, aufgetragen. Die Breite der Bänder hat ihren Ursprung in Unsicherheiten bei den Oszillationsparametern und bei dem Auflösungsvermögen der Detektoren [35].

2.3 Detektion von Neutrinos

Die besondere Schwierigkeit beim Nachweis von Neutrinos ist, dass sie äußerst selten wechselwirken und zudem aufgrund ihrer neutralen Ladung nicht direkt im Detektor beobachtbar sind. Somit ist man auf die Detektion der bei einer Reaktion des Neutrinos entstandenen Teilchen (Sekundärteilchen) angewiesen. Beispiele für mögliche Reaktionen wurden in Abschnitt 2.1.2 beschrieben.

Zunächst werden in diesem Abschnitt einige Folgereaktionen erläutert, welche geladene

Sekundärteilchen eingehen können und zu deren Identifikation genutzt werden. Dazu gehören die Ionisation und Anregung von Molekülen und Atomen, sowie die Bremsstrahlung. Zuletzt wird auf den Untergrund durch neutrale Pionen bei der Detektion von Neutrinos eingegangen.

2.3.1 Energieverlust geladener Teilchen in Materie

Ionisation und Szintillation

Beim Durchqueren geladener Teilchen von Materie verlieren diese Energie durch die Ionisation und Anregung von Atomen. Mithilfe der Bethe-Bloch-Formel kann der mittlere Energieverlust $\frac{dE}{dx}$ durch Ionisation und Anregung zu

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi n z^2}{m_e c^2 \beta^2} \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} \right) - \beta^2 \right] \quad (2.37)$$

bestimmt werden. Wobei n die Elektronendichte des Materials, z die Ladungszahl des Teilchens ($z \cdot e =$ Ladung des Teilchens) und I das mittlere Anregungspotential ist, welches etwa $I = (10 \text{ eV}) \cdot Z$ entspricht. Dabei ist Z die Ordnungszahl der Atome des durchqueren Materials. Außerdem sind in der Gleichung die Elektronenmasse m_e , die elektrische Feldkonstante ϵ_0 und die Lichtgeschwindigkeit c enthalten, ebenso wie $\beta = \frac{v}{c}$, mit der Geschwindigkeit v des geladenen Teilchens.

Szintillation Beim Szintillationsmechanismus wird Energie der geladenen Teilchen von dem Szintillationsmaterial absorbiert, welche zu einer Anregung der Zustände im Atom oder Molekül führt. Bei dem Zerfall des angeregten Zustand in den Grundzustand wird Licht emittiert. Es wird unter organischen und anorganischen Szintillatoren unterschieden, wobei im Folgenden nur auf die organischen eingegangen wird. Die Eigenschaften der organischen Materialien bezüglich der Szintillation werden vorwiegend von der Elektronenstruktur des Kohlenstoffatoms bestimmt. Dieses kann in Molekülverbindungen σ - und π -Molekülorbitale bilden, wobei Elektronen in den σ -Orbitalen stark gebunden, die in den π -Orbitalen schwächer gebunden sind. Das Energieniveauspektrum der π -Orbitale besteht aus den Singlett-Zustand Hauptniveaus S_i , wobei S_0 dem Grundzustand entspricht. Diese Hauptniveaus sind in Unterniveaus aus Vibrationszuständen aufgeteilt, wobei S_{ij} das i . Hauptniveau und den j . Vibrationszustand bezeichnet. So beträgt z.B. der Abstand zwischen dem 0. und 1. Hauptniveau 3-4 eV, zwischen den Vibrationszuständen untereinander jedoch nur um die 0.15 eV. Bei dem Szintillationsmechanismus wird nun das Elektron aus dem Grundzustand S_0 in einen der angeregten Zustände (S_{1j}, S_{2j}, \dots) gehoben. Die Übergänge zwischen den Vibrationszuständen eines Hauptniveaus findet strahlungslos statt und die Abregung von S_{ij} auf S_{i0} erfolgt im Pikosekundenbereich. Beim Übergang von

S_{i0} auf einen der Grundzustandsniveaus S_{0j} wird Licht emittiert, welches als Fluoreszenz-Licht bezeichnet wird. Dieser Vorgang benötigt einige Nanosekunden. Damit wird auch deutlich, dass das emittierte Licht aufgrund der strahlungslosen Vibrationsniveauübergänge, ein geringere oder höchstens gleichgroße Energie besitzt im Vergleich zu der, mit welcher das Molekül angeregt wurde. Diese Verschiebung der Wellenlänge des emittierten Szintillationslicht zu längeren Wellenlängen wird Stokes-Verschiebung genannt. Die Funktionsweise von Flüssigszintillator-Detektoren wird in Abschnitt 2.4 beschrieben.

Bremsstrahlung

Die Bethe-Bloch-Formel ist bei schweren geladenen Teilchen, wie Protonen und α -Teilchen für die Abschätzung des gesamten Energieverlustes in Materie gut geeignet. Jedoch ist sie dies nicht mehr für leichte geladene Teilchen wie dem Elektron und Positron bei hohen Energien. Diese verlieren bei relativistischen Geschwindigkeiten ihre Energie hauptsächlich durch Bremsstrahlung. Den Grund für diesen Unterschied kann man an der abgestrahlten Energie dW pro Zeiteinheit dt einer Ladung im Feld eines Kernes erkennen, für welche

$$\frac{dW}{dt} \propto \ddot{x}^2 \propto \frac{z^2 Z^2 e^2}{m^2} \quad (2.38)$$

gilt. Dabei ist z die Ladung, \ddot{x} die Beschleunigung und m die Masse des beschleunigten Teilchens, sowie Z die Ladung des Kernes. Somit ist der Energieverlust durch Bremsstrahlung umso höher, desto leichter das geladene Teilchen ist. Die Energie der Teilchen wird in Abhängigkeit der Weglänge zu

$$E(x) = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}} \quad (2.39)$$

berechnet. Wobei X_0 die Strahlungslänge ist, welche von den Eigenschaften des Mediums abhängt.

Bei niedrigen Energien der Elektronen dominiert der Energieverlust durch Ionisation und Anregung in Materie $(\frac{dE_C}{dx})_{BB}$ bis zu einer kritischen Energie E_C , bei welcher $(\frac{dE_C}{dx})_{BB} = (\frac{dE_C}{dx})_{brems}$ gilt. Diese kann für flüssige und feste Materialien mit $E_C \approx \frac{610 \text{ MeV}}{Z+1.24}$ abgeschätzt werden.

2.3.2 Elektromagnetische Schauer

Das typische Merkmal eines hochenergetischen Elektrons, Positrons oder Photons ist die Ausbildung eines elektromagnetischen Schauers. Dieser entsteht durch wiederholte Abstrahlung von hochenergetischer Bremsstrahlung der Positronen und Elektronen, sowie Paarbildung der so entstandenen Photonen. Die Paarbildung von Photonen hängt eng

mit der Bremsstrahlung zusammen. Wie in Abbildung 2.11 zu sehen, ist das Feynman-Diagramm der Paarbildung durch die Substitution des einlaufenden Elektrons durch ein Photon und des auslaufenden Photons durch ein Positron im Feynman-Diagramm der Bremsstrahlung zu erhalten.

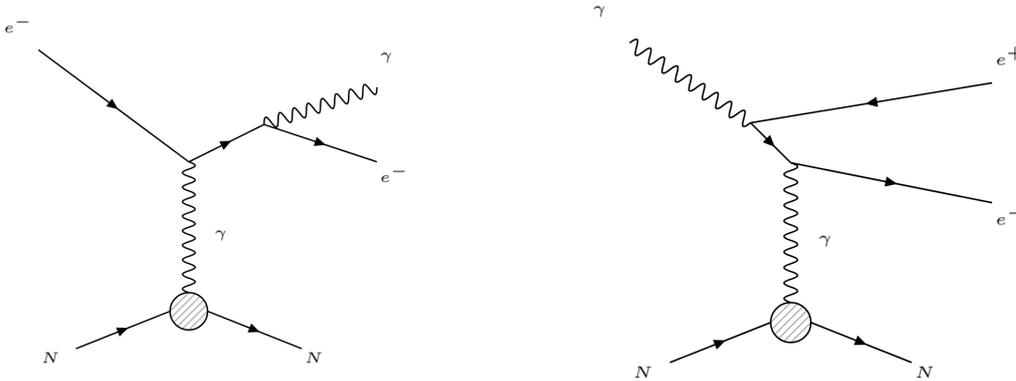


Abbildung 2.11: Feynman-Diagramme der Bremsstrahlung (links) und der Paarbildung (rechts), jeweils im Feld eines Kernes N .

Auch die Paarbildung ist ebenso wie die Bremsstrahlung nur im Feld eines Kernes möglich. Da jedoch vernachlässigbar wenig Energie auf den Kern übertragen wird, beträgt die Schwellenenergie ungefähr die doppelte Ruheenergie eines Elektrons ($E_{\gamma, \text{Schwelle}} \approx 2m_e c^2$). Die mittlere freie Weglänge eines solchen Photons beträgt etwa $\frac{7}{9}X_0$, wobei X_0 die Strahlungslänge aus Kapitel 2.3.1 ist. In einem einfachen Schauermodell verdoppelt sich die Teilchenanzahl nach jeder Strahlungslänge und somit gilt für die Energie der Schauerteilchen nach n Strahlungslängen

$$\langle E \rangle \approx \frac{E}{2^n}, \quad (2.40)$$

wobei E die Energie des Teilchens am Anfang des elektromagnetischen Schauers ist. Der Schauer bricht in diesem Modell ab, wenn die Energie der Teilchen gleich der kritischen Energie ist. Danach deponieren die Teilchen ihre Energie nur noch durch Ionisation und Anregung des Detektormaterials. An dieser Stelle ist somit auch die größte Anzahl von Schauerteilchen vorhanden. Die Wegstrecke zwischen dem Anfangspunkt des elektromagnetischen Schauers zu diesem Punkt wird Schaulerlänge L genannt, für welche damit gilt

$$L = n_{\max} \cdot X_0 = \frac{\ln(E/E_C)}{\ln 2} X_0, \quad (2.41)$$

mit der maximalen Anzahl n_{\max} von Schaulerlängen X_0 . Die Ausbreitung des Schauers senkrecht zur Bewegungsrichtung des primären Schauerteilchens wird durch eine Materialkonstante, dem Molière-Radius $R_m = \frac{21 \text{ MeV}}{E_C} X_0$, beschrieben.

2.3.3 Untergrund durch neutrale Pionen

Das neutrale Pion π^0 kann entweder durch eine kohärente oder resonante neutrale-Ströme-Reaktion zwischen einem Neutrino und einem Nukleus bzw. Nukleon entstehen. Bei einer resonanten Reaktion entsteht eine Delta-Resonanz, welche wiederum in das ursprüngliche Nukleon durch Abstrahlung eines Pions zerfällt. Bei der kohärenten Reaktion reagiert der Nukleus als Ganzes. Somit entsteht keine Baryon-Resonanz als Zwischenzustand. Die Feynman-Diagramme dieser beiden Reaktionen sind in Abb. 2.12 zu sehen.

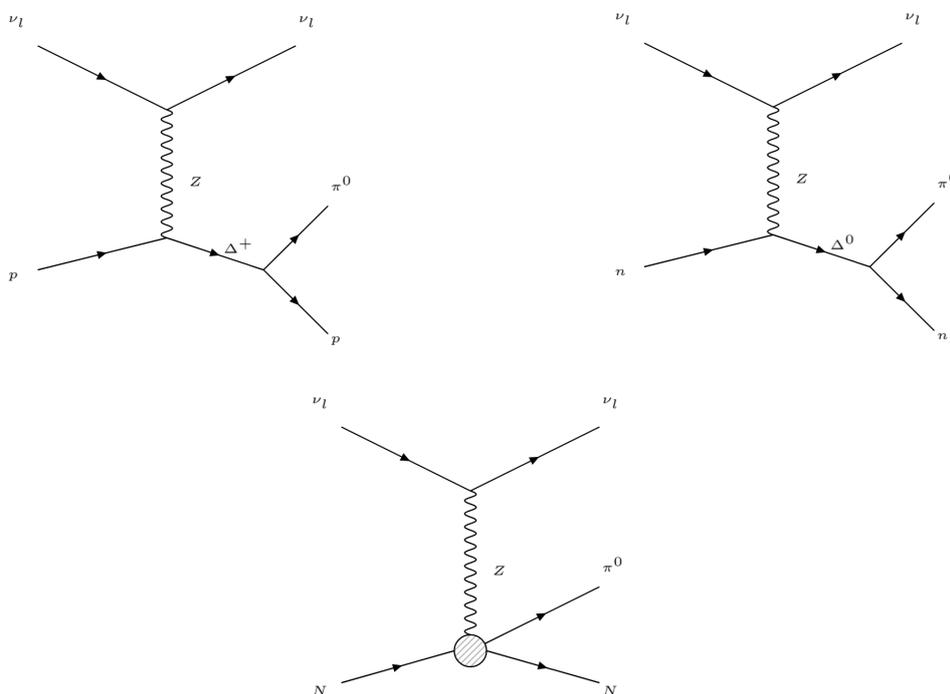


Abbildung 2.12: Feynman-Diagramme der resonanten Pionproduktion an einem Proton (links, oben), sowie an einem Neutron (rechts, oben) und die kohärente Pionproduktion am Kern N .

Das neutrale Pion hat eine mittlere Lebensdauer τ_{π^0} von $(8.52 \pm 0.18) \cdot 10^{-17}$ s. Damit beträgt $c\tau \approx (2.56 \cdot 10^{-8})$ m und aufgrund der begrenzten Ortsauflösung zerfällt es für die Rekonstruktion instantan mit den Verzweungsverhältnissen [12]

$$\begin{aligned} \pi^0 &\rightarrow \gamma + \gamma && (98.82 \pm 0.03) \% \\ \pi^0 &\rightarrow \gamma + e^- + e^+ && (1.17 \pm 0.04) \% \end{aligned}$$

Wenn das Pion in zwei Photonen zerfällt, kann die Signatur der elektromagnetischen Schauer, welche durch diese ausgelöst werden, mit der Signatur eines aufgrund eines Elektrons oder Positrons ausgelösten elektromagnetischen Schauers verwechselt werden. Damit das neutrale Pion erzeugt werden kann, muss das Neutrino mindestens eine Energie

E von $E = m_{\pi^0}c^2 \approx 135 \text{ MeV}$ besitzen. Deshalb sind neutrale Pionen in Reaktor-neutrino-Experimenten mit Neutrinoenergien von einigen MeV als Untergrund unerheblich, sind aber z.B. in Beschleuniger-Experimenten, welche unter anderem die CP-Verletzung untersuchen (siehe Abschnitt 2.2.3) eine wichtige Untergrundquelle. Dies liegt an den höheren Energien der verwendeten Neutrinos, welche die Schwellenenergie zur Erzeugung von neutralen Pionen übersteigen. Ein Beispiel ist das T2K, welches Neutrinos mit Energien um die 600 MeV verwendet.

Wenn ein solches Experiment das Auftauchen oder Verschwinden von Elektronneutrinos misst, trägt somit das Pion zum Untergrund bei. Es wird daher angestrebt, Merkmale in den Rekonstruktionsergebnissen zu finden, mithilfe derer ein Elektronereignis als solches klassifiziert werden kann und somit von den Pionereignissen getrennt wird.

Falls zwei Schauermaxima im Rekonstruktionsergebnis zu erkennen sind, ist die Unterscheidung zwischen einem pion- und elektroninduzierten Signal per Auge gut zu treffen. Ist jedoch der Winkel zwischen den beiden Photonen klein oder wird ein Photon nicht detektiert, kann die Signatur des entstehenden elektromagnetischen Schauers fälschlicherweise dem eines Positrons oder Elektrons zugeordnet werden. Dabei hängt der Winkel zwischen den Photonen aufgrund des Lorentz-Boost von der kinetischen Energie des Pions ab. Im Ruhesystem des Pions werden die Photonen in beliebige, aber aufgrund von Energie- und Impulserhaltung zueinander entgegengesetzter Richtung ausgestrahlt. Der maximal mögliche Winkel ist auch im Laborsystem π und wird zwischen zwei Photonen beobachtet, wenn diese parallel beziehungsweise antiparallel zur Bewegungsrichtung des Pions entsandt werden. Dabei ist jedoch die Energieverteilung maximal unsymmetrisch und das antiparallele Pion besitzt eine deutlich geringere Energie. Der kleinstmögliche Winkel im Laborsystem wird bei senkrecht zur Bewegungsrichtung des Pions ausgesandten Photonen erhalten und sinkt mit der Energie des Pions. Hierbei haben die Photonen jedoch die gleiche kinetische Energie.

Außerdem ist es möglich, dass ein Photon aus dem Detektor entweicht ohne einen elektromagnetischen Schauer gebildet zu haben. Somit ist die Unterscheidung zwischen Pion und Elektron aufgrund zweier Schauermaxima der Photonen ausgeschlossen.

2.4 Flüssigszintillatoren

Einige Anforderungen an ein gutes Szintillatormaterial sind, dass die Lichtausbeute hoch ist, also der verwendete Stoff die deponierte Energie effizient in Licht umwandelt, es möglichst transparent für das emittierte Szintillationslicht ist und die Zeit zwischen Anregung des Szintillators und Emission gering ist. Typischerweise wird ein weiterer szintillierender

Stoff hinzugefügt, welcher die Lichtausbeute erhöht. Die Energieübertragung zwischen dem Basis-Szintillatormaterial, auch Lösungsmittel genannt und diesem Zusatz erfolgt größtenteils strahlungslos über Dipol-Dipol-Wechselwirkungen, welche mit 0.01 ns sehr schnell im Gegensatz zur Photonemission des Lösungsmittel mit ca. 30 ns vonstatten gehen [36]. Die Eigenschaft der Transparenz bedeutet, dass das Szintillationslicht nicht vom Szintillatormaterial absorbiert wird. Dies wird durch eine Verschiebung zu größeren Wellenlängen, der Stokes-Verschiebung (vgl. Abschnitt 2.3.1) erreicht. Um diese zu verstärken, werden dem Flüssigszintillator sogenannte Wellenlängerschieber hinzugefügt. Diese sind weitere szintillierende Stoffe, wobei sich die Emissions- und Absorptionsspektren jener Materialien untereinander überschneiden.

2.4.1 Low Energy Neutrino Astronomy (LENA)

LENA sollte als 50 kt Flüssigszintillator-Detektor in der Physäsalmi-Mine in Finnland erbaut werden, welche 1400 m tief ist. Geplant wurde der LENA-Detektor als zylindrischer Tank mit einer Höhe von 100 m und einem Durchmesser von 32 m, in welchem sich der Flüssigszintillator befindet, welcher als Basismaterial LAB enthält. Es sollten ~ 45.000 8-Zoll-PMTs [37] um den Flüssigszintillatortank angebracht werden, um somit ca. 30 % der entstandenen Photonen zu detektieren. Dieser innere Detektor sollte von einem mit Wasser gefüllten Tank umgeben sein, der einerseits Umgebungsstrahlung abfangen und andererseits als Wasser-Čerenkov-Detektor für Myonen dienen sollte. Dazu war die Anbringung von 2000 PMTs im äußeren Tank vorgesehen [38]. Ein Schema des geplanten Detektors ist in Abbildung 2.13 zu sehen. LENA sollte hauptsächlich solare Neutrinos und Neutrinos aus Supernovea beobachten. Außerdem wäre es möglich gewesen, einen Neutrino-Strahl vom CERN (European Organization for Nuclear Research) zum LENA-Detektor zu richten, welcher damit eine Strecke von 2288 km durchqueren würde. Bei dieser Weglänge wäre die Bestimmung der Massenhierarchie aufgrund des Materieeffekts möglich (siehe Abschnitt 2.2.2).

2.4.2 Jiangmen Underground Neutrino Observatory (JUNO)

Das Jiangmen Underground Neutrino Observatory (JUNO) Experiment wird im Südosten von China in Jiangmen erbaut, welches ungefähr 100 km westlich von Hongkong liegt. Der Detektor von JUNO wird aus einem 20 kt schweren Flüssigszintillator-Detektor bestehen, welcher 2020 in Betrieb gehen soll. Das Hauptaugenmerk liegt bei JUNO auf der Bestimmung der Massenhierarchie, welche innerhalb einer Laufzeit von sechs Jahren mit einer Signifikanz von $3-4\sigma$ bestimmt werden soll. Um diese zu vermessen, werden Reaktor-Antielektronneutrinos verwendet, welche aus den zwei Atomkraftwerken Yangjiang und Taishan stammen. Diese beiden Reaktorkomplexe liegen in 53 km Entfernung von



Abbildung 2.13: Schema des LENA-Detektors [37]

JUNO [39]. Zusätzlich zu der Lage des JUNO-Experiments ist in Abb. 2.14 die Energie der Reaktorantielektronen-Neutrinos gegen die erwartete Anzahl von detektierten Ereignissen innerhalb von sechs Jahren Laufzeit aufgetragen.

Berechnet man nun das Verhältnis zwischen dem Abstand der Atomkraftwerke zum Detektor L und der Neutrinoenergie E , bei welcher die meisten Ereignisse detektiert werden, von $\approx 5\text{MeV}$ ergibt sich $L/E = \frac{53\text{km}}{5\text{MeV}} = 10.6 \frac{\text{km}}{\text{MeV}}$.

In der Abb. 2.15 ist die Überlebenswahrscheinlichkeit von Reaktor-Antineutrinos gegen das Verhältnis L/E aufgetragen, wobei diese sowohl für die normale als auch für die invertierte Massenhierarchie dargestellt wird. Beim Vergleich dieser beiden Graphen wird deutlich, dass der größte Phasenunterschied der Schwingungen und damit der beste einzelne Messpunkt in etwa bei dem bereits berechneten Verhältnis L/E von $10.6 \frac{\text{km}}{\text{MeV}}$ liegt. Tatsächlich wird der ganze in Abb. 2.15 dargestellte Bereich vermessen und so die Frequenz der Oszillation bestimmt, die sich durch die Überlagerung der Δ_{32} und Δ_{31} Schwingungen ergibt. Da sich diese bei invertierter und normaler Massenhierarchie unterscheidet, kann so die Massenhierarchie bestimmt werden (vgl. Abschnitt 2.2.2).

Um den geringen Unterschied in den Frequenzen bei normaler und invertierter Massenhierarchie auflösen zu können, ist also eine besonders gute Energieauflösung erforderlich. Deshalb soll im JUNO-Detektor eine bisher unerreichte Energieauflösung bei Flüssigszintillatoren von 3% bei 1 MeV angestrebt werden. Neben der Bestimmung der Massenhierarchie soll JUNO auch die derzeitige Genauigkeit der Parameter Δm_{21}^2 (5%), Δm_{32}^2 (3%) und $\sin^2(\theta_{12})$ (6%) zu unter 1% verbessern. Neben den Reaktor-Neutrinos sollen auch solare, terrestrische und atmosphärische Neutrinos, sowie Neutrinos aus Supernovae

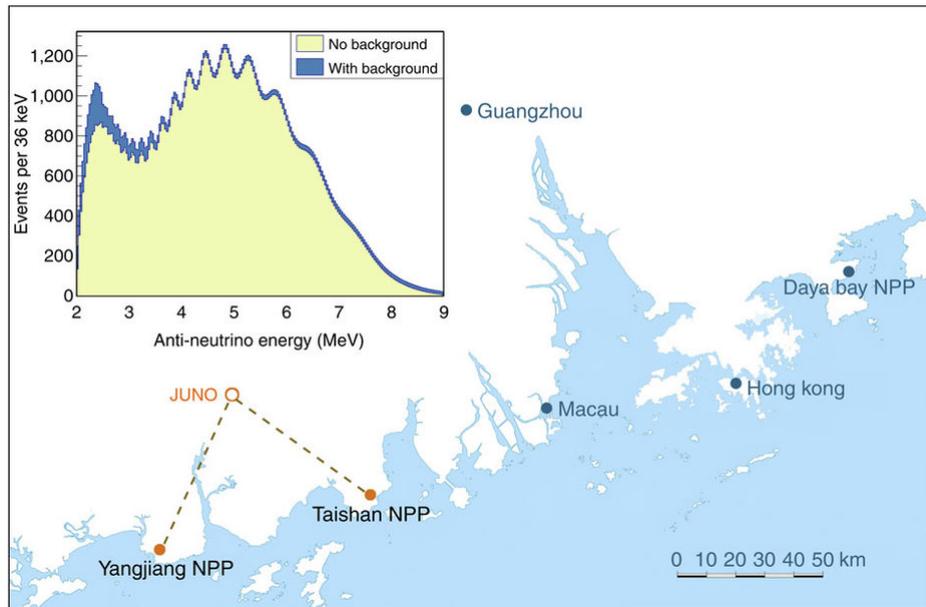


Abbildung 2.14: links, oben: Graph der erwarteten Anzahl von detektierten Ereignissen in JUNO innerhalb von sechs Jahren Laufzeit in Abhängigkeit der Energie der Reaktorantielektronen-Neutrinos und Abbildung der Lage des JUNO Experiments [40].

detektiert werden.

Der JUNO-Detektor besteht aus drei Teilen. Im Inneren des Detektors liegt der kugelförmige Flüssigszintillator-Tank mit einem Radius von 17,7 m, welcher mit linearem Alkylbenzol (LAB) gefüllt ist. LAB hat ein Emissionsmaximum bei der Wellenlänge $\lambda = 346.1 \text{ nm}$ [36] und ein Absorptionsmaximum bei $\lambda = 329.6 \text{ nm}$ und ist damit weitestgehend transparent für sein eigenes Emissionslicht. Außerdem wird 2,5-Dipheniloxaxol (PPO) mit einer Konzentration von 3 g/l für eine höhere Lichtausbeute hinzugefügt. Als Wellenlängenschieber wird dem Flüssigszintillator 15 mg/l p-bis-(o-Methylstyryl)-Benzol (bis-MSB) hinzugefügt. Mit dieser Kombination von szintillierenden Stoffen wird das Emissionsmaximum zu $\lambda = 420 \text{ nm}$ [36] verschoben und verbessert somit die Transparenz des Flüssigszintillators, sowie die Sensitivität der Photomultiplier, welche außerhalb des Flüssigszintillator-Tanks an der Innenseite eines Gerüsts befestigt sind. Dieses Gerüst befindet sich in einem zylinderförmigen Tank, welcher mit 20 kt Wasser gefüllt ist und den Flüssigszintillator-Tank umschließt. Insgesamt sollen 18000 20-Zoll PMTs und 36000 kleinere 3-Zoll PMTs verwendet werden, wodurch 75 % bis 78 % der Fläche mit PMTs bedeckt sein wird. Durch eine Entfernung von mindestens zwei Metern von der Wand des Wassertanks zum Flüssigszintillator wird dieser von der natürlichen Radioaktivität des Gesteins und des Betons geschützt. Außerdem werden an der Außenwand des äußeren Tanks 1600 20-Zoll-PMTs verbaut, welche das Čerenkov-Licht von Myonen detektieren sollen. Es wird erwartet eine vergleichbare Detektionseffizienz des Wasser-Čerenkov-Detektors von Myonen vom Daya-Bay-Detektor von 99,8 % zu erreichen. Zusätzlich wird der JUNO-Detektor

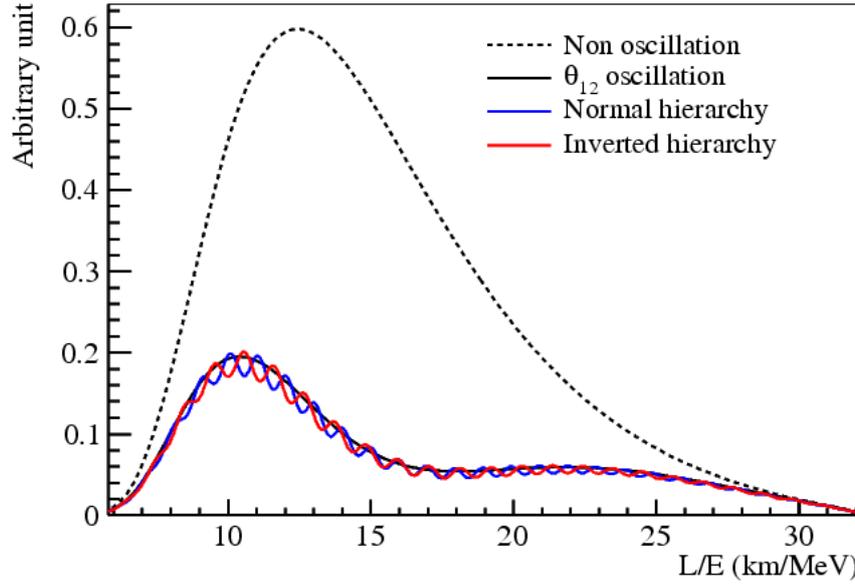


Abbildung 2.15: Überlebenswahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ von Reaktor-Antineutrinos in beliebigen Einheiten gegen das Verhältnis L/E aufgetragen. Dabei entspricht die gestrichelte Linie dem unoszillierten Spektrum und die blaue (rote) dem Verlauf der Überlebenswahrscheinlichkeit bei normaler (invertierter) Massenhierarchie. Bei der Berechnung der durchgezogenen schwarzen Linie wurde ausschließlich die dominante $\sin^2(\Delta_{21})$ -Schwingung (vgl. Glg. 2.29) berücksichtigt [5].

mit einem Myon-Tracker versehen sein, welcher über dem zylindrischen Tank angebracht wird. Dieser wird die Rekonstruktion der Spuren von atmosphärischen Neutrinos verbessern. Das Erdmagnetfeld von etwa $5 \cdot 10^{-5}$ T, welches die PMTs beeinträchtigen würde, wird durch 2 Spulen um den gesamten Detektor kompensiert. Außerdem wird die Abschirmung der einzelnen PMTs durch μ -Metall-Ummantelungen in Betracht gezogen [39].

2.5 Topologische Teilchenspur-Rekonstruktion

Geladene Teilchen verlieren beim Durchqueren von Materie durch Ionisation und Anregung der Moleküle, wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, Energie. Diese wird in Form von Szintillationslicht wieder frei, wenn das Molekül in seinen Grundzustand zurückkehrt. Diese Eigenschaft macht sich die topologische Teilchenspur-Rekonstruktion von Björn Wonsak zunutze. Zunächst wird die Rekonstruktion von einem geladenen Teilchen, dem Primärteilchen, beschrieben. Das entstehende Szintillationslicht wird isotrop ausgestrahlt, es besteht also kein Zusammenhang zu der Bewegungsrichtung des ionisierenden Teilchens. Trotzdem kann mithilfe der Detektion der Szintillationsstrahlung durch die PMTs die Teilchenspur rekonstruiert werden.

Zuerst wird die Rekonstruktion des Ortes der Emission von nur einem Photon mit nur einem PMT betrachtet. Dieser wird im Folgenden als Emissionspunkt \vec{x}_E bezeichnet. Da-

für ist die Trefferzeit t_{PMT} des Photon auf dem PMT, sowie die räumliche Lage des PMT \vec{x}_{PMT} entscheidend. Außerdem wird ein Punkt im Raum \vec{x}_0 benötigt, an welchem sich das Teilchen zu einer bekannten Zeit t_0 befunden hat. Dieser Punkt in Raum und Zeit wird Referenzpunkt genannt. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass dieser bekannt ist. Im späteren Experiment muss der Referenzpunkt jedoch ebenfalls rekonstruiert werden. Es werden nun folgende Annahmen getroffen: Zum einen wird angenommen, dass das betrachtete Teilchen sich geradlinig mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 bis zum Emissionspunkt \vec{x}_E bewegt. Zum anderen wird auch die Spur des Photons als Gerade angenommen, d.h. Streuung wird vernachlässigt, wobei dessen Ausbreitungsgeschwindigkeit bei $\frac{c_0}{n}$ liegt. Hierbei ist n der Brechungsindex im Flüssigszintillator. Eine weitere Annahme ist, dass die Rückkehr des Moleküls in den Grundzustand instantan erfolgt. Somit gilt für die Differenz zwischen t_0 und t_{PMT} , also den bekannten bzw. messbaren Größen, [41]

$$t_{PMT}(\vec{x}_E) - t_0 = \frac{|\vec{s}_p|}{v_p} + \frac{|\vec{s}_\gamma|}{v_\gamma} = \underbrace{\frac{|\vec{x}_E - \vec{x}_0|}{c_0}}_{\text{Teilchen}} + \underbrace{\frac{|\vec{x}_E - \vec{x}_{PMT}| \cdot n}{c_0}}_{\text{Photon}}, \quad (2.42)$$

wobei s_p, s_γ und v_p, v_γ die zurückgelegte Strecke und die Geschwindigkeit des Teilchens bzw. des Photons beschreiben. Mithilfe der Gleichung (2.42) können nun die möglichen Werte von \vec{x}_E bestimmt werden, welche eine tropfenförmige Untermannigfaltigkeit bilden. Wie bereits angedeutet, sind die zugrunde liegenden Annahmen jedoch nicht realistisch. Diese sind in Tabelle 2.1 noch einmal aufgeführt und den tatsächlichen Umständen gegenübergestellt.

Um die Glg. (2.42) den realen Gegebenheiten anzupassen, wird diese zu [41]

$$\hat{t}_{PMT}(\vec{x}_E) - t_0 = \underbrace{\frac{|\vec{x}_E - \vec{x}_0|}{c_0}}_{\text{Teilchen}} + \underbrace{t_\gamma(\vec{x}_E, \vec{x}_{PMT})}_{\text{Photon}} - t_s \quad (2.43)$$

geändert. Dabei sind die kursiv geschriebenen Annahmen aus Tabelle 2.1 berücksichtigt worden. Der Wert $t_\gamma(\vec{x}_E, \vec{x}_{PMT})$ enthält außerdem die Energieabhängigkeit des Brechungsindex $n(E)$ und den Übergang eines punktförmigen \vec{x}_{PMT} zu einem ausgedehnten PMT mit der Fläche A_{PMT} . Außerdem wird mit t_s die Zeit zwischen Anregung des Moleküls und Emission des Photons und die Unsicherheit bei der Zeitauflösung des PMTs abgezogen. Diese beiden Größen $t_\gamma(\vec{x}_E, \vec{x}_{PMT})$ und t_s sind keine festen Größen, sondern ergeben sich aus einer Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung. Damit sind auch die erhaltenen Werte für \vec{x}_E aus Glg. (2.43) keine zusammenhängende Menge von Punkten mehr, welche alle die gleiche Wahrscheinlichkeit haben der wahre Emissionspunkt zu sein. Auch hier wird nun eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung betrachtet, welche einer Verschmierung der zuvor erhaltenen Untermannigfaltigkeit gleichkommt. In der Glg. (2.43) ist die Winkelak-

Tabelle 2.1: Vergleich zwischen den idealisierten Annahmen, die bei der Bestimmung von Glg. 2.42 verwendet wurden, und den realen im Flüssigszintillator gegebenen Bedingungen. Die kursiv geschriebenen Annahmen wurden in der Glg. (2.43) berücksichtigt. Nicht in der Tabelle aufgeführt, aber in Glg. 2.43 eingebunden, sind die Energieabhängigkeit des Brechungsindex $n(E)$ und der Übergang eines punktförmigen \vec{x}_{PMT} zu einem ausgedehnten PMT mit der Fläche A_{PMT} .

idealisiert	real
geradlinige Ausbreitung des Photons	Streuung des Photons
geradlinige Ausbreitung des Teilchens	elastische und inelastische Streuung, z.B. elektromagnetische Schauerbildung oder Zerfälle
<i>instantane Emission</i>	Zeit von der Anregung des Teilchens zur Emission eines Photons stochastischer Prozess
<i>unbegrenzte Zeitauflösung des PMTs</i>	begrenzte Zeitauflösung des PMTs
genaue Kenntnis des Referenzpunkts	Referenzpunkt muss auch rekonstruiert werden, damit Verschmierung des wahren Wertes

zeptanz der PMTs noch nicht berücksichtigt, also dass diese nur Photonen aus bestimmten Winkelbereichen detektieren können. So können z.B. keine Photonen beobachtet werden, die hinter dem PMT emittiert werden. Außerdem ist auch die Wahrscheinlichkeit der Absorption der Photonen umso höher desto weiter sie vom PMT entfernt sind. Ebenfalls wurde die Raumwinkelakzeptanz noch nicht mit einbezogen. So ist der Raumwinkel, in welchem der PMT liegt, größer bei einem Emissionspunkt nahe am PMT und wiederum desto kleiner, desto weiter entfernt dieser vom PMT liegt. Da das Szintillationslicht isotrop ausgestrahlt wird, ist es umso wahrscheinlicher, dass das Photon in Richtung des PMTs ausgestrahlt wird, desto größer der Raumwinkel ist, den dieser einnimmt. In der Abbildung 2.16 sind die drei Schritte der Verfeinerung des Rekonstruktionsergebnisses aufgetragen.

Bislang wurde nur ein PMT betrachtet, der genau ein Photon detektiert hat. Zur Rekonstruktion der Teilchenspur ist es nun notwendig, die Informationen aller PMTs zu verwenden und die erhaltenen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen zu summieren. Somit entfällt auch die hohe Wahrscheinlichkeitsdichte direkt vor dem PMT, welche in Abb. 2.16, rechts zu sehen ist, da sich nur in der Nähe der Teilchenspur mehrere Wahrscheinlichkeitsdichten nennenswert addieren. Bislang wurde somit angenommen, dass die Informationen der einzelnen PMTs unabhängig sind. Dies ist natürlich nicht der Fall, da alle Photonen auf die Spur des Primärteilchens zurückzuführen sind. Um dies zu berücksichtigen wird ein

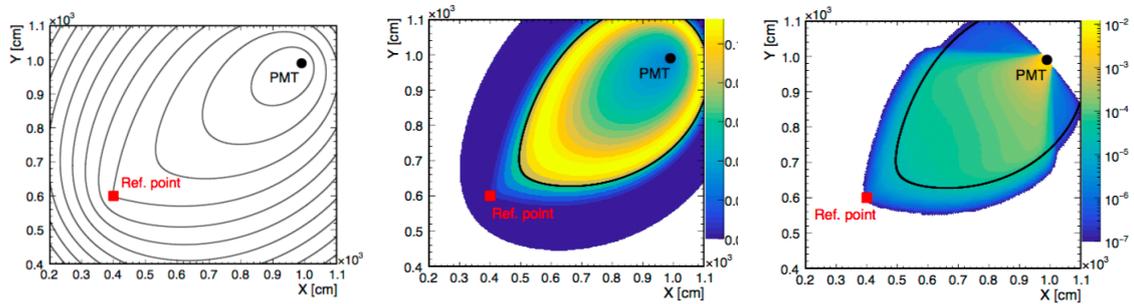


Abbildung 2.16: Links: Mögliche gleichgewichtete, mit Glg. (2.42) berechnete Emissionspunkte \vec{x}_E für unterschiedliche Treffzeiten t_{PMT} (jeweils eine Ellipse pro Treffzeit) Mitte: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des Emissionspunkt \vec{x}_E nach Glg. (2.43) berechnet. Dabei wurden die kursiv gedruckten Korrekturen aus Tabelle 2.1 berücksichtigt. Rechts: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des Emissionspunkts bei zusätzlicher Berücksichtigung von Winkelakzeptanz, Raumwinkelakzeptanz und Absorption. In allen drei Abbildungen ist der Referenzpunkt \vec{x}_0 mit einem roten Punkt gekennzeichnet [41].

iterativer Prozess verwendet, der das Ergebnis der vorhergehenden Iteration als Wahrscheinlichkeitsmaske genutzt. In der Umsetzung werden Raumwürfel, sogenannte Bins, betrachtet, in welchen die Photonemissionswahrscheinlichkeiten aller enthaltenen Punkte summiert werden. Diese haben aus Gründen der Rechenzeit in der ersten Iteration eine Kantenlänge von einem Meter. In den folgenden Iterationen wird die Kantenlänge im durch die Wahrscheinlichkeitsmaske als interessant markierten Bereich verringert. In Abb. 2.17 ist das Rekonstruktionsergebnis nach 21 Iterationsschritten eines Monte-Carlo-simulierten π^0 -Ereignisses mit einer kinetischen Energie von 365 MeV im LENA-Detektor (vgl. Abschnitt 2.4.1) gezeigt. Dabei haben die Bins eine Kantenlänge von 12.5 cm Die Farbkodierung zeigt die unterschiedlichen Photonemissionswahrscheinlichkeiten an. Da für jedes detektierte Photon die Photonemissionswahrscheinlichkeit über den gesamten Detektor auf eins normiert ist, erhalten die einzelnen Bins Werte für die Photonemissionswahrscheinlichkeit, welche der Anzahl der aus ihnen emittierten Photonen entsprechen.

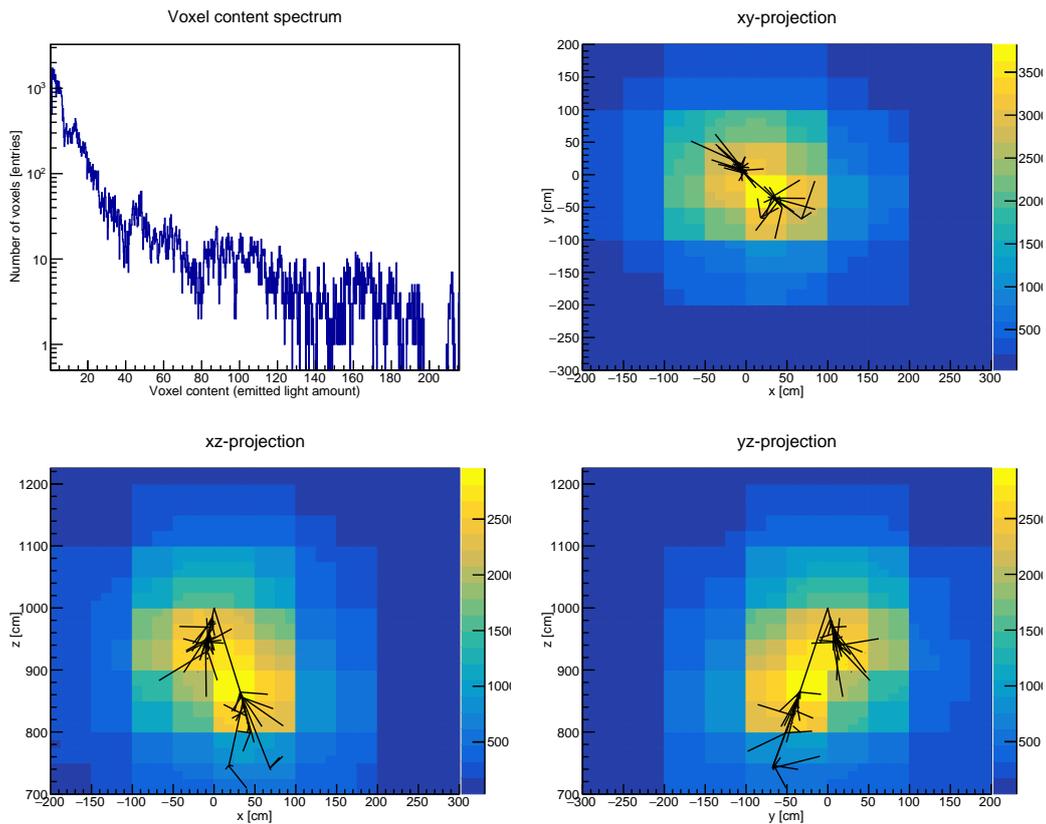


Abbildung 2.17: Rekonstruktionsergebnis der Topologischen Teilchenspuren-Rekonstruktion nach 21 Iterationen von einem Monte-Carlo-simulierten π^0 -Ereignis mit einer kinetischen Energie von 365 MeV im LENA-Detektor (vgl. Abschnitt 2.4.1). Die Abbildung **links oben** zeigt das dreidimensionale Rekonstruktionsergebnis, die restlichen jeweils dessen Projektionen. In schwarz eingezeichnet sind die Teilchenspuren aus der Monte-Carlo-Wahrheit, wobei nicht zwischen unterschiedlichen Teilchen unterschieden wird. Die Farbkodierung in den Projektionen zeigt die Höhe der Photonemissionswahrscheinlichkeit an.

3

Auswertung

3.1 Aufgabenstellung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die Eigenschaften der Signale von neutralen Pionen und Elektronen in einem großen Flüssigszintillator zu untersuchen und Ansatzpunkte zur Unterscheidung dieser beiden zu finden. Dazu werden Algorithmen entwickelt, welche die Ergebnisse der topologischen Teilchenspur-Rekonstruktion als Eingabe verwenden. Diese haben zum Ziel, eine Eigenschaft des Ereignisses mithilfe von einem Wert - einem Parameter - zu beschreiben. Auf Grundlage dieser Parameter wird eine Einordnung in Pion- und Elektronereignisse angestrebt.

3.2 Ergebnisse der Topologischen Teilchenspur-Rekonstruktion

Die Unterscheidung zwischen Pion- und Elektronereignissen erfolgt auf Grundlage von den Ergebnissen der Topologischen Teilchenspur-Rekonstruktion.

Zu diesem Zweck wurden Ereignisse mit einem Elektron oder Pion als Primärteilchen simuliert und rekonstruiert, welche eine Gesamtenergie von 0.5, 1 oder 2 GeV besitzen. Die Anzahl der rekonstruierten Ereignisse N_{Reko} pro Teilchenart und Energie ist in Tabelle 3.1 zu finden. Die Simulation erfolgte mit einer LENA-Simulationssoftware [42], welche auf GEANT4 basiert. Die simulierte Detektorgeometrie von LENA ist in Abb. 3.1 zu sehen. Dabei wurde dem Flüssigszintillatortank (target volume) bei der Simulation ein Radius von 14 m und eine Höhe von 92 m zugewiesen.

Die beschriebenen Ereignisse wurden mit zufälliger Impulsrichtung des Primärteilchens simuliert. Die Startpunkte der Primärteilchen und damit die Referenzpunkte sind bei den hier betrachteten Ereignissen innerhalb des Detektors in einem Zylinder mit einem Radius von 10 m und einer Höhe von 40 m um den Detektormittelpunkt verteilt. Damit ist jeder mögliche Startpunkt der Simulation mindestens 4 m vom Anfang des Buffervolumens mit

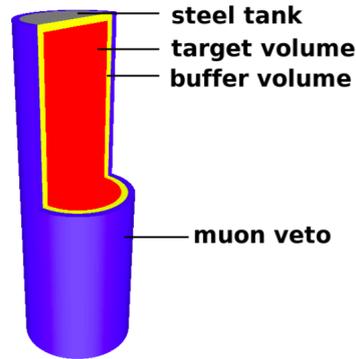


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der simulierten Detektorgeometrie in der GEANT4 LENA-Simulation [42]. Dabei verläuft die z -Achse in Richtung der Zylinderachse.

den darin enthaltenen PMTs entfernt.

Außerdem wurden Elektron- und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV mit einem festgelegten Startpunkt bei (0,0,1000) cm und festgelegter Impulsrichtung von (0,0,-1) simuliert und rekonstruiert. Diese wurden in der Tabelle 0.5 GeV, fix genannt. Wenn in der folgenden Analyse von Ereignissen mit 0.5 GeV gesprochen wird, werden stets die im Detektor verteilten gemeint. Falls die Ereignisse mit fixiertem Start- und Impulsvektor besprochen werden, wird explizit darauf hingewiesen.

Die Anzahl der Ereignisse N_{uncont} , welche nicht vollständig im Detektor enthalten sind und damit in der folgenden Analyse nicht verwendet wurden, sind ebenfalls in Tabelle 3.1 zu finden.

Tabelle 3.1: Anzahl von simulierten und rekonstruierten Ereignissen N_{Reko} , sowie die Anzahl von Ereignissen N_{uncont} , welche nicht vollständig im Detektor enthalten sind. Die Differenz ergibt die Anzahl der in der Analyse verwendeten Ereignisse N .

		N_{Reko}	N_{uncont}	N
0.5 GeV, fix	π^0	660	14	646
	e^-	745	9	736
0.5 GeV	π^0	1000	24	976
	e^-	915	12	903
1 GeV	π^0	1000	58	942
	e^-	1995	93	1902
2 GeV	π^0	985	90	895
	e^-	990	87	903

Zunächst werden einige typische Ergebnisse vorgestellt. Um einen Überblick über die Herausforderungen bei der Unterscheidung von Pion- und Elektronereignissen zu erlangen, ist es instruktiv, die häufig vorkommenden Merkmale der Ergebnisse zu betrachten. Zu diesem Zweck wurde zum einen stets das dreidimensionale Rekonstruktionsergebnis der 21. Iteration (vgl. Abschnitt 2.5) links oben abgebildet, sowie dessen Projektionen

in die xy -, xz - und yz -Ebene. Dabei wurden die Teilchenspuren aus der Monte-Carlo-Wahrheit mit eingezeichnet, um das Rekonstruktion-Ergebnis zu überprüfen, wobei die Teilchenspuren der Photonen aus dem Zerfall $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ mit roten Linien markiert sind. In den Rekonstruktionsergebnissen ist die berechnete Photonemissionswahrscheinlichkeit pro Bin aufgetragen (vgl. Abschnitt 2.5). Die Teilchenspuren oder Entstehungspunkte der Szintillationsphotonen sind jedoch nicht eingezeichnet. Trotzdem können Aussagen über die Qualität der Rekonstruktion getroffen werden, da umso mehr Szintillationslicht erzeugt wird, desto mehr geladene Teilchen die Atome anregen können. Somit sollte an Stellen im Detektor mit hohem Teilchenaufkommen die Photonemissionswahrscheinlichkeit hoch sein.

Bei Pionereignissen sind zwei räumlich trennbare Maxima der Photonemissionswahrschein-

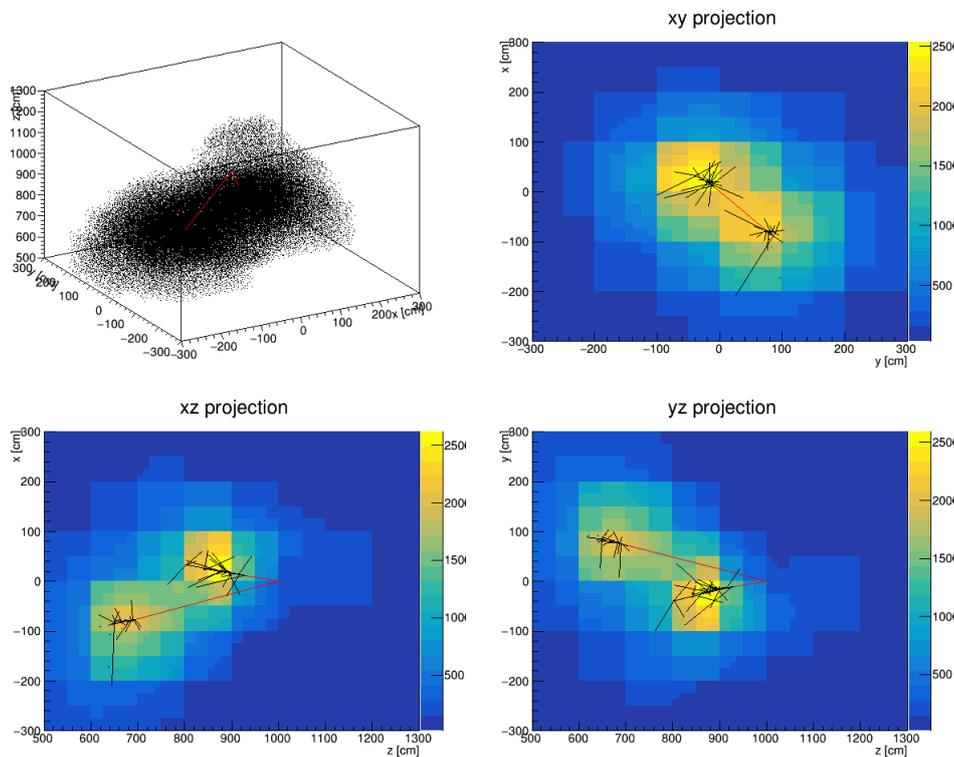


Abbildung 3.2: Projektionen des Ergebnisses der Topologischen Teilchenspurn-Rekonstruktion von einem Monte-Carlo-simulierten Ereignisses eines π^0 mit $E_{kin} = 365$ MeV mit Startpunkt bei $(0,0,1000)$ und Impulsrichtung $(0,0,-1)$. Die dreidimensionale Verteilung der Photonemissionswahrscheinlichkeit ist jeweils im linken, oberen Bild zu erkennen.

lichkeit - wie in Abb. 3.2 - erwünscht, welche von den elektromagnetischen Schauern der beiden Photonen stammen. Solche Ereignisse sind beim Betrachten des Rekonstruktionsergebnisses bzw. dessen Projektionen gut von Elektronereignissen zu unterscheiden, da bei diesen eine durchgehende Spur von hoher Photonemissionswahrscheinlichkeit erwartet wird. Ein Ergebnis mit diesen Merkmalen ist jedoch nur selten zu beobachten. Bei der Betrachtung von 450 Ereignissen mit einer kinetischen Energie der Pionen von 365 MeV

war nur in drei Fällen eine Trennung der Photonemissionsmaxima in dieser Deutlichkeit möglich.

Ebenfalls zu beobachten, ist ein verbreitertes Maximum in der Photonemissionswahrscheinlichkeit, welches sich vom Ort des ersten zum Ort des zweiten elektromagnetischen Schauer zieht, wie in Abb. 3.3 zu sehen ist.

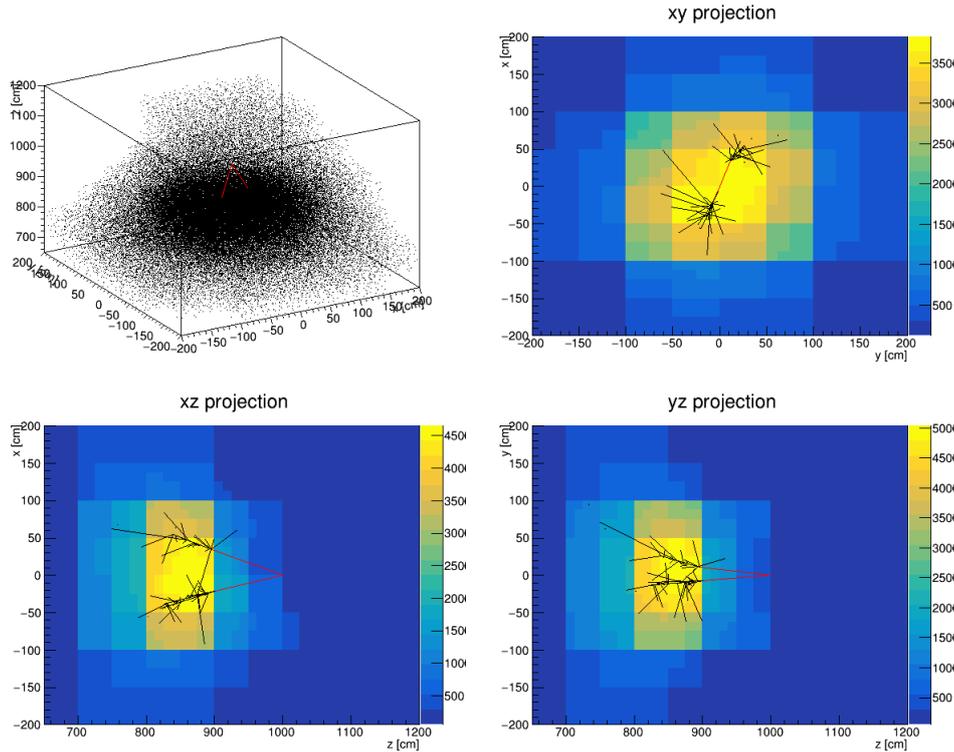


Abbildung 3.3: Projektionen des Ergebnisses der Topologischen Teilchenspur-Rekonstruktion von einem Monte-Carlo-simulierten Ereignisses eines π^0 mit $E_{kin} = 365$ MeV mit Startpunkt bei $(0,0,1000)$ und Impulsrichtung $(0,0,-1)$. Die dreidimensionale Verteilung der Photonemissionswahrscheinlichkeit ist jeweils im linken, oberen Bild zu erkennen.

Zum Teil wird nur der elektromagnetische Schauer des Photons mit der höheren Energie erkannt. Zwei solcher Ergebnisse sind in Abb. 3.4 gezeigt. Dabei besitzt das niederenergetische Photon im oberen Ereignis im Gegensatz zu dem im unteren Ereignis noch genügend Energie, um eine erkennbare Erhöhung der Photonemissionswahrscheinlichkeit zu verursachen. Im dreidimensionalen Rekonstruktionsergebnis ist diese Erhöhung in der Nähe des Konversionspunktes des zweiten Photons bei beiden Ereignissen zu erkennen, dies jedoch deutlich ausgeprägter im oberen Histogramm. Dennoch dominiert die Photonemissionswahrscheinlichkeit, die aufgrund des elektromagnetischen Schauers des höherenergetischen Photons entstanden ist.

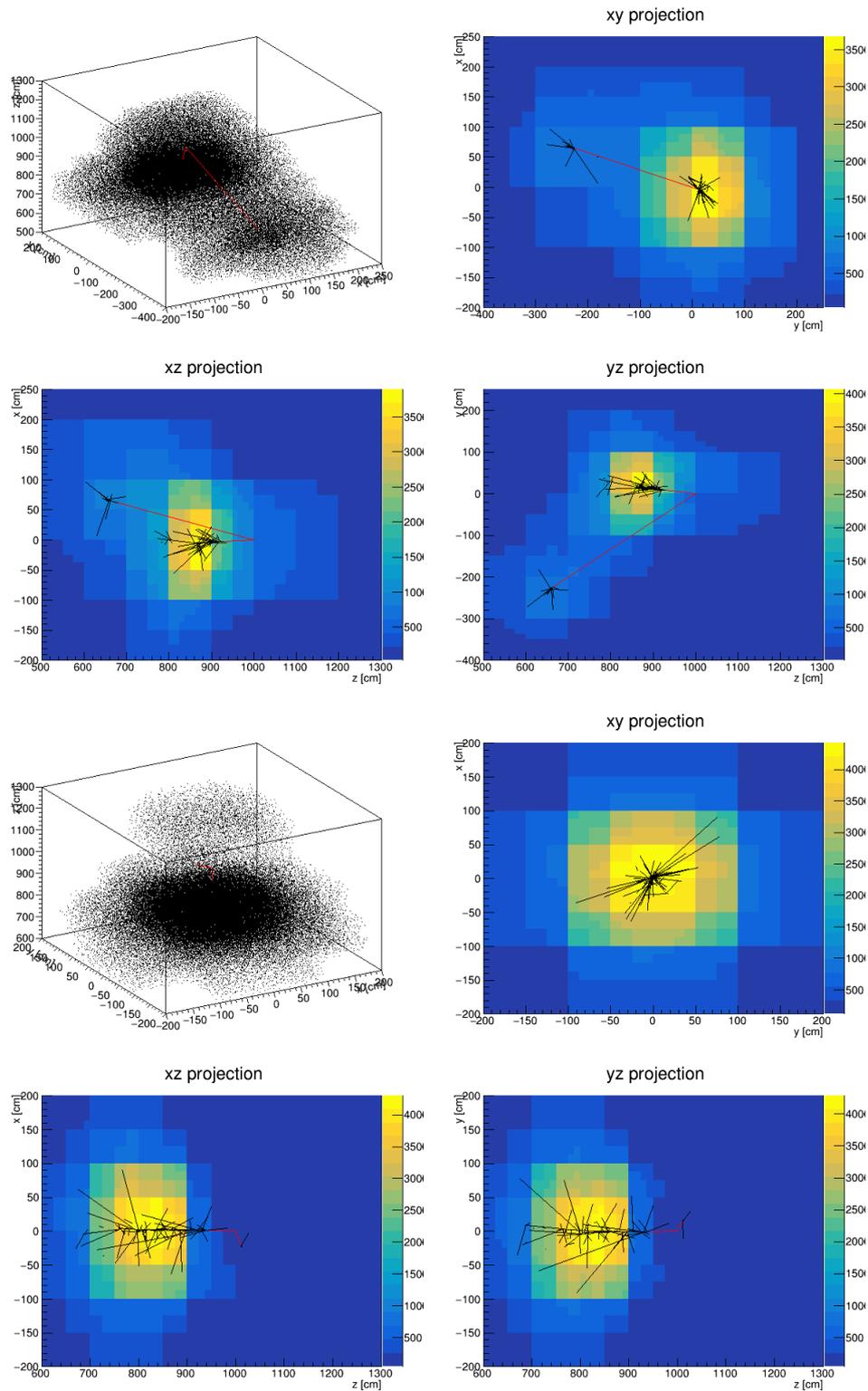


Abbildung 3.4: Projektionen des Ergebnisses der Topologischen Teilchenspur-Rekonstruktion von einem Monte-Carlo-simulierten Ereignisses eines π^0 mit $E_{kin} = 365$ MeV mit Startpunkt bei $(0,0,1000)$ und Impulsrichtung $(0,0,-1)$. Die dreidimensionale Verteilung der Photoemissionswahrscheinlichkeit ist jeweils im linken, oberen Bild zu erkennen.

3.2.1 Öffnungswinkel der Photonen

Die Eigenschaften der beiden beim Pionzerfall entstanden Photonen werden von deren Öffnungswinkel bestimmt. Die Öffnungswinkel werden bei höheren Energien im Mittel geringer, da der Lorentz-Boost größer wird. Dabei ist jedoch der maximale Öffnungswinkel π energieunabhängig. Der Grund hierfür ist, dass der Pion-Zerfall ein Zwei-Körper-Zerfall mit den beiden Photonen als Zerfallsprodukten ist. Im Ruhesystem des Pions müssen die Photonen sich also in gerade entgegengesetzte Richtungen mit gleicher Energie fortbewegen, damit der Impuls erhalten bleibt. Sind nun die Impulsrichtungen der Photonen parallel bzw. antiparallel zur Bewegungsrichtung des Pions, ändern sich diese beim Wechsel in das Laborsystem nicht, die Energie der Photonen jedoch schon.

Der kleinstmögliche Winkel α_{min} zwischen den beiden Photonen wird erreicht, wenn die Impulsvektoren der Photonen im Ruhesystem des Pions senkrecht zur Impulsrichtung des Pions stehen. Für diesen gilt in Abhängigkeit von der Energie des Pions E_π

$$\alpha_{min} = 2 \arcsin \left(\frac{m_\pi}{E_\pi} \right) \quad (3.1)$$

mit der Masse des Pions m_π . Mit dieser Formel wird auch deutlich, dass der minimale Winkel mit der Energie abnimmt. Diese Abhängigkeit ist in Abb. 3.5 aufgezeichnet. In dieser sind die Pionenergien $E_\pi = 500, 1000$ und 2000 MeV und die dazugehörigen minimalen Öffnungswinkel markiert. Die Energie der beiden Photonen hängt ebenfalls vom

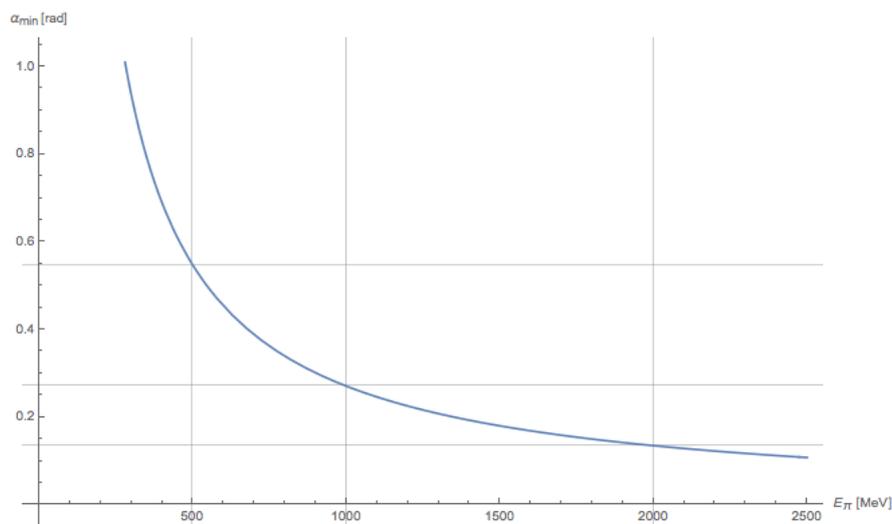


Abbildung 3.5: Der minimal mögliche Öffnungswinkel α_{min} in Radiant in Abhängigkeit der Pionenergie E_π nach Glg. (3.1). Die Werte $\alpha_{min}(E)$ sind für die Pionenergien 500 MeV (≈ 0.55 rad bzw. 31.6°), 1000 MeV (≈ 0.27 rad bzw. 15.5°) und 2000 MeV (≈ 0.14 rad bzw. 7.7°) markiert.

Öffnungswinkel α ab. Diese kann mit

$$E_{\gamma i} = \frac{E_{\pi}}{2} \pm \sqrt{\frac{E_{\pi}^2}{4} - \frac{m_{\pi}^2}{4 \sin^2(\frac{\alpha}{2})}} \quad (3.2)$$

berechnet werden, wobei die Energie des ersten Photons $E_{\gamma 1}$ mit dem Pluszeichen und die Energie des zweiten Photons $E_{\gamma 2}$ mit dem Minuszeichen berechnet wird und stets $E_{\gamma 1} \geq E_{\gamma 2}$ gilt. Die entsprechenden Graphen für eine Gesamtenergie des Pions von 0.5 GeV sind in Abb. 3.6 aufgezeichnet. Die Graphen für 1 und 2 GeV sind im Anhang A zu finden. Beim minimalen Öffnungswinkel α_{min} besitzen beide Photonen die gleiche Energie $E_{\pi}/2$.

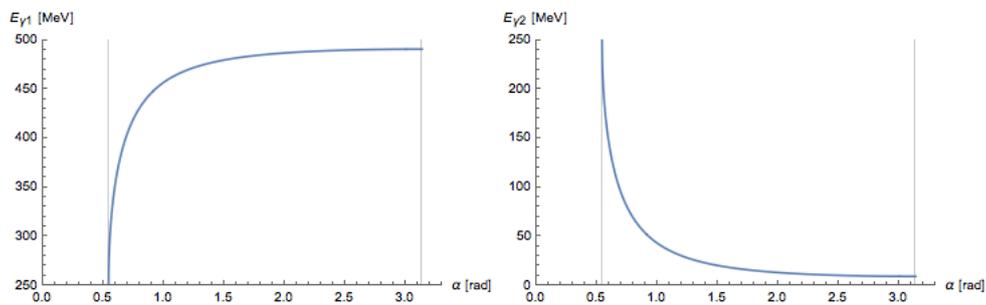


Abbildung 3.6: Die Energie $E_{\gamma 1}$ [MeV] (links) und $E_{\gamma 2}$ [MeV] (rechts) in Abhängigkeit des Öffnungswinkels α [rad] bei einer Pionenergie $E_{\pi} = 500$ MeV, welche mithilfe von Glg. 3.2 berechnet wurde. Dabei wurde der minimale Öffnungswinkel α_{min} , sowie der maximal mögliche Öffnungswinkel π mit einer vertikalen Linie markiert. Dabei gilt für 500 MeV $\alpha_{min} \approx 0.55$ rad.

Werden nun Ereignisse mit Elektronen und Pionen als Primärteilchen mit jeweils gleicher Energie betrachtet, besitzen beide beim Pionzerfall entstehenden Photonen bei dem minimalen Öffnungswinkel gerade die Hälfte der Energie eines Elektrons. Vergrößert sich der Öffnungswinkel der Photonen steigt die Energie $E_{\gamma 1}$ des höher energetischen Photons stark an, bis sie annähernd E_{π} erreicht hat. Im gleichen Maße fällt die Energie $E_{\gamma 2}$ bis zum Erreichen des minimalen Wertes ab - bei einer Pionenergie von 0.5 GeV liegt dieser bei $E_{\gamma 2, min} \approx 9.3$ MeV - bei einem Öffnungswinkel von π .

In Abb. 3.7 ist die Verteilung der Öffnungswinkel von den Pionereignissen bei 0.5 GeV gezeigt, welche mithilfe der Monte-Carlo-Daten erstellt wurde. Deutlich wird, dass die Anzahl von Ereignissen mit einem Öffnungswinkel nahe α_{min} am größten ist und danach mit wachsendem Öffnungswinkel stark abfällt. Außerdem ist der minimale Öffnungswinkel mit einer roten Linie markiert. Dabei sind 18 der 976 (1.8 %) betrachteten neutralen Pionen bei 0.5 GeV in $\pi^0 \rightarrow \gamma + e^+ + e^-$ zerfallen. Dieser Zerfall hat ein Verzweigungsverhältnis von $(1.17 \pm 0.04)\%$ [12]. Solchen Ereignissen wird ein Wert des Öffnungswinkels von $\alpha = -0.1$ rad zugewiesen.

Die Auswirkungen des Öffnungswinkels sollen an den bereits vorgestellten Rekonstruktionsergebnissen demonstriert werden. So entspricht der Öffnungswinkel von ca.

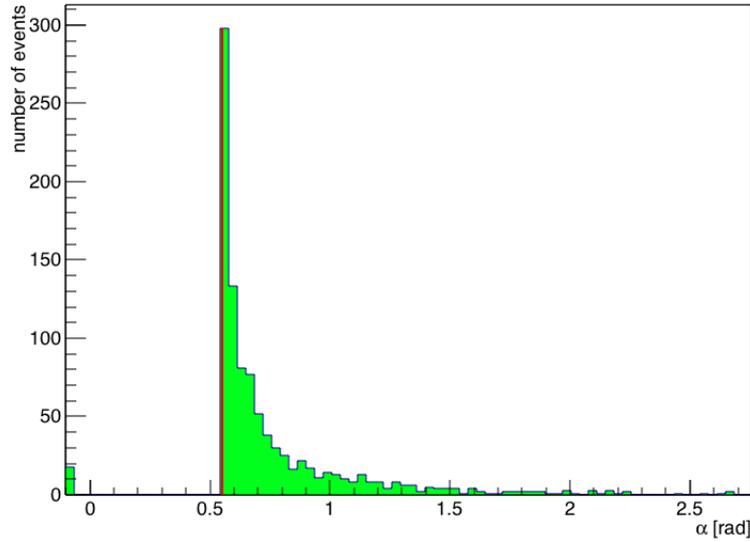


Abbildung 3.7: Öffnungswinkel der Photonen bei einer Gesamtenergie von 0.5 GeV gegen die Anzahl von Ereignissen aufgetragen, wobei die Gesamtanzahl der Ereignisse 976 beträgt. Die rote vertikale Linie markiert den minimalen Öffnungswinkel $\alpha_{min} \approx 0.55$ rad. Die Pionereignisse, welchen ein Öffnungswinkel von -0.1 zugewiesen wurden, sind in $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$ zerfallen.

0.56 rad in Abb. 3.2, in welcher die Teilchenschauer trennbar sind, ungefähr dem minimalen Öffnungswinkel bei 500 MeV. Dies ist auch in Abb. 3.3 der Fall, wobei hier die beiden Schauer als verbreitertes Maximum zu sehen sind. Die zwei entstandenen Photonen besitzen in beiden Fällen annähernd die gleiche Energie. Im ersten Fall sind die Konversionspunkte der beiden Photonen jedoch an deutlich trennbaren Orten im Detektor. Im zweiten Fall sind die elektromagnetischen Schauer räumlich zu nah beieinander, um sie im Rekonstruktionsergebnis trennen zu können. Dies ist auch an den Wegstrecken L_γ der beiden Photonen vom Punkt des Pionzerfalls zum Konversionspunkt zu erkennen. So betragen diese Strecken bei den Photonen aus Abb. 3.2 $L_\gamma \approx 324$ cm und 72 cm. Im Gegensatz dazu liegen diese bei den Photonen aus Abb. 3.3 mit $L_\gamma \approx 101$ cm und 110 cm deutlich näher beieinander.

In Abb. 3.4, oben beträgt der Öffnungswinkel etwa 0.73 rad und damit unterscheiden sich die Photonenenergien mit $E_{\gamma_1} \approx 400$ MeV und $E_{\gamma_2} \approx 100$ MeV stark. Obwohl die Konversionspunkte der beiden Photonen im Detektor deutlich voneinander entfernt sind, kann der elektromagnetische Schauer des zweiten Photons aufgrund der geringen Energie E_{γ_2} nur schwach erkannt werden.

Noch deutlicher wird dies in Abb. 3.4, unten mit einem Öffnungswinkel der Photonen von ca. 2.0 rad, welcher zu Photonenenergien von $E_{\gamma_1} \approx 490$ MeV und $E_{\gamma_2} \approx 10$ MeV führt. Wie in den Projektionen des Rekonstruktionsergebnisses zu sehen ist, wird der Konversionspunkt des zweiten Photons dort nicht erkannt.

In Abb. 3.8 sind die Öffnungswinkel der beiden Photonen aus dem Pionzerfall gegen die Differenz ΔL_γ der Wegstrecke zwischen dem Entstehungspunkt und dem Konversionspunkt dieser beiden aufgetragen. Dabei wurden nur Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV betrachtet. Mithilfe dieser Graphik soll abgeschätzt werden, wie oft die besprochenen Merkmale zu beobachten sind. Zu sehen ist, dass bei kleinen Öffnungswinkeln, welche größtenteils vorkommen, die Differenz der Wegstrecken häufig nur gering ist. So bestätigt sich die Beobachtung, dass klar trennbare Maxima nur selten in den Rekonstruktionsergebnissen zu finden sind, da diese bei kleinen Winkeln und großer Differenz der Wegstrecken auftreten. Die entsprechenden Graphiken für die restlichen Energien sind im Anhang A zu sehen.

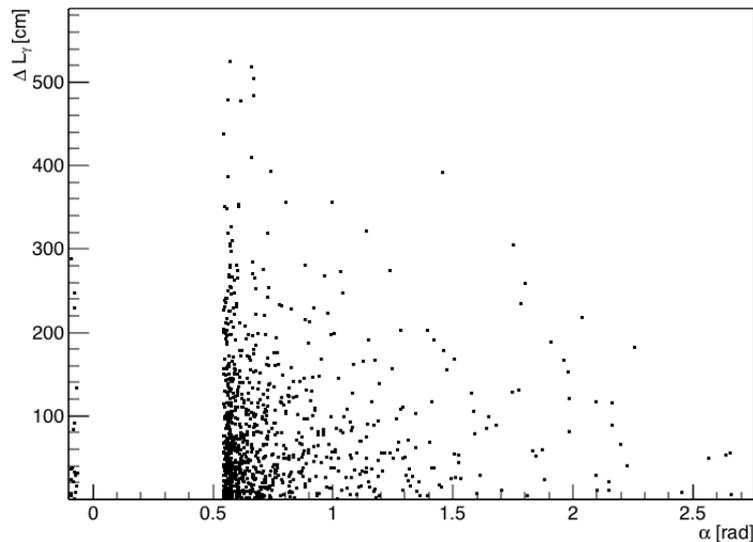


Abbildung 3.8: Öffnungswinkel α zwischen den beim Pionzerfall entstehenden Photonen bei einer Gesamtenergie des Pions von 0.5 GeV gegen die Differenz der Wegstrecke ΔL_γ aufgetragen, welche zwischen dem Entstehungspunkt und dem Konversionspunkt dieser liegt.

3.2.2 Rekonstruierte Impulsrichtung

Bei der folgenden Analyse wird häufig die rekonstruierte Impulsrichtung des Primärteilchens benötigt. Die verwendete Methode zur Berechnung dieser ist aus Daniel Hartwigs Bachelorarbeit [43] entnommen. Dabei wird vom Referenzpunkt zu jedem Bin im erhaltenen dreidimensionalen Histogramm der Rekonstruktion ein Verbindungsvektor gebildet und mit seinem Bininhalt gewichtet. Außerdem werden weiter entfernte Bins stärker gewichtet, da sich bei diesen die Richtung des Verbindungsvektors nur wenig bei leichten Schwankungen ändert. Solche Schwankungen haben bei näher am Referenzpunkt gelegenen Bins einen deutlich stärkeren Einfluss. Die Impulsrichtung wird durch Aufsummieren

dieser gewichteten Verbindungsvektoren und anschließendem Normieren erhalten.

In Abb. 3.9 ist der Kosinus des Winkels β zwischen der rekonstruierten und der aus den Monte-Carlo-Daten erhaltenen Impulsrichtung aufgetragen. Somit ist bei einem Wert von $\cos(\beta) = 1$ die Impulsrichtung genau rekonstruiert, bei einem Wert von 0 wären die beiden Richtungsvektoren gerade orthogonal zueinander. Die Werte von den Pionereignissen sind rot markiert, diejenigen von den Elektronereignissen schwarz.

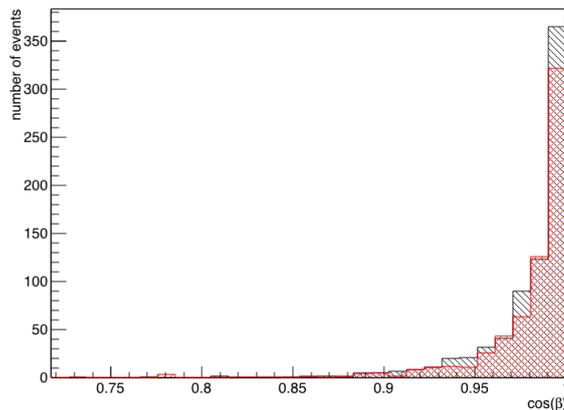


Abbildung 3.9: Skalarprodukt der rekonstruierten und wahren Impulsrichtung des Primärteilchens bei Elektron (schwarz)- und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 0,5 GeV mit festgelegten Start- und Impulsvektor.

Es wird deutlich, dass die Bewegungsrichtung des Primärteilchens gut wiedergegeben wird, mit einem Mittelwert des Skalarprodukts von 0,98 bei Pion- und Elektronereignissen. Dabei ist zu betonen, dass die Ungenauigkeit der Impulsrichtung sowohl in der folgenden Erstellung des longitudinalen Schauerprofils (Abschnitt 3.3), als auch bei der Erstellung der zweidimensionalen Projektion auf die Ebene senkrecht zur Impulsrichtung des Primärteilchens (Abschnitt 3.4) eingeht.

In der folgenden Analyse der Parameter wird der Einfluss des Fehlers der rekonstruierten Bewegungsrichtung besprochen, wobei die Parameter einmal mit der rekonstruierten und einmal mit der aus den Monte-Carlo-Daten gewonnenen Bewegungsrichtung berechnet und diese dann verglichen werden.

3.3 Photonemission entlang der rekonstruierten Impulsrichtung

3.3.1 Implementation

Die Methode zum Erstellen des Schauerprofils der Photoemission entlang der rekonstruierten Bewegungsrichtung des Primärteilchens wurde aus der Bachelorarbeit von Daniel Hartwig übernommen [43]. Das Verfahren soll hier kurz skizziert werden. Benötigt wird zunächst die rekonstruierte Bewegungsrichtung des Primärteilchens und ein Referenzpunkt, welcher während der Rekonstruktion durch die Verschmierung des Startpunktes der Simulation gewonnen wird. Von diesem Referenzpunkt \vec{r}_{ref} aus wird zu einem zufälligen Punkt \vec{r}_i im Bin i der Verbindungsvektor

$$\vec{d}_i = \vec{r}_{ref} - \vec{r}_i \quad (3.3)$$

gebildet. Anschließend wird das Skalarprodukt x_i von \vec{d}_i mit der rekonstruierten Bewegungsrichtung \vec{s} gebildet,

$$x_i = \vec{d}_i \cdot \vec{s}. \quad (3.4)$$

Im Histogramm wird an der Stelle x_i der Binninhalt des entsprechenden Bins i aufaddiert. Dieses Verfahren wird für jeden Bin im finalen Rekonstruktionsergebnis wiederholt.

In der folgenden Analyse werden jeweils drei longitudinale Schauerprofile betrachtet, welche die zur Verfügung stehenden Monte-Carlo-Daten unterschiedlich stark einbinden. Dabei ist die Bingröße in allen Schauerprofilen auf 12.5 cm festgesetzt und entspricht damit der Bingröße des Rekonstruktionsergebnisses aus der letzten Iteration. In Abb. 3.10, oben ist ein Beispiel von einem Schauerprofil eines Elektrons mit einer kinetischen Energie von 500 MeV gezeigt, welches mithilfe der oben beschriebenen Methode erstellt wurde.

Außerdem wird ein Schauerprofil mithilfe der wahren Impulsrichtung des Primärteilchens aus den Monte-Carlo-Daten berechnet (Abb. 3.10, mittig), damit geht der in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Fehler der Richtungsrekonstruktion nicht mit ein. Diese beiden Schauerprofile und die aus ihnen berechneten Parameter sind gut vergleichbar und zeigen den Einfluss des Fehlers der rekonstruierten Impulsrichtung und damit auch die Grenzen der Unterscheidung von Elektron- und Pionereignissen mithilfe der betrachteten Parameter bei exakter Rekonstruktion der Richtung.

Das dritte Schauerprofil (Abb. 3.10, unten) wird ausschließlich mithilfe der Monte-Carlo-Daten erstellt und basiert auf den Entstehungs- \vec{r}_S und Endpunkten \vec{r}_E aller im Detektor entstandenen Teilchen. Diese werden wie die Vektoren \vec{r}_i des Rekonstruktionsergebnisses aus Glg. (3.3) auf die Impulsrichtung des Primärteilchens projiziert. Somit ergeben sich die Skalarprodukte x_S und x_E . Die Binninhalte der Bins j_S und j_E im Schauerprofil, welche respektive den x -Werten x_S und x_E entsprechen, werden um eins erhöht. Auch alle Bins

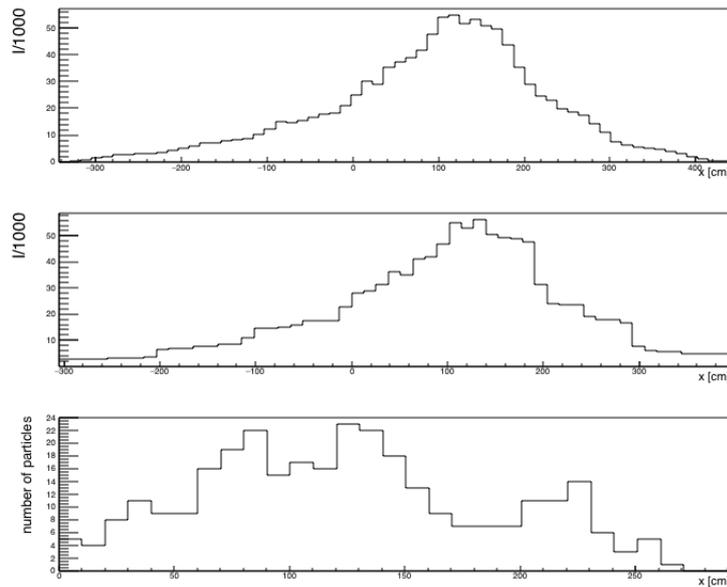


Abbildung 3.10: Schauerprofil eines Elektronereignisses mit einer Gesamtenergie von 500 MeV mit einem Startpunkt bei $(0,0,1000)$ cm und einer Impulsrichtung des Primärteilchens von $(0,0,-1)$. Dabei wurde das obere Schauerprofil mit der rekonstruierten Richtung errechnet, das mittlere mithilfe der Impulsrichtung aus den Monte-Carlo-Daten und das untere Schauerprofil ist das Teilchenanzahl-Schauerprofil, welches sich vollständig aus den Monte-Carlo-Daten ergibt. Dabei ist zu beachten, dass der Wertebereich der x-Werte bei den Histogrammen unterschiedlich ist.

j des Schauerprofils zwischen j_S und j_E werden inkrementiert. Somit wird ein longitudinales Profil der Teilchenanzahl erhalten.

Dieses ist nur bedingt mit den beiden bereits beschriebenen Schauerprofilen vergleichbar. Auf Grundlage von absoluten Werten der Bininhalte ist dies nicht möglich, da diese der projizierten Teilchenanzahl bzw. Photonemissionswahrscheinlichkeit entsprechen. Dennoch kann der Verlauf dieser Profile betrachtet werden, vorallem der Unterschied von Parameterverteilung der Elektron- und Pionereignisse, die sich durch das Teilchenanzahl-Schauerprofil ergeben. Mithilfe dieses Vergleichs kann abgeschätzt werden, wie gut Elektron- und Pionereignisse bei einer bestmöglichen Rekonstruktion mithilfe der hier betrachteten Parameter unterschieden werden könnten. Dabei ist die bestmögliche Rekonstruktion in dem Sinne zu verstehen, dass direkt auf die Teilchenanzahl zurückgerechnet werden kann. Da die Bingröße im Schauerprofil jedoch ebenfalls auf 12.5 cm festgelegt ist, wird stets mit einer Teilchenanzahl gerechnet, welche über diesen Bereich gemittelt wurde.

3.3.2 Höchster Wert der Photonemission

Umso mehr Schauerteilchen vorhanden sind, desto mehr Szintillationsphotonen können durch sie ausgelöst werden. Im einfachen Schauermodell gilt für die größtmögliche Anzahl an Teilchen N_{max} im elektromagnetischen Schauer $N_{max} = 2^{n_{max}}$ mit der maximalen Anzahl an zurückgelegten Strahlungslängen $n_{max} = \frac{\ln(E/E_C)}{\ln 2}$. Dabei wird die kritische Energie E_C verwendet (vgl. Abschnitt 2.3.2). Somit ergibt sich für ein Elektron der Energie E und zwei Photonen mit jeweils der Energie $\frac{1}{2}E$

$$n_{max,\gamma} = \frac{\ln(\frac{1}{2}E/E_C)}{\ln 2} = \frac{\ln(E/E_C)}{\ln 2} - 1 = n_{max,e^-} - 1 \quad (3.5)$$

$$\text{und } 2 \cdot N_{max,\gamma} = 2 \cdot 2^{n_{max,\gamma}} = 2 \cdot 2^{n_{max,e^-} - 1} = 2^{n_{max,e^-}} = N_{max,e^-}. \quad (3.6)$$

Bei Öffnungswinkeln der Photonen nahe dem minimalen Öffnungswinkel α_{min} , wie es beim Großteil der hier betrachteten Ereignisse der Fall ist (vgl. Abb. 3.7 aus Abschnitt 3.2.1), kann annähernd angenommen werden, dass die beiden Photonen aus dem Pionzerfall die gleiche Energie besitzen. Dabei besitzen die Impulsvektoren der Photonen jeweils einen Winkel von $\frac{1}{2}\alpha_{min}$ zum Impulsvektor des Pions. Bei der Projektion in die Impulsrichtung des Primärteilchens entspricht die Weglänge im Schauerprofil bei Elektronereignissen gerade der im Detektor zurückgelegten Wegstrecke. Durch den Winkel zwischen Impulsvektor von Photon und Pion hat das Photon jedoch im Detektor eine längere Strecke als im Schauerprofil durchquert. Da die Photonemissionswahrscheinlichkeiten auf die Bewegungsrichtung projiziert werden, wird in der Projektion bei Pionereignissen eine gestauchte Summe dieser betrachtet und somit sollten sich höhere Werte als bei Elektronereignissen ergeben.

Dies gilt jedoch nur im einfachen Schauermodell, in welchem angenommen wird, dass sich die elektromagnetischen Schauer der beiden Photonen gleich entwickeln und damit insbesondere zum gleichen Zeitpunkt die erste Paarbildung stattfindet. Falls diese jedoch an deutlich getrennten Orten in Bezug auf die Projektion stattfinden würden, wären zwei Maxima im Schauerprofil sichtbar und somit würden sich deren Photonemissionswahrscheinlichkeiten in der Projektion nicht addieren.

Bei großen Öffnungswinkeln zwischen den Photonen wird die Energie hauptsächlich auf das höher energetische Photon übertragen, dessen Impulsrichtung zudem nur einen geringen Winkel zur Impulsrichtung des Pions besitzt. Somit sollte der höchste Wert der Photonemission der betrachteten Pion- und Elektronereignisse annähernd übereinstimmen.

Der maximale Wert der Photonemission im Schauerprofil wird durch Vergleich aller Bin-

inhalt b_i der N vorhandenen Bins erhalten, wobei gilt

$$b_{max} = \max(b_1, \dots, b_N). \quad (3.7)$$

In Abb. 3.11, oben ist die Anzahl der Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV gegen den Parameter b_{max} , also der maximalen Photonemissionswahrscheinlichkeit im Schauerprofil aufgetragen. Dabei wurden die Werte in der Verteilung rechts oben aus den Schauerprofilen gewonnen, die mit der rekonstruierten Impulsrichtung erstellt wurde und links oben aus denen, welche die Impulsrichtung aus den Monte-Carlo-Daten verwenden. Die Parameterverteilung unten ergibt sich aus den Teilchenanzahl-Schauerprofilen.

Es ist keine aussagekräftige Trennung der Pion- und Elektronereignisse durch diesen Pa-

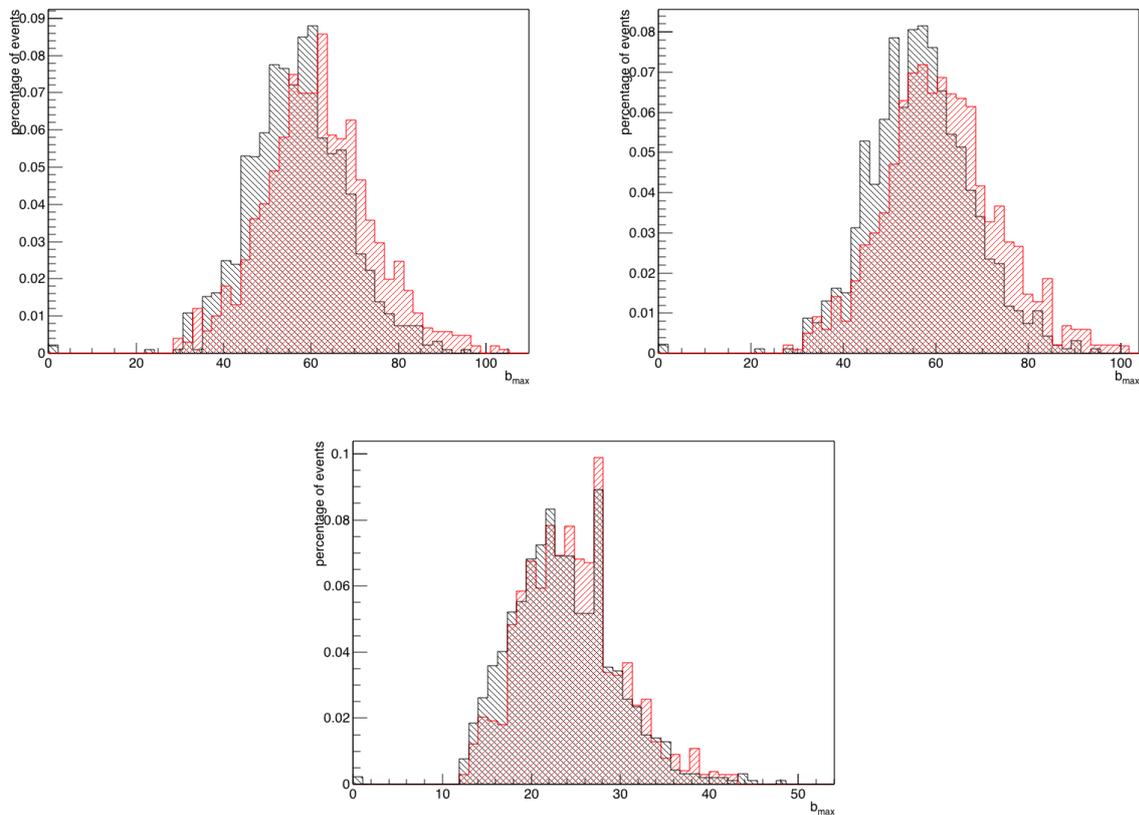


Abbildung 3.11: Maximaler Wert der Photoemissionwahrscheinlichkeit im longitudinalen Schauerprofil für Elektronereignisse (schwarz) und Pionereignisse (rot) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV, dabei wurden die Parameter links oben mithilfe der rekonstruierten Impulsrichtung des Primärteilchens und rechts oben mithilfe der aus den Monte-Carlo-Daten berechnet. Das untere Histogramm entspricht dem Teilchenanzahl-Schauerprofil aus den Monte-Carlo-Daten.

rameter möglich. Dennoch ist eine leichte Verschiebung der Pionereignissen zu höheren Werten zu erkennen, wie es erwartet wurde.

Außerdem ist zu beobachten, dass die oberen Verteilungen sich tatsächlich sehr ähnlich sind, die untere Verteilung jedoch eine andere Form und insbesondere einen deutlich an-

deren Wertebereich dieses Parameters aufweist, da hier die maximale Teilchenanzahl anstatt der maximalen Photonemission im Schauerprofil ausgewertet wird. Hier ist auch die Verschiebung zu höheren Werten von b_{max} der Pionereignisse deutlich schwächer ausgeprägt. Da es sich hier um die Monte-Carlo-Wahrheit handelt, ist der Unterschied zwischen Pion- und Elektronereignissen bei diesem Parameter kaum vorhanden. Dies ist auch in der Tabelle 3.2 wiederzufinden, in welcher die Mittelwerte und Standardabweichungen der Parameterverteilung aufgetragen sind, wobei zwischen den Energien von 0.5, 1 und 2 GeV unterschieden wird. Die entsprechenden Histogramme sind im Anhang A zu finden.

Tabelle 3.2: Mittelwerte \bar{b}_{max} und Standardabweichungen $\sigma_{b_{max}}$ der Parameterverteilung des höchsten Wertes im Schauerprofil für Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV. Dabei wurde aus den Schauerprofilen, welche mithilfe der rekonstruierten Impulsrichtung (Reko) und der aus den Monte-Carlo-Daten übernommenen Impulsrichtung (MC Impuls) erstellt wurden, sowie aus dem Teilchenanzahl-Schauerprofil (MC Data) der höchste Wert der projizierten Photonemission als Parameter übernommen.

	0.5 GeV	fix	0.5 GeV		1 GeV		2 GeV	
	\bar{b}_{max}	$\sigma_{b_{max}}$	\bar{b}_{max}	$\sigma_{b_{max}}$	\bar{b}_{max}	$\sigma_{b_{max}}$	\bar{b}_{max}	$\sigma_{b_{max}}$
Reko								
π^0	57.4	10.2	61.7	12.4	119.7	24.4	226.8	49.4
e^-	53.2	8.2	57.0	11.1	114.9	22.6	221.7	41.9
MC Impuls								
π^0	57.9	10.2	61.3	12.2	118.9	24.0	224.8	45.7
e^-	53.1	7.9	56.7	11.1	113.6	22.0	220.0	40.8
MC Data								
π^0	24.3	6.0	24.5	5.5	38.9	8.6	62.7	12.8
e^-	23.8	5.2	23.6	5.8	38.0	8.1	62.4	11.8

Zu erkennen ist, dass die Mittelwerte der Parameterverteilung von den Pionereignissen tatsächlich einen etwas höheren Wert besitzen. Diese Verschiebung ist jedoch nur geringfügig und die Differenz zwischen den Mittelwerten von Pion- und Elektronereignissen ist stets kleiner als die entsprechenden Standardabweichungen.

Dabei ist bei den Energien $E = 1$ und 2 GeV die Verschiebung nochmals geringer als in Abb. 3.11. Wenn tatsächlich der Winkel zwischen Photon- und Pionimpulsrichtung diesen Unterschied der beiden Ereignisklassen verursacht, ist dies auch durchaus sinnvoll, da der minimale Winkel zwischen den Photonen mit steigender Energie sinkt.

Deutlich wird der Anstieg der maximalen Photonemission und der maximalen Teilchenanzahl (MC Data) mit der Energie. Theoretisch sollte sich die Teilchenanzahl und somit die Photonemission bei Verdopplung der Energie ebenfalls verdoppeln, also eine Steigung um 100 % vorweisen. Der Anstieg ist in den vorliegenden Daten etwas geringer. Der Mittelwert \bar{b}_{max} bei den Verteilungen aus den Schauerprofilen (Reko und MC Impuls) steigt um etwa 90 - 100 %. Im Gegensatz dazu steigt der Mittelwert aus den Teilchenanzahl-Profilen

und somit die maximale Teilchenanzahl deutlich geringer mit einem Anstieg dieser Werte um ungefähr 60 %.

Außerdem zu beobachten ist, dass die Standardabweichung bei der Parameterverteilung der Pionereignisse etwas größer ist, als die der Elektronereignisse. Dies scheint plausibel, da bei diesen außer den statistischen Fluktuationen beim Teilchenschauer auch der Öffnungswinkel der beiden Photonen den maximalen Wert dieses Parameters beeinflusst. Zur Überprüfung dieser Vermutung für Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 1 GeV ist in Abb. 3.12 der maximale Wert der Photonemission in der Projektion gegen den Öffnungswinkel der beim Pionzerfall entstandenen Photonen aufgetragen. Dabei sind die Schauerprofile verwendet worden, welche mithilfe der rekonstruierten Impulsrichtung erstellt wurden. Aufgrund dieses Graphens kann keine der Behauptungen zur Abhängigkeit der maximalen Photonemission im Schauerprofil vom Öffnungswinkel bestätigt werden. Es kann keine Korrelation dieser beiden Parameter festgestellt werden, wobei für große Öffnungswinkel auch aufgrund der geringen Statistik keine Tendenz festgestellt werden kann.

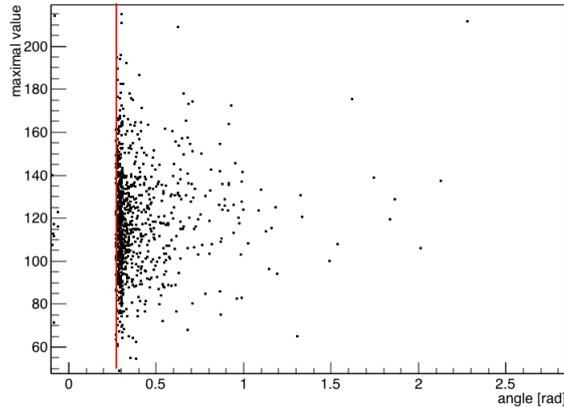


Abbildung 3.12: Maximaler Wert der Photoemissionswahrscheinlichkeit im longitudinalen Schauerprofil b_{max} von 942 Pionereignissen mit einer Gesamtenergie von 1 GeV in Abhängigkeit des Öffnungswinkels α der bei dem Pionzerfall entstandenen Photonen.

3.3.3 Schauerlänge

In einem einfachen Schauermodell gilt für die Schauerlänge L eines elektromagnetischen Schauers

$$L = n_{max} \cdot X_0 = \frac{\ln(E/E_C)}{\ln 2} X_0, \quad (3.8)$$

mit der maximalen Anzahl n_{max} von Strahlungslängen X_0 . Dabei ist die Strahlungslänge X_0 eine Materialkonstante, welche beschreibt nach welcher Wegstrecke im einfachen Schauermodell die erste Paarbildung bzw. Bremsstrahlung bei einem Photon bzw.

Elektron als Primärteilchen des elektromagnetischen Schauers stattfindet (vgl. Abschnitt 2.3.2). Der Wert von X_0 wurde aus den Daten der GEANT4-Simulation gewonnen und beträgt 51.7 cm.

Die berechnete Schauerlänge L in Abhängigkeit der Primärteilchenenergie E ist in Abb. 3.13 aufgetragen. Nun kann die Glg. (3.8) sich auf ein Elektron oder Photon als Pri-

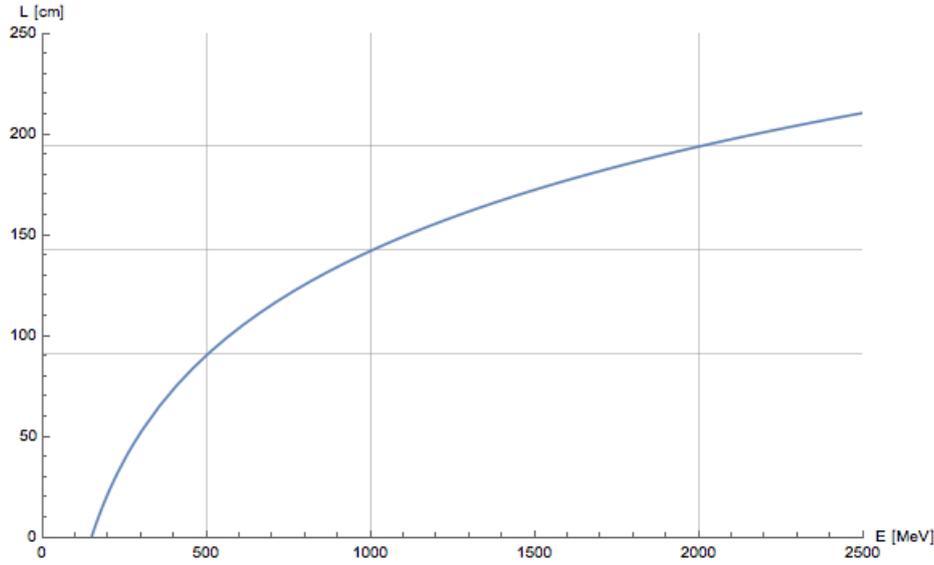


Abbildung 3.13: Abhängigkeit der Schauerlänge L [cm] des elektromagnetischen Schauers von der Energie E [MeV] des Primärteilchens. Dabei sind die Energien 500 MeV, 1000 MeV und 2000 MeV markiert, sowie die dazugehörigen Werte der Schauerlänge $L(500 \text{ MeV}) \approx 90.7 \text{ cm}$, $L(1000 \text{ MeV}) \approx 142.4 \text{ cm}$ und $L(2000 \text{ MeV}) \approx 194.1 \text{ cm}$.

märteilchen des elektromagnetischen Schauers beziehen. Zunächst werden Pionereignisse mit einem minimalen Öffnungswinkel der beiden Photonen betrachtet. Dabei ergibt sich in diesem Beispiel bei einer Gesamtenergie von $E = 1 \text{ GeV}$ für den elektromagnetischen Schauer des Elektrons die Schauerlänge $L_e = \frac{\ln(E/E_C)}{\ln 2} X_0 \approx 142.4 \text{ cm}$ und für den der beiden Photonen jeweils die Schauerlänge $L_\gamma = \frac{\ln(\frac{E}{2}/E_C)}{\ln 2} X_0 = L_e - X_0 \approx 90.7 \text{ cm}$. Der EM-Schauer der Photonen bricht somit im einfachen Schauermodell eine Schauerlänge früher ab, als der des Elektrons. Aus Abb. 3.14 wird ersichtlich, dass sich die auf die Bewegungsrichtung projizierte Schauerlänge zu $L_{proj} = L_{E_\gamma} \cdot \cos(\delta)$ ergibt, wobei δ der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung des Pions und des Photons im Laborsystem ist (vgl. Abb. 3.14).

Bei der Berechnung von L_{proj} muss nun die Abhängigkeit der Photonenergie E_γ und damit der Schauerlänge L_{E_γ} vom Öffnungswinkel α berücksichtigt werden (vgl. Abschnitt 3.2.1). Außerdem ist auch der Winkel δ von α abhängig und durch Lorentztransformation zu berechnen. Es ergeben sich die beiden Grenzwerte $\delta(\alpha_{min}) = \alpha_{min}/2$ und $\delta(\alpha_{max}) = \delta(\pi) = 0$, da hier nur das höher energetische Photon betrachtet wird. In den folgenden Überlegungen wird stets von dem idealen elektromagnetischen Schauer ausge-

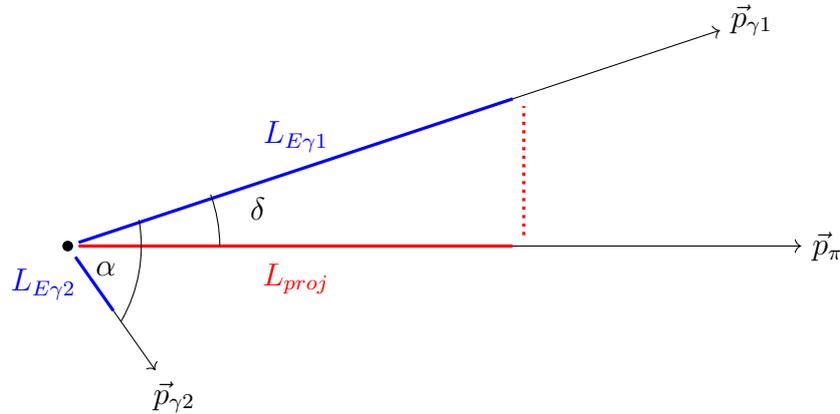


Abbildung 3.14: Ermittlung der Projektion L_{proj} der Länge der Teilchenspur $L_{E\gamma}$ auf die Bewegungsrichtung des Primärteilchens \vec{p}_π durch $L_{proj} = L_{E\gamma} \cos(\delta)$, wobei δ der eingezeichnete Winkel zwischen der Bewegungsrichtung des Pions und des höherenergetischen Photons im Laborsystem ist und α der Öffnungswinkel der Photonen.

gangen, der sich nach dem einfachen Schauermodell verhält. Somit stimmen insbesondere auch die durchquerten Wegstrecken vom Punkt des Pionzerfalls bis zum Konversionspunkt der beiden Photonen überein, was durchaus nicht immer der Fall ist (vgl. Abschnitt 3.2.1 Abb. 3.8).

In Abb. 3.15 links ist die berechnete projizierte Schauerlänge L_{proj} des höherenergetischen Photons gegen den Öffnungswinkel α zwischen den beiden Photonen bei einer Gesamtenergie des Pions von 1 GeV aufgetragen. Außerdem wurde die Schauerlänge für ein Primärteilchen mit 1 GeV und 0.5 GeV eingezeichnet (respektive obere und untere horizontale Linie).

Der Graph nähert sich der oberen Horizontalen (142.4 cm), nimmt jedoch einen etwas kleineren Wert von 142.1 cm an. Dies hat seinen Ursprung darin, dass das zweite Photon, wenn auch nur geringfügig, ebenfalls Energie davonträgt. Die Schauerlänge von einem Primärteilchen mit 0.5 GeV wird ebenfalls unterschritten, obwohl die Photonen bei einem minimalen Öffnungswinkel α_{min} (vertikale Linie) tatsächlich jeweils eine Energie von 0.5 GeV besitzen. Durch die Projektion der Schauerlänge, also der Multiplikation dieser mit $\cos(\alpha/2)$, ist der Wert von L_{proj} jedoch geringer.

Die Schauerlänge L wird in den Schauerprofilen als die Wegstrecke zwischen Referenzpunkt \vec{r}_{ref} und dem Binmittlepunkt \vec{r}_{max} des Bins mit dem höchsten Bininhalt b_{max} definiert. Somit gilt

$$L = |\vec{r}_{max} - \vec{r}_{ref}|, \quad (3.9)$$

wobei der Referenzpunkt der verschmierte Startpunkt der Simulation ist. Rechts neben diesem Histogramm in Abb. 3.15 ist der Öffnungswinkel α zwischen den Photonen aus dem Pionzerfall gegen die rekonstruierte Schauerlänge L aufgetragen. Außerdem wurde

der minimale Öffnungswinkel mit einer roten vertikalen Linie markiert. Die erwartete Abhängigkeit der Schauerlänge vom Öffnungswinkel ist nicht wiederzufinden.

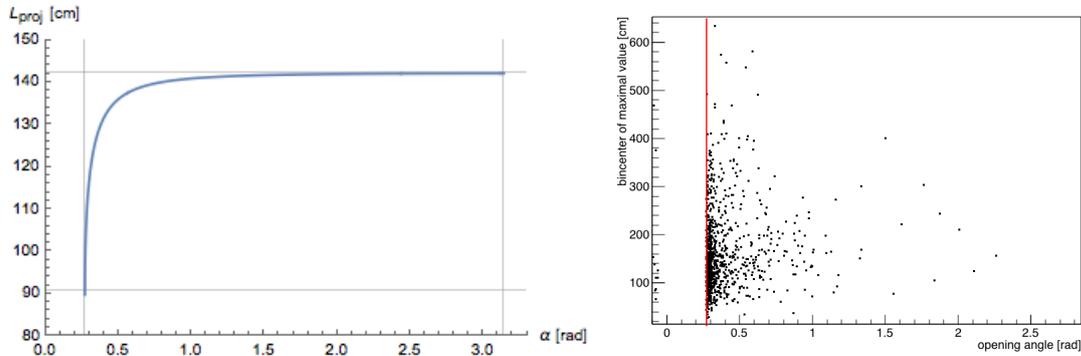


Abbildung 3.15: Links: Die Länge L_{proj} [cm] des auf die Bewegungsrichtung des Pions projizierten elektromagnetischen Schauers nach $L_{proj} = L_{E'} \cdot \cos(\delta)$ in Abhängigkeit des Öffnungswinkels α [rad] der beim Pionzerfall entstandenen Photonen. Dabei ist die Gesamtenergie der Pionen 1 GeV. Eingezeichnet ist außerdem die Länge eines elektromagnetischen Schauers für ein Primärteilchen mit 1 GeV (obere horizontale Linie) und mit 500 MeV rechts (untere horizontale Linie), sowie der minimale Öffnungswinkel $\alpha_{min} \approx 0.27$ rad und der maximale Öffnungswinkel π (vertikale Linien). **Rechts:** Öffnungswinkel α [rad] der Photonen aus den Monte-Carlo-Daten aufgetragen gegen die aus den rekonstruierten Schauerprofilen erhaltenen Schauerlängen L in Zentimeter von Pionereignissen mit einer Gesamtenergie von 1 GeV.

In dem Histogramm in Abb. 3.16 ist die Häufigkeitsverteilung der rekonstruierten Schauerlänge für Elektron- (schwarz) und Pionereignisse (rot) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV aufgetragen. Dabei wurde die Bingröße auf 12,5 cm festgelegt und entspricht somit der Bingröße im Schauerprofil. Auch bei den folgenden Histogrammen ist dies stets der Fall, wenn die betrachteten Parameter die Einheit Zentimeter besitzen.

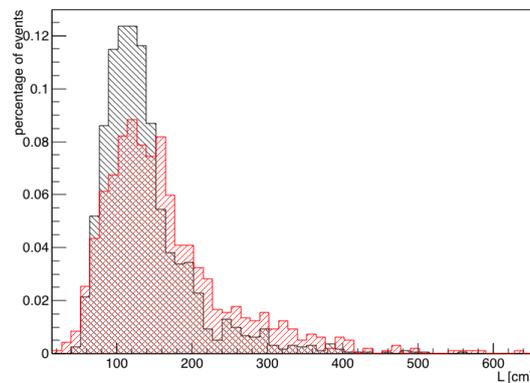


Abbildung 3.16: Häufigkeitsverteilung der Schauerlänge L bei Elektron- (schwarz) und Pionereignisse (rot) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV betrachtet.

Die berechnete Schauerlänge für ein Primärteilchen mit einer Energie von 1 GeV beträgt ≈ 142.4 cm. Somit stimmt der Mittelwerte der Häufigkeitsverteilungen der Schau-

erlänge von Elektronereignissen mit 137.7 cm gut mit dem berechneten Wert überein. Der Mittelwert der Pionereignisse liegt mit 164.8 cm etwas höher. Beim Vergleich der Pion- und Elektronereignisse fällt auf, dass die Verteilung der Schauerlänge bei den Pionen mit einer Standardabweichung von 85.4 cm merklich breiter ist als die der Elektronen mit einer Standardabweichung von 61.0 cm. Dies entspricht aufgrund der Auswirkung des Öffnungswinkels der Photonen beim Pionzerfall den Erwartungen. Andererseits kann in dem Histogramm nicht wiedergefunden werden, dass die Pionen eine kürzere Schauerlänge aufweisen. Im Gegenteil scheinen die Pionereignisse den Ausläufer zu hohen Schauerlängen zu dominieren. Schauerlängen größer als 200 cm weisen 14.3 % der Elektronereignisse und 27.5 % der Pionereignisse auf, was sich durch das bisher verwendete einfache Schauermodell nicht erklären lässt.

Dies kann jedoch seinen Ursprung darin haben, dass die Schauerlänge als die Wegstrecke zwischen dem Referenzpunkt, also dem verschmierten Startpunkt der Simulation und dem Schauermaximum, definiert wurde. Bei der hier betrachteten Energie von 1 GeV werden im theoretischen, einfachen Schauermodell nur ≈ 3 Strahlungslängen bis zum Abbruch des elektromagnetischen Schauers durchquert, bei der niedrigsten Energie dieser Arbeit von 0.5 GeV sogar nur ≈ 2 . Damit ist der Vergleich der simulierten und rekonstruierten Daten mit theoretischen Werten aus diesem Modell vorsichtig zu betrachten, da z.B. bei einem Photon als Primärteilchen des elektromagnetischen Schauers mit einer Energie von 0.5 GeV nur 2 - 4 Elektronen und Positronen entstehen sollten. Zu sehen ist auch, dass vereinzelt Ereignisse bereits bei der ersten Strahlungslänge das Schauermaximum annehmen. Wenn die Photonen nun deutlich nach der ersten Strahlungslänge das erste Elektron-Positron-Paar bilden, ist natürlich auch der Abstand vom Referenzpunkt zum Schauermaximum größer. Eine Möglichkeit dies zu überprüfen, wäre die Berechnung der Wegstrecke zwischen dem ersten signifikanten Anstieg der Photonemission im Schauerprofil, was bei den Pionereignissen einem der Konversionspunkte der beiden beim Pionzerfall entstandenen Photonen entsprechen sollte und dem Schauermaximum.

Auch in den weiteren Histogrammen, welche im Anhang A zu finden sind, sind die beschriebenen Tendenzen der Parameterverteilung zu erkennen.

In Tabelle 3.3 sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen der Schauerlänge aufgelistet, dabei wurden die drei unterschiedlichen longitudinalen Profile und die Energien von 0.5, 1 und 2 GeV ausgewertet. In diesen ist zu sehen, dass die Schauerlänge im Mittel mit der Energie steigt, was den Erwartungen entspricht. Außerdem stimmen die Mittelwerte relativ gut mit den berechneten Werten der Schauerlänge überein. Auch der Einfluss der Orientierung im Detektor kann an den Werten beobachtet werden, mit einer Verschiebung zu höheren Mittelwerten aus den Schauerprofilen der Photonemission (Reko und MC Impuls) bei der Impulsrichtung in die $-z$ -Richtung (0.5 GeV, fix). Gleichzeitig stimmen die Werte aus den Monte Carlo Daten (MC Data) gut mit de-

Tabelle 3.3: Mittelwerte \bar{L} und Standardabweichungen σ_L der Parameterverteilung der Schauerlänge für Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV. Die entsprechenden Histogramme sind im Anhang A zu finden. Dabei sind die berechneten Werte der Schauerlänge $L(500 \text{ MeV}) \approx 90.7 \text{ cm}$, $L(1000 \text{ MeV}) \approx 142.4 \text{ cm}$ und $L(2000 \text{ MeV}) \approx 194.1 \text{ cm}$.

[cm]	0.5 GeV		0.5 GeV		1 GeV		2 GeV	
	\bar{L}	σ_L	\bar{L}	σ_L	\bar{L}	σ_L	\bar{L}	σ_L
Reko								
π^0	151.6	80.6	132.9	78.8	164.8	85.4	190.6	79.3
e^-	123.9	61.3	102.3	57.8	137.7	61.0	167.7	60.8
MC Impuls								
π^0	149.7	79.1	132.1	76.7	163.9	85.4	190.2	78.7
e^-	125.2	61.5	103.0	58.3	138.8	61.0	168.0	60.4
MC Data								
π^0	128.3	85.1	128.6	80.7	159.9	88.9	183.6	84.5
e^-	106.2	67.3	100.8	63.2	133.8	65.4	165.0	69.7

nen überein, welche mit im Detektor verteilten Ereignissen bei gleicher Energie gewonnen wurden.

Bemerkenswert ist außerdem, dass die Werte aus den Photonemissions-Schauerprofilen nah an denen aus den Monte Carlo Daten liegen, ausgenommen die 0.5 GeV, fix- Ereignisse.

3.3.4 Photonemission vor der Strahlungslänge X_0

In diesem Abschnitt wird der Anteil der Photonemission vor der Strahlungslänge X_0 betrachtet, welche beim Szintillationsmaterial LAB 52 cm beträgt. Diese Wegstrecke wird vom Referenzpunkt, also dem verschmierten Startpunkt der Simulation, aus vermessen. Im Schauerprofil liegt der Referenzpunkt stets bei $x = 0$. Im einfachen Schauermodell findet erst nach einer Wegstrecke von X_0 die erste Paarbildung bzw. Bremsstrahlung statt, wenn respektive ein Photon oder Elektron betrachtet wird. Da nur geladene Teilchen im Detektor Szintillationsphotonen auslösen, wird bei den Pionereignissen deutlich weniger Photonemission vor X_0 erwartet.

Ein Beispiel für ein solches Schauerprofil von einem neutralen Pion ist in Abb. 3.17 gezeigt. Das dazugehörige dreidimensionale Rekonstruktionsergebnis sowie drei Projektionen von diesem sind im Anhang A in Abb. A.8 zu finden.

Es handelt sich hierbei um ein Pion mit einer Gesamtenergie von 500 MeV und einem Startpunkt bei (0,0,1000) cm und einer Impulsrichtung von (0,0,-1). Bis zu einem x-Wert von 60 cm liegen nur die beiden Photonen aus dem Pionzerfall vor und können somit keine Spur im Detektor hinterlassen. Der elektromagnetische Schauer des niederenergetischen Photons ist im Monte Carlo Teilchenanzahl Schauerprofil (Abb. 3.17, unten) gut zu

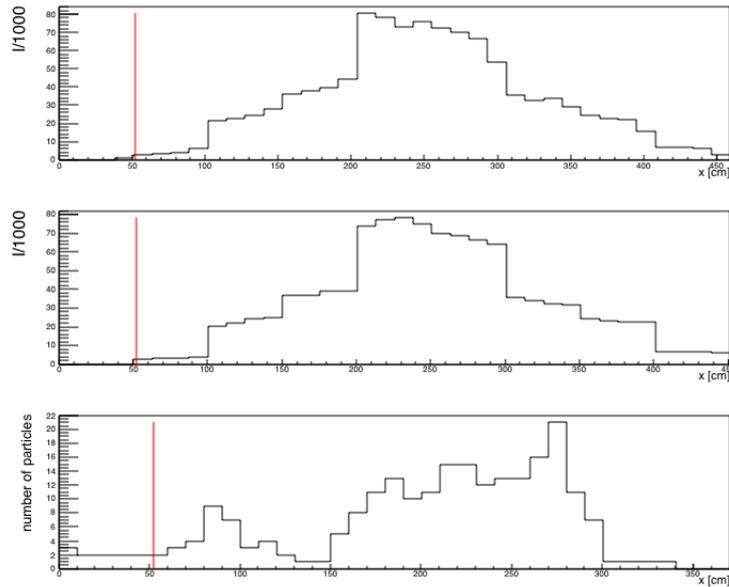


Abbildung 3.17: Schauerprofil eines Pionereignisses mit einer Gesamtenergie von 500 MeV mit einem Startpunkt bei (0,0,1000) cm und einer Impulsrichtung des Pions von (0,0,-1). Markiert ist außerdem die Strahlungslänge X_0 von 52 cm. Dabei wurde das obere Schauerprofil mit der rekonstruierten Richtung errechnet, das mittlere mithilfe der Impulsrichtung aus den Monte Carlo Daten und das untere Schauerprofil ist das Teilchenanzahlprofil, welches sich vollständig aus den Monte Carlo Daten ergibt. Das dazugehörige Rekonstruktionsergebnis ist im Anhang A in Abb. A.8 zu finden.

erkennen, welcher bei ≈ 80 cm sein Schauermaximum erreicht. Dieser elektromagnetische Schauer wird aufgrund der geringen Energie des Photons von ≈ 80 MeV im Rekonstruktionsergebnis nicht erkannt (siehe Anhang A). Somit wird nur der elektromagnetische Schauer des höherenergetischen Schauers gesehen, dessen Ausbildung bei $x \approx 150$ cm beginnt. Im rekonstruierten Schauerprofil ist dieser etwas ausgedehnter und ein signifikanter Anstieg der projizierten Photonemission ist bereits bei $x \approx 100$ cm zu erkennen. Dennoch liegt dieser Punkt hinter der Strahlungslänge X_0 und ein solches Ereignis bietet gute Voraussetzungen für die Identifikation von Pionereignissen durch den Parameter der Photonemission vor X_0 .

Anhand dieses Schauerprofils ist auch der Einfluss des Rekonstruktionsverfahrens, welches kleiner werdende Bins bei späteren Iterationsschritten verwendet, zu sehen. So ist die anfängliche Binsgröße auf 1 m festgelegt. Mit dieser Segmentierung des Detektors wird nun für die Bins die entsprechende Wahrscheinlichkeitsmaske (siehe 2.5) erstellt, welche auf der in ihnen enthaltenen Photoemissionswahrscheinlichkeit beruht. Wird nun die Binsgröße verkleinert, erhalten alle Bins innerhalb des großen ursprünglichen Bins den gleichen Wahrscheinlichkeitswert. Ist der Hauptteil der Photonemission jedoch nur in einem dieser kleineren Bins, werden die restlichen zu hoch bewertet. Diese Abstufung in 1 m Schritten ist insbesondere beim Maximum in den Schauerprofilen der Photonemissionswahrschein-

lichkeit gut zu erkennen. Diese Eigenschaft der Rekonstruktionsergebnisse beeinflusst die hier betrachteten Parameter im Allgemeinen.

Bei der Berechnung des hier betrachteten Parameters wird der Bin i_{X_0} im longitudinalen Schauerprofil bestimmt, in dessen Wertebereich die Strahlungslänge enthalten ist. Nun werden die Bininhalte x_i aller Bins i kleiner als i_{X_0} aufsummiert. Anschließend wird dieser Wert durch die Summe aller Bininhalte x_{tot} des Schauerprofils normiert. Somit ergibt sich der Anteil p_{X_0} der gesamten Photonemission

$$p_{X_0} = \frac{1}{x_{tot}} \sum_{i=1}^{i_{X_0}-1} x_i, \quad (3.10)$$

welcher vor X_0 rekonstruiert wurde. So ergibt sich z.B. für das Ereignis aus Abb. 3.17, oben der Wert $p_{X_0} \approx 0.06\%$.

In der Abb. 3.18 sind die Verteilungen von p_{X_0} gezeigt, welche sich für Pion (rot)- und Elektronereignisse (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV ergeben.

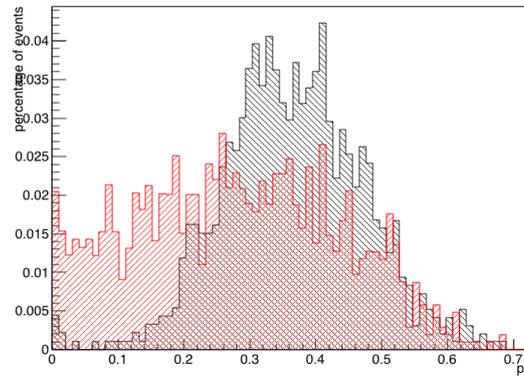


Abbildung 3.18: Anteil der Photonemission vor der ersten Strahlungslänge p_{X_0} von Elektron- (schwarz) und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV

Hierbei ist zu sehen, dass dieser Parameter im Gegensatz zu den bisher betrachteten am ehesten die Voraussetzung zur Unterscheidung von Pion- und Elektronereignissen zu erfüllen scheint. Deutlich zu erkennen, ist die Dominanz der Pionereignisse für niedrige Werte des Parameters p_{X_0} . In diesen Bereich fällt auch das Schauerprofil aus Abb. 3.17.

In Tabelle 3.4 sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der so berechneten Parameterverteilung für Elektron- und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV zu finden.

Auffällig ist, dass p_{X_0} bei Elektronereignissen höhere Werte annimmt und diese zudem

Tabelle 3.4: Mittelwerte \bar{p}_{X_0} und Standardabweichungen $\sigma_{p_{X_0}}$ der Verteilung von p_{X_0} für Elektron- und Pionereignisse mit einer Energie von 0.5, 1 und 2 GeV, wobei zwischen den Schauerprofilen unterschieden wird, welche mithilfe der rekonstruierten (Reko) und aus den Monte Carlo Daten (MC Impuls) gewonnen Impulsrichtung des Primärteilchens erstellt wurden. Außerdem wurde das Schauerprofil ausgewertet, welches nur die Teilchenanzahl aus den Monte Carlo Daten berücksichtigt (MC Data). Die entsprechenden Histogramme sind im Anhang (A) zu finden.

[%]	0.5 GeV		0.5 GeV		1 GeV		2 GeV	
	\bar{p}_{X_0}	$\sigma_{p_{X_0}}$	\bar{p}_{X_0}	$\sigma_{p_{X_0}}$	\bar{p}_{X_0}	$\sigma_{p_{X_0}}$	\bar{p}_{X_0}	$\sigma_{p_{X_0}}$
Reko								
π^0	23.5	14.8	21.8	12.9	14.9	10.3	10.1	6.9
e^-	31.5	10.4	29.0	9.0	19.2	7.1	12.2	5.8
MC Impuls								
π^0	24.1	15.3	22.2	13.1	15.2	10.3	10.5	7.0
e^-	32.2	10.7	29.5	9.2	19.7	7.1	12.7	5.9
MC Data								
π^0	12.5	9.6	12.6	9.9	6.9	6.0	3.7	3.4
e^-	15.6	7.8	16.0	8.1	8.9	4.7	4.9	2.8

eher um den Mittelwert zentriert sind, was an der geringeren Standardabweichung der Verteilung deutlich wird. Die Verteilung von p_{X_0} der Pionereignisse besitzt hingegen eine große Standardabweichung, was auch in der Abb. 3.18 zu erkennen ist. Außerdem liegen die Mittelwerte von den Parameterverteilungen, welche die Teilchenanzahl-Schauerprofile (MC Data) verwenden, unter denen der anderen beiden Schauerprofile. Dies kann seinen Ursprung darin haben, dass in den rekonstruierten Schauerprofilen schon vor dem Anstieg der Teilchenanzahl die Photonemission deutlich ansteigt, wie dies auch in Abb. 3.17 zu beobachten war.

Auch zu erkennen ist, dass die Mittelwerte der Verteilungen mit der Energie sinken. Dies ist plausibel, da bei steigender Energie auch die Teilchenspurlänge steigt und somit die Wegstrecke X_0 einen geringeren Anteil an der Gesamtlänge der Teilchenspur ausmacht.

Zur Bewertung der Aussagekraft der Einordnung in Pion- und Elektronereignisse mithilfe dieses Parameters wurden die Impurity q_{imp} und die Effizienz η bestimmt.

Um diese für die Identifikation von Pionen zu bestimmen, werden alle Ereignisse mit einem p_{X_0} , welches kleiner als ein Grenzwert p_G ist, als Pionereignisse klassifiziert. Dabei wird dieser Grenzwert durch das Maximum vom Verhältnis s/\sqrt{b} bestimmt, mit dem Signal s , in diesem Fall die Anzahl an Pionereignissen und dem Untergrund b , hier die Anzahl von Elektronereignissen. Um die unterschiedliche Anzahl von Pion- und Elektronereignissen zu berücksichtigen, wird die Anzahl der Elektronereignisse, für welche $p_{X_0} \leq p_G$ gilt, mit dem Quotienten f

$$f = \frac{\#\pi^0\text{Ereignisse}}{\#e^-\text{Ereignisse}} \quad (3.11)$$

multipliziert. Dabei wird die Impurity, also der Anteil der Elektronereignisse an den als Pionen eingeordneten Ereignissen, mithilfe von

$$q_{imp,\pi^0} = \frac{(\#e^- \text{Ereignisse mit } p_{X_0} \leq p_G) \cdot f}{\#\pi^0 \text{Ereignisse mit } p_{X_0} \leq p_G + (\#e^- \text{Ereignisse mit } p_{X_0} \leq p_G) \cdot f} \quad (3.12)$$

und die Effizienz, der Anteil der als solche identifizierten Pionereignisse an der Gesamtanzahl von diesen, durch

$$\eta_{\pi^0} = \frac{\#\pi^0 \text{Ereignisse mit } p_{X_0} \leq p_G}{\#\pi^0 \text{Ereignisse}} \quad (3.13)$$

berechnet. Die erhaltenen Werte für Elektron- und Pionereignisse mit einer Energie von 0.5, 1 und 2 GeV sind in Tabelle 3.5 zu finden.

Tabelle 3.5: Impurity $q_{imp,\pi}$ und Effizienz η_π nach Glg. (3.12) und Glg. (3.13) für Elektron- und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV. Die entsprechenden Histogramme sind in Abb. A.9 zu sehen. Dabei ist der verwendete Wert p_G ebenfalls eingetragen.

[%]	0.5 GeV, fixed			0.5 GeV		
	$q_{imp,\pi}$	η_π	p_G	$q_{imp,\pi}$	η_π	p_G
Reko	17.4±2.5	32.2±2.2	15.6	5.0±1.3	25.0±1.6	10.7
MC Impuls	14.3±2.6	26.0±2.0	12.6	3.5±1.4	15.5±1.3	6.6
MC Data	13.5±2.5	26.9±2.0	4.2	9.2±1.6	29.6±1.7	4.5
	1 GeV			2 GeV		
	q_{imp,π^0}	η_{π^0}	p_G	q_{imp,π^0}	η_{π^0}	p_G
Reko	6.2±2.0	24.5±1.6	5.6	18.3±2.5	22.2±1.6	3.5
MC Impuls	5.1±1.9	23.5±1.6	5.6	17.3±2.5	21.2±1.5	3.5
MC Data	7.1±1.8	33.1±1.9	2.1	6.4±1.6	24.5±1.7	0.5

Zunächst ist an den Werten zu erkennen, dass der Grenzwert p_G mit steigender Energie geringer wird. Dies ist aufgrund der allgemein niedrigeren Werte von p_{X_0} bei höherer Energie zu erwarten gewesen. Die Effizienz η_π liegt meist bei 20 - 25%, das bedeutet, dass ein Fünftel bzw. Viertel der Pionereignisse als solche erkannt werden.

Die Impurity bei den im Detektor verteilten Ereignissen mit 0.5 und 1 GeV liegt um die 6%. Deutlich höher ist diese bei 2 GeV mit $\approx 18\%$. Dies kann seinen Ursprung darin haben, dass die Werte von p_{X_0} bei einer Energie von 2 GeV im Allgemeinen geringer sind und sich deshalb die Parameterverteilungen von Pion- und Elektronereignissen vermehrt überschneiden. Ein Versuch diesen Effekt zu umgehen, wäre das Analysieren dieses Parameters ohne Normierung und somit das Betrachten der summierten Photonemission vor der Strahlungslänge.

Auch bei diesem Parameter ist die Abhängigkeit von der Orientierung und Lage im Detektor zu beobachten, da insbesondere die Impurity bei den Ereignissen mit 0.5 GeV und fixierten Start- und Impulsvektor, stark von der abweicht, welche bei im Detektor verteilten Ereignissen erhalten wird.

Bei Betrachtung der Werte von den Teilchenanzahl-Schauerprofilen (MC Data) ist zunächst auffällig, dass der Grenzwert p_G deutlich unter denen der Schauerprofile der Photonemission liegt. Der tatsächliche Anteil an Teilchen vor X_0 ist also deutlich geringer als der Anteil der Photonemission vor X_0 .

Es soll nun ein Parameterbereich gefunden werden, in welchem Ereignisse als Elektronereignisse klassifiziert werden können (siehe Abschnitt 2.3.3). Für den vorliegenden Parameter ist es sinnvoll einen Grenzwert p'_G festzulegen, ab welchem Ereignisse mit $p_{X_0} \geq p'_G$ als Elektronereignisse eingeordnet werden. Die Verwendung eines zweiten oberen Grenzwertes p''_G , also die Voraussetzung $p'_G \leq p_{X_0} \leq p''_G$ für die Klassifizierung als Elektronereignis, ergibt keine nennenswerte Verbesserung (siehe Anhang A). Somit gilt für die Impurity

$$q_{imp,e} = \frac{\#\pi^0\text{Ereignisse mit } p_{X_0} \geq p'_G}{\#\pi^0\text{Ereignisse mit } p_{X_0} \geq p'_G + (\#e^-\text{Ereignisse mit } p_{X_0} \geq p'_G) \cdot f} \quad (3.14)$$

und für die Effizienz

$$\eta_e = \frac{\#e^-\text{Ereignisse mit } p_{X_0} \geq p'_G}{\#e^-\text{Ereignisse}}. \quad (3.15)$$

Die erhaltenen Werte sind in Tabelle 3.6 aufgelistet.

Tabelle 3.6: Impurity $q_{imp,e}$ Glg. (3.14) und Effizienz η_e Glg. (3.15) für Elektron- und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV. Die entsprechenden Histogramme sind in Abb. A.9 zu sehen. Dabei wurde der verwendete Wert von p'_G ebenfalls tabelliert.

[%]	0.5 GeV, fixed			0.5 GeV		
	$q_{imp,e}$	η_e	p'_G	$q_{imp,e}$	η_e	p'_G
Reko	38.7±1.5	84.9±3.4	22.6	39.9±1.3	92.0±3.2	17.8
MC Impuls	38.0±1.6	82.3±3.3	24.6	38.2±1.4	86.0±3.1	20.8
MC Data	41.5±1.5	93.1±3.6	6.2	39.7±1.3	91.3±3.2	7.5
	1 GeV			2 GeV		
	$q_{imp,e}$	η_e	p'_G	$q_{imp,e}$	η_e	p'_G
Reko	40.5±0.9	94.5±2.2	9.7	45.0±1.3	95.0±3.2	4.6
MC Impuls	40.4±0.9	92.6±2.2	10.6	45.1±1.3	95.6±3.3	4.6
MC Data	38.3±0.9	92.9±2.2	4.1	39.7±1.4	87.7±3.1	2.6

Zu erkennen ist, dass sich auf diese Weise fast immer eine hohe Effizienz $> 90\%$ ergibt. Ausgenommen sind dabei die Ereignisse mit 0.5 GeV und festgelegten Start- und Impulsvektor, bei welchen diese Methode eine etwas niedrigere Effizienz aufweist. Die Impurity mit Werten um 40% ist jedoch bei allen Energien sehr hoch und somit scheint dieser Parameter nicht zur Klassifikation von Elektronereignissen geeignet zu sein.

Wieder zu beobachten ist die Absenkung des Grenzwertes p'_G bei Erhöhung der Energie, sowie ebenfalls deutlich niedrigere Grenzwerte bei Auswertung der Teilchenanzahl-

Schauerprofile (MC Data). In diesem Fall liegen jedoch sowohl die Effizienz als auch die Impurity der MC Data Verteilung im Bereich der Verteilungen, welche mit dem Photonemissions-Schauerprofil erstellt wurden (Reko und MC Impuls).

3.3.5 Länge der Teilchenspur

Zur Überprüfung der Länge der Teilchenspur wird die Breite x_{15} der Projektion der Photonemissionswahrscheinlichkeit bis zum Abfall auf 15 % des Maximums berechnet. Dabei gilt

$$x_{15} = |x_1 - x_2| \quad \text{mit} \quad 0.15 \cdot f(x_{max}) = f(x_1) = f(x_2). \quad (3.16)$$

Wenn davon ausgegangen wird, dass sich die elektromagnetischen Schauer von Pion und Elektron nach dem einfachen Schauermodell entwickeln und somit die Paarbildung der Photonen aus dem Pionzerfall erst an der ersten Strahlungslänge X_0 stattfindet und demzufolge davor kein Signal im Detektor zu erwarten ist, wäre die Länge der Teilchenspur bei Pionereignissen geringer. Bei gleicher Energie von Photon und Elektron wäre die Teilchenspur des Photons damit um eine Strahlungslänge $X_0 \approx 52$ cm kürzer.

Dieser Unterschied zwischen Elektronen und Pionen als Primärteilchen ist in den betrachteten Ereignissen jedoch nur sehr gering und nicht für eine Trennung von diesen verwendbar. Dies kann zum einen in den Histogrammen der Verteilungen gesehen wer-

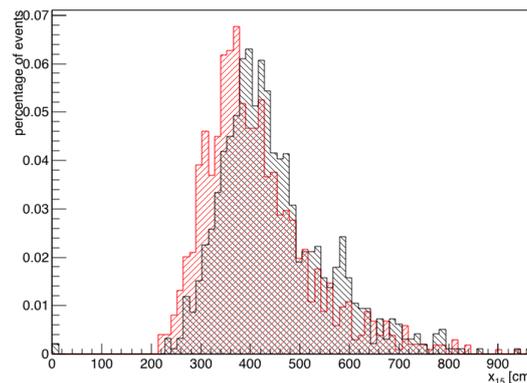


Abbildung 3.19: Länge der Teilchenspur x_{15} von Elektron- (schwarz) und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV

den (Anhang A und Abb. 3.19 mit einem Beispielhistogramm von Ereignissen mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV), sowie an den Mittelwerten und Standardabweichungen aus Tabelle 3.7. Insbesondere auch bei der Verteilung von x_{15} , welche aus dem Teilchenanzahl-Schauerprofil (MC Data) gewonnen wurden, ist keine Unterscheidung möglich.

Zu beobachten ist jedoch, dass die Mittelwerte der Länge der Teilchenspur mit der Energie

zunehmen, was zu erwarten war. Dies ist bei den Schauerprofilen der Photonemission mit einer Steigung der Mittelwerte von um die 4 % bei einer Verdopplung der Energie deutlich geringer der Fall, als bei den Schauerprofilen der Teilchenanzahl mit einem Anstieg um die 15 %. Die hohen Standardabweichungen der Verteilungen müssen jedoch bei der Betrachtung der Zunahme der Mittelwerte berücksichtigt werden.

Beim Auswerten der Mittelwerte für die Ereignisse mit 0.5 GeV und festgelegter Impulsrichtung (0,0,-1) und festgelegten Startpunkt (0,0,1000) cm fällt auf, dass diese bei den Schauerprofilen der Photonemission (Reko und MC Impuls) einen deutlich höheren Wert annehmen, als diejenigen Ereignisse mit 0.5 GeV, welche im Detektor verteilt sind. Werden aber die Mittelwerte betrachtet, welche aus den Teilchenanzahl-Schauerprofilen berechnet wurden, ist dieser Unterschied nicht wiederzufinden. Damit wird deutlich, dass die Orientierung und Lage im Detektor einen merkbaren Einfluss auf diesen Parameter haben kann.

Tabelle 3.7: Mittelwerte \bar{x}_{15} und Standardabweichungen $\sigma_{x_{15}}$ der Parameterverteilung des Parameters x_{15} für Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV.

[cm]	0.5 GeV		fix		0.5 GeV		1 GeV		2 GeV	
	\bar{x}_{15}	$\sigma_{x_{15}}$								
Reko										
π^0	441.2	121.4	413.8	109.0	430.6	107.4	459.9	115.9		
e^-	482.2	114.3	447.0	111.9	453.0	111.8	465.0	107.1		
MC Impuls										
π^0	447.6	121.8	416.4	105.4	432.0	107.7	458.3	116.0		
e^-	496.4	115.0	448.6	112.0	454.6	112.0	463.2	107.2		
MC Data										
π^0	297.6	122.0	297.2	119.4	350.2	121.3	402.6	127.0		
e^-	307.2	118.0	301.4	115.4	356.1	115.2	400.2	111.7		

3.3.6 Halbwertsbreite

Die Halbwertsbreite oder Full Width at Half Maximum (FWHM) ist definiert als Differenz der beiden Koordinaten x_1 und x_2 , bei welchen die Funktion $f(x)$ auf die Hälfte ihres Maximums abgefallen ist, also

$$x_{\text{FWHM}} = |x_1 - x_2| \quad \text{mit} \quad \frac{1}{2}f(x_{\text{max}}) = f(x_1) = f(x_2). \quad (3.17)$$

Beim Vergleich von Pion- und Elektronereignissen ist die Erwartung, dass die Pionereignisse eine größere Halbwertsbreite aufweisen. Wenn der Paarbildungsprozess der beiden Photonen aus dem Pionzerfall an zwei deutlich getrennten Orten in Bezug auf die Projektion stattfindet, ist es möglich zunächst den Anstieg der Photonemission aufgrund des

Paarbildungselektrons und -positrons des ersten Photons zu detektieren und darauffolgend aufgrund des zweiten. Deutlich trennbar wären diese beiden, wenn zwei Photonemissionsmaxima zu erkennen wären. Sind die Signale der elektromagnetischen Schauer jedoch nicht klar getrennt, kann ein verbreitertes Maximum entstehen. Ein Beispiel hierfür ist in Abb. 3.20 zu sehen.

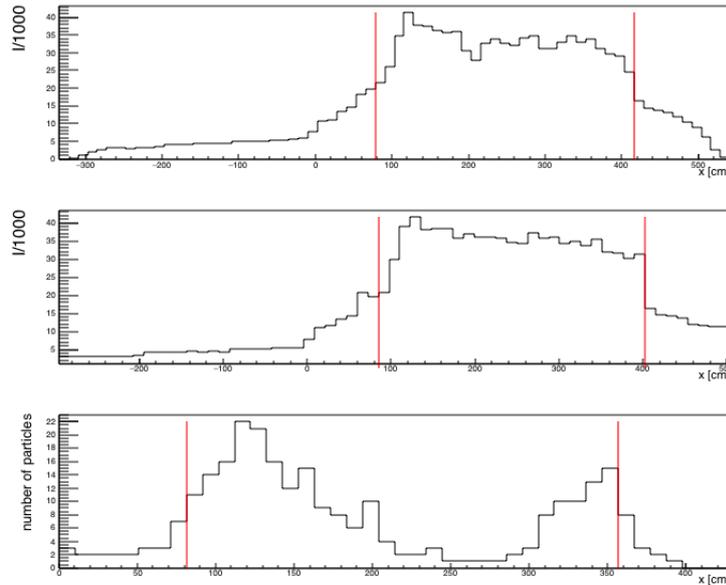


Abbildung 3.20: Schauerprofil eines Pionereignisses mit einer Gesamtenergie von 500 MeV mit einem Startpunkt bei (0,0,1000) cm und einer Impulsrichtung des Pions von (0,0,-1). Dabei wurde das obere Schauerprofil mit der rekonstruierten Richtung errechnet, das mittlere mithilfe der Impulsrichtung aus den Monte Carlo Daten und das untere Schauerprofil ist das Teilchenanzahlprofil, welches sich vollständig aus den Monte Carlo Daten ergibt. Das dreidimensionale Rekonstruktionsergebnis für dieses Ereignis ist in Abb. 3.2 aus Abschnitt 3.2 zu sehen. Außerdem ist die Halbwertsbreite in den Schauerprofilen markiert, diese beträgt beim oberen 338 cm, beim mittleren 317 cm und beim unteren 275 cm.

Dieses Schauerprofil wurde vom Pionereignis aus Abb. 3.2 aus Abschnitt 3.2 erstellt. In diesem dreidimensionalen Rekonstruktionsergebnis ist es möglich, die elektromagnetischen Schauer der beiden Photonen mit dem Auge zu trennen. Auch im Teilchenanzahl-Schauerprofil aus den Monte Carlo Daten sind zwei Maxima erkennbar. Dies ist jedoch in den rekonstruierten Schauerprofilen der Photonemissionswahrscheinlichkeit nicht mehr der Fall. Tatsächlich ist das Maximum in diesen stark ausgedehnt und reicht von ca. 120 - 400 cm, was in etwa der Position der Maxima von den beiden elektromagnetischen Schauern entspricht. Die Halbwertsbreite des oberen Schauerprofils beträgt 338 cm. Zum Vergleich ist in Abb. 3.21, links die Verteilung von x_{FWHM} für Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV aufgetragen. Das betrachtete Schauerprofil wäre somit wie erwartet im oberen Wertebereich dieses Parameters. Die weiteren erhaltenen Histogramme, sowie tabellierte Mittelwerte und Standardabweichungen sind im Anhang (A) aufgeführt.

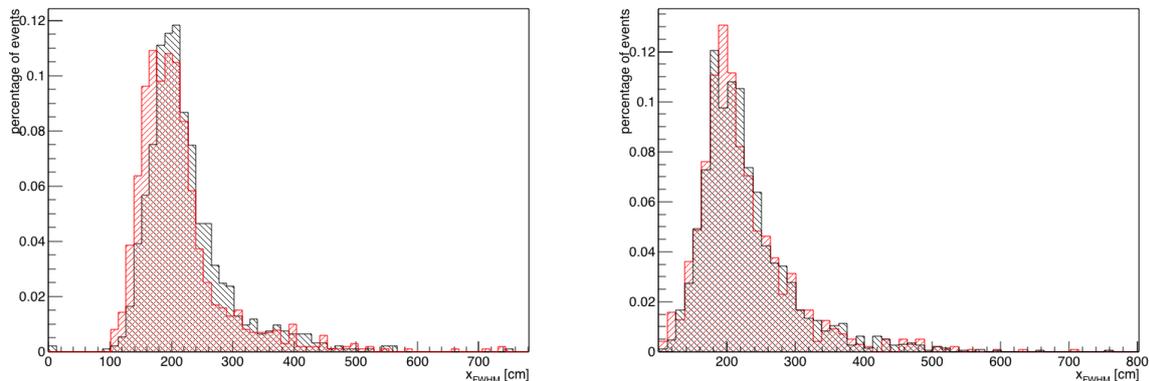


Abbildung 3.21: Die rekonstruierte Halbwertsbreite gegen die Anzahl von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz), wobei Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV (links) und 1 GeV (rechts) betrachtet wurden.

Ein anderes Beispiel für ein solches Histogramm ist in Abb. 3.21, rechts zu sehen, dabei wurden Elektron (schwarz)- und Pionereignisse (rot) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV ausgewertet. Es ist keine Trennung zwischen den Ereignissen mit den verschiedenen Primärteilchen möglich. Somit bestätigt sich die Vermutung der größere Halbwertsbreite für Pionen durch die erhaltenen Ergebnisse nicht. Auch die anderen, im Anhang gezeigten Histogramme erlauben keine Trennung der Ereignisklassen.

3.3.7 Breite des Maximums

Wie in Abschnitt 3.3.6 beschrieben, wird bei Pionen ein breiteres Maximum erwartet. Neben der Halbwertsbreite wird deswegen auch die Breite bei 90 % des Maximums x_{90} betrachtet, welche durch

$$x_{90} = |x_1 - x_2| \quad \text{mit} \quad 0.9 \cdot f(x_{max}) = f(x_1) = f(x_2). \quad (3.18)$$

berechnet wird.

Das Schauerprofil aus Abb. 3.22 wurde aus dem Rekonstruktionsergebnis aus Abb. 3.3 erstellt, in welchem nur ein verbreitertes Maximum zu erkennen war, da die Photonen in etwa auf der gleichen Höhe ein Elektron-Positron-Paar gebildet haben. Auch in der Projektion der Teilchenanzahl aus den Monte Carlo Daten (3.22, unten) können die elektromagnetischen Schauer nicht getrennt werden.

In Abb. 3.23 ist die Verteilung des Parameters x_{90} bei Elektron(schwarz)- und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV gezeigt. Das betrachteten Schauerprofil, welches mithilfe der rekonstruierten Richtung erstellt wurde (Abb. 3.22, oben), besitzt eine Breite $x_{90} \approx 87.6$ cm. Damit liegt dieser Wert im oberen Wertebereich aus Abb. 3.23 (links), ist jedoch nicht deutlich höher als die weiteren erhaltenen Werte von

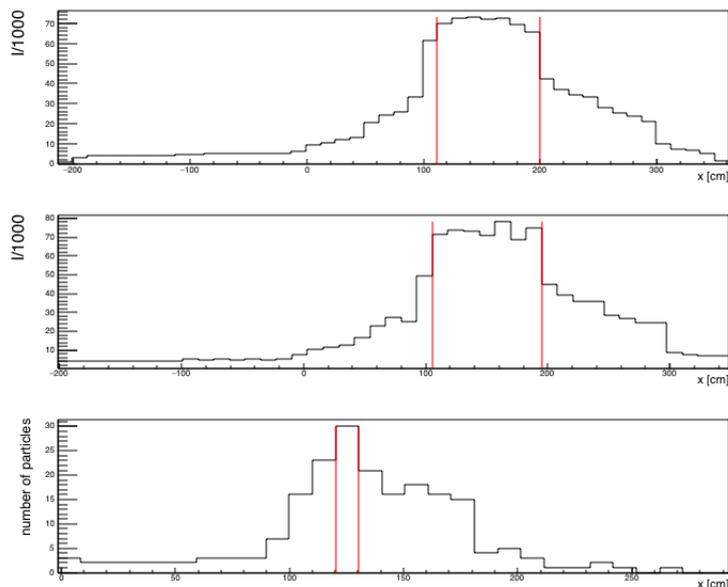


Abbildung 3.22: Schauerprofil eines Pionereignisses mit einer Gesamtenergie von 500 MeV mit einem Startpunkt bei (0,0,1000) cm und einer Impulsrichtung des Pions von (0,0,-1). Dabei wurde das obere Schauerprofil mit der rekonstruierten Richtung errechnet, das mittlere mithilfe der Impulsrichtung aus den Monte Carlo Daten und das untere Schauerprofil ist das Teilchenanzahlprofil, welches sich vollständig aus den Monte Carlo Daten ergibt. Das dreidimensionale Rekonstruktionsergebnis für dieses Ereignis ist in Abb. 3.3 zu sehen. Außerdem ist die Breite x_{90} markiert.

x_{90} . Da dieser Parameter jedoch gerade solche Ereignisse identifizieren sollte, scheint er nicht zur Unterscheidung von Pionen und Elektronen geeignet zu sein.

In Tabelle 3.8 sind die Mittelwerte und Standardabweichung der x_{90} -Verteilungen gezeigt.

Dabei wird deutlich, dass die Standardabweichung sehr groß sind. Insbesondere bei den MC Data-Verteilungen ist dies zu beobachten. An diesen wird die Unsicherheit bei der Analyse dieses Parameters besonders sichtbar. Die großen Schwankungen um den Mittelwert haben dabei auch ihren Ursprung in der Binsgröße von 12.5 cm, welche damit der aus dem Rekonstruktionsergebnis gleicht. Häufig entspricht somit die Breite x_{90} in den Teilchenanzahl-Schauerprofilen gerade der Breite eines Bins, wie es auch in Abb. 3.22, unten zu sehen ist. Dies wird auch in Abb. 3.23, rechts bestätigt, in welcher die Verteilung von x_{90} aus den Teilchenanzahl-Schauerprofilen für Ereignisse mit einer Energie von 0.5 GeV dargestellt ist. Dabei ist gut zu erkennen, dass fast die Hälfte (40 %) der Ereignisse eine Breite x_{90} aufweisen, die im ersten Bin liegt und damit ≤ 12.5 cm ist.

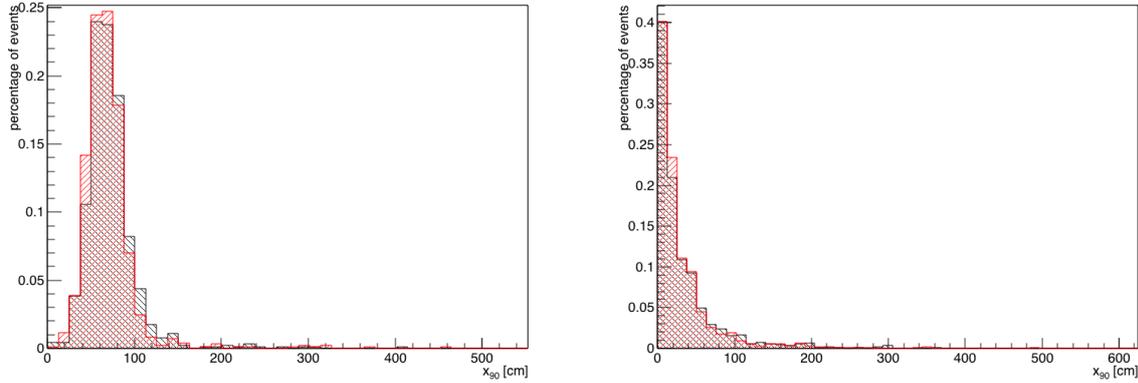


Abbildung 3.23: Breite des Maximums x_{90} von Elektron- (schwarz) und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV bei Auswertung des Photonemissions-Schauerprofil mit rekonstruierter Richtung (links) und bei Auswertung des Teilchenanzahl-Schauerprofils (rechts)

Tabelle 3.8: Mittelwerte \bar{x}_{90} und Standardabweichungen $\sigma_{x_{90}}$ der Verteilung des Parameters x_{90} bei den Energien 0.5, 1 und 2 GeV. Die dazugehörigen Histogramme sind im Anhang A gezeigt.

[cm]	0.5 GeV, fix		0.5 GeV,		1 GeV		2 GeV	
	\bar{x}_{90}	$\sigma_{x_{90}}$	\bar{x}_{90}	$\sigma_{x_{90}}$	\bar{x}_{90}	$\sigma_{x_{90}}$	\bar{x}_{90}	$\sigma_{x_{90}}$
Reko								
π^0	70.6	22.1	69.7	33.5	77.0	33.3	79.7	33.4
e^-	72.5	28.0	72.4	31.3	77.0	31.9	79.7	31.9
MC Impuls								
π^0	74.9	27.4	66.7	31.3	71.8	33.1	72.5	33.7
e^-	77.8	29.6	69.7	28.4	73.3	32.6	72.8	32.5
MC Data								
π^0	39.1	47.5	31.6	43.6	42.9	47.8	51.7	60.6
e^-	35.2	41.9	33.7	44.1	41.5	46.2	45.3	49.2

3.3.8 Steigung der Photonemission

Im einfachen Schauermodell ist die Anzahl der im elektromagnetischen Schauer produzierten Teilchen N bis zur kritischen Energie E_C unabhängig von der Energie der Schauerteilchen. Für diese gilt $N = 2^n$, wobei n die Anzahl der zurückgelegten Schauerlängen X_0 ist, welche nur vom Detektormaterial und nicht von der Energie der Schauerteilchen abhängt. Werden nun also ein Elektron mit der Energie E und zunächst nur ein Photon mit der Energie $\frac{1}{2}E$ betrachtet, entwickeln sich die beiden elektromagnetischen Schauer bis zum Erreichen der kritische Energie E_C der Schauerteilchen gleich. Dies ist bei den EM-Schauern der Photonen früher der Fall aufgrund der geringeren Energie der Photonen (vgl. Abschnitt 3.3.5). Werden nun wieder zwei Photonen betrachtet, welche im Laborsystem mit einem kleinen Winkel zueinander ausgestrahlt wurden, ist also die Schauerteilchenanzahl bis zur kritischen Energie im Vergleich zur Schauerteilchenanzahl des EM-Schauers des Elektrons doppelt so hoch und somit sollte auch die Steigung in der Photonemission höher sein. In Abb. 3.22 ist ein Schauerprofil gezeigt, in welchem ein solcher steiler Anstieg zu beobachten ist.

Gut zu erkennen ist, dass die starke Zunahme der Photonemission mit der Zunahme der Teilchenanzahl bei $x \approx 100$ cm zusammenfällt.

Der steilste Anstieg im Histogramm der Photonemission entlang der Bewegungsrichtung wird durch den Vergleich von benachbarten Bins ermittelt. In einer Schleife über alle Bins wird jeweils die Differenz zwischen den Bininhalten zweier benachbarter Bins berechnet. Die größte Differenz wird durch den höchsten Wert der Photonemission dividiert und als steilster Anstieg s_{\max} definiert. Somit gilt für ein Schauerprofil mit einer Binanzahl N

$$s_{\max} = \max(s_1, \dots, s_{N-1}), \quad (3.19)$$

dabei sind die $s_i, i \in \{1, \dots, N-1\}$ mithilfe des Bininhalts b_i des i -ten Bins als

$$s_i = \frac{(b_{i+1} - b_i)}{b_{\max}} \text{ mit } b_{\max} = \max(b_1, \dots, b_N) \quad (3.20)$$

definiert. So ergibt sich für das angesprochene Schauerprofil aus Abb. 3.22 $s_{\max} \approx 0.32$. Zum Vergleich ist in Abb. 3.24 die Verteilung dieses Parameters für Elektron- (schwarz) und Pionereignisse (rot) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV gezeigt. Das betrachtete Schauerprofil aus Abb. 3.24 hat somit einen deutlich höheren Wert von s_{\max} als der Großteil der anderen betrachteten Parameter. Die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilung von allen betrachteten Ereignissen sind in Tabelle 3.9 zu finden. Auch mithilfe dieses Parameters kann jedoch keine Trennung der Ereignisklassen erreicht, da die Mittelwerte der Pion- nur geringfügig höher sind als die der Elektronverteilungen. Während sich die Werte für die Schauerprofile der Photonemissionswahrscheinlichkeit mit Anstieg

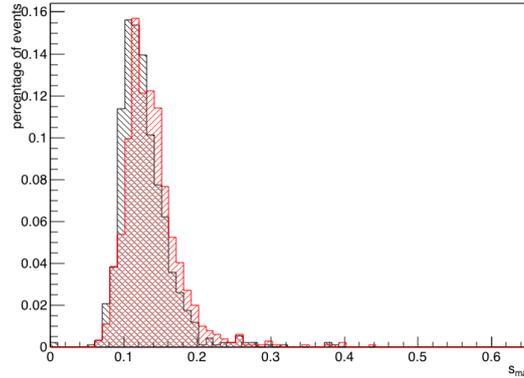


Abbildung 3.24: Steilster Anstieg s_{max} von Elektron- (schwarz) und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV

Tabelle 3.9: Mittelwerte \bar{s}_{max} und Standardabweichungen $\sigma_{s_{max}}$ der Verteilung des Parameters des steilsten Anstiegs aus A.18.

[%]	0.5 GeV, fix		0.5 GeV,		1 GeV		2 GeV	
	\bar{s}_{max}	$\sigma_{s_{max}}$	\bar{s}_{max}	$\sigma_{s_{max}}$	\bar{s}_{max}	$\sigma_{s_{max}}$	\bar{s}_{max}	$\sigma_{s_{max}}$
Reko								
π^0	19.6	9.6	13.8	3.9	14.1	4.1	13.8	4.3
e^-	16.4	6.5	12.7	3.6	13.2	3.8	13.3	3.7
MC Impuls								
π^0	23.3	8.1	13.5	3.8	14.0	4.2	13.8	4.5
e^-	19.5	5.4	12.6	3.2	13.1	3.8	13.1	3.7
MC Data								
π^0	43.1	10.2	42.5	9.9	35.2	8.1	29.3	6.5
e^-	41.3	9.5	41.8	10.1	35.2	8.1	29.0	6.5

der Energie nicht deutlich ändern und Mittelwerte um die 14 % annehmen, ist dies bei den Teilchenanzahl-Schauerprofil allerdings der Fall. Zum einen sind die erhaltenen Mittelwerte deutlich höher und fallen zudem mit der Energie von $\approx 42\%$ bei 0.5 GeV auf $\approx 29\%$ bei 2 GeV ab.

Außerdem kann auch hier die Abhängigkeit von der Orientierung und Lage im Detektor abgelesen werden. Bei den Ereignissen mit festgelegtem Start- und Impulsvektor mit 0.5 GeV sind die erhaltenen Werte im Mittel höher als die der im Detektor verteilten Ereignisse mit der gleichen Energie. Dass es sich hierbei nicht um statistische Fluktuationen in der Ausbildung des elektromagnetischen Schauers handelt, wird auch an den Mittelwerten aus den Teilchenanzahl-Schauerprofilen deutlich, welche sehr nah beieinander liegen.

3.3.9 Kombination von zwei Parametern

In diesem Abschnitt wird die Kombination von jeweils zwei Parametern betrachtet. Dabei wird stets ein Beispielhistogramm gezeigt. Die entsprechenden Abbildungen für die restlichen Energien sind im Anhang von A bis A gezeigt.

Länge der Teilchenspurlänge und höchster Wert der Photonemission

Die Länge der Teilchenspurlänge und der höchste Wert der Photonemission scheinen korreliert zu sein. In Abb. 3.25 ist der maximale Wert der Photonemission b_{max} im Schauerprofil gegen die Breite x_{15} (links) und die Halbwertsbreite x_{FWHM} (rechts) für Elektron- und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV aufgetragen. Zu erkennen ist, dass der Parameter b_{max} bei steigender Teilchenspurlänge abnimmt. Dies ist plausibel, da bei einer längeren Teilchenspurlänge sich die gesamte Photonemission auf eine größere Wegstrecke verteilt und somit auch der maximale Wert geringer ist.

Außerdem scheint die Halbwertsbreite stärker als die Breite x_{15} mit b_{max} korreliert zu sein. Auch dies entspricht der Erwartung, da die Halbwertsbreite den für den maximalen Wert der Photonemission b_{max} wichtigeren Bereich vermisst. Als Beispiel soll ein Pionereignis betrachtet werden, bei welchem die Paarbildung der aus dem Pionzerfall entstandenen Photonen zu unterschiedlichen Zeiten stattfindet, sodass ein verbreitertes Maxima im Schauerprofil entsteht. Dies trifft auf das das bereits besprochene Schauerprofil aus Abb. 3.20 zu. Ein solches Ereignis führt zu einer relativ großen Halbwertsbreite (hier $x_{FWHM} = 338$ cm) und zu einem kleinen Wert von b_{max} (hier 41.3), da sich die Photonemissionswahrscheinlichkeiten von den beiden elektromagnetischen Schauern nicht direkt überlagern.

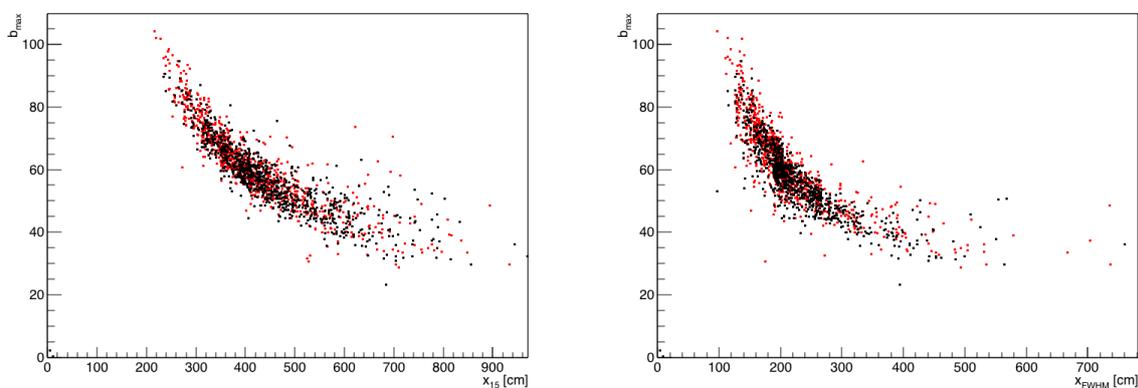


Abbildung 3.25: Der maximale Wert der Photonemission im Schauerprofil b_{max} aufgetragen gegen **links:** die Breite des Schauerprofils bei 15% des Maximums x_{15} und **rechts** die Halbwertsbreite x_{FWHM} von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV. Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mithilfe der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

Schauerlänge und Photonemission vor der Strahlungslänge X_0

In Abb. 3.26 ist die Schauerlänge gegen den Anteil der Photonemission p_{X_0} vor der Strahlungslänge X_0 für Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 1 GeV aufgetragen. Zu erkennen ist, dass die Schauerlänge anscheinend umso größer ist, desto kleiner der Anteil p_{X_0} ist.

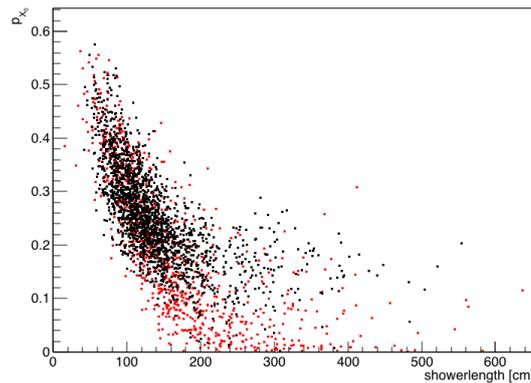


Abbildung 3.26: Anteil der Photonemission p_{X_0} vor der Strahlungslänge X_0 aufgetragen gegen die Schauerlänge bei Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV. Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mithilfe der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

Werden die konkreten Werte der Schauerlänge von ca. 100 - 300 cm betrachtet, ist dies insbesondere für geringe Werte der Schauerlänge plausibel, da die Strahlungslänge $X_0 \approx 52$ cm beträgt. Für Schauerlängen, welche im Bereich der Strahlungslänge liegen, muss somit der Wert von p_{X_0} hoch sein, da das Maximum der Photonemissionswahrscheinlichkeit in der Projektion in die Berechnung von p_{X_0} eingeht.

Diese Korrelation ist außerdem ein Indiz, dass sich die Vermutung für den Grund der größeren Schauerlängen bei den Pionereignissen bestätigt, welche in Abschnitt 3.3.3 aufgestellt wurde. So ist in dem Histogramm gut zu erkennen, dass die Pionereignisse, welche bei hohen Werten der Schauerlänge dominieren, nur einen sehr geringen Anteil der gesamten Photonemission vor p_{X_0} besitzen.

Bei der Betrachtung von Abb. 3.26 ist zu beachten, dass bei 1 GeV die doppelte Anzahl an Elektronereignissen ausgewertet wurde. Somit ist die Dominanz der Pionereignisse für große Schauerlängen nicht zu erkennen. Nach der Normierung mit der Gesamtanzahl von Ereignissen eines Primärteilchens wird diese jedoch sichtbar (siehe Abschnitt 3.3.3).

Steilster Anstieg und höchster Wert der Photonemission

Die Parameter des steilsten Anstiegs s_{max} und dem höchsten Wert der Photonemission im Schauerprofil b_{max} sind weniger eindeutig korreliert, wie die bisher betrachteten. Es scheint jedoch, dass s_{max} mit b_{max} steigt. Dies ist theoretisch betrachtet sinnvoll. So soll

ein hoher Wert von s_{max} gerade die Pionereignisse identifizieren, bei welchen die beiden Photonen aus dem Pionzerfall annähernd zum gleichen Zeitpunkt ein Elektron-Positron-Paar produzieren. Bei einem solchen Ereignis sollte zudem auch der maximale Wert im Schauerprofil b_{max} hoch sein, da sich die Photonemissionswahrscheinlichkeiten der beiden elektromagnetischen Schauer im Schauerprofil überlagern.

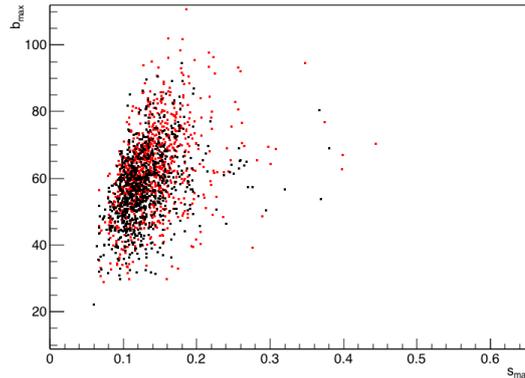


Abbildung 3.27: Der maximale Wert der Photonemission im Schauerprofil b_{max} aufgetragen gegen den Parameter des steilsten Anstiegs s_{max} von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV. Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mithilfe der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

Schauerlänge und Länge der Teilchenspur

In Abb. 3.28 ist die Schauerlänge gegen die Breite x_{15} der Teilchenspur für die Pion- und Elektronereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV und festem Startpunkt und fester Impulsrichtung aufgetragen. Einige Pionereignisse scheinen bei gleicher Schauerlänge

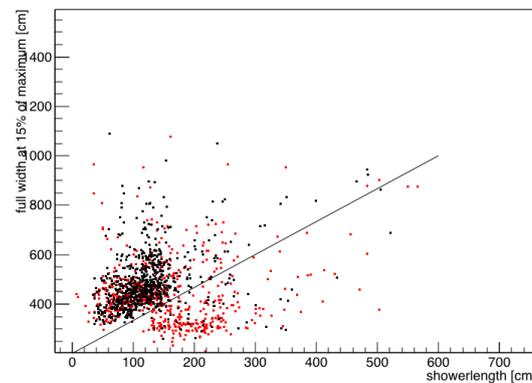


Abbildung 3.28: Breite x_{15} des Schauerprofils aufgetragen gegen die Schauerlänge L von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV und Startpunkt der Simulation bei (0,0,100) und Impulsvektor in $-z$ -Richtung. Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mithilfe der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

ge eine geringe Länge der Teilchenspur (x_{15}) zu besitzen. So liegen unter der Geraden $f(x) = \frac{8}{6}x + 200$, welche im Histogramm eingezeichnet ist, 10.5 % der Pionereignisse. Dabei sind jedoch 27.2 % der unter der Gerade liegenden Ereignisse Elektronereignisse. Bei dieser Berechnung wurde die unterschiedlichen Anzahl von Elektron- und Pionereignissen berücksichtigt.

Dieser Unterschied zwischen Pion- und Elektronereignissen kann seinen Ursprung in der Verwendung des Referenzpunktes als Nullpunkt der Projektion haben. Es sollen zwei Ereignisse betrachtet werden, welche die gleiche Schauerlänge besitzen, also am gleichen x-Wert in der Projektion das Maximum der Photonemission vorzufinden ist, deren Primärteilchen jedoch einmal ein Pion und einmal ein Elektron sind. Wird idealisiert davon ausgegangen, dass das Signal im Detektor bei beiden Primärteilchen gleich stark sinkt, muss zum Vergleich der rekonstruierten Teilchenspurlänge die Photonemission vor der Schauerlänge betrachtet werden. Dabei entsteht bei den Photonen des Pionzerfalls erst nach der Paarbildung ein Signal im Detektor, wohingegen das Elektron ab dem Referenzpunkt als geladenes Teilchen detektiert werden kann. Dieser vereinfachten Argumentation folgend, wäre also die Teilchenspur des Elektrons um die Wegstrecke länger, die bis zur Paarbildung der Photonen zurückgelegt wurde.

Um das Prinzip dieser Überlegung zu überprüfen, wurde in Abb. 3.29 nochmals die Schauerlänge gegen die Teilchenspurlänge aufgetragen. Diesmal ist im Binninhalt jedoch der Parameter p_{X_0} , also der Anteil der Photonemission vor der Strahlungslänge X_0 eingetragen. Deutlich wird, dass die Ereignisse, welche durch die Kombination von Schauerlänge und Teilchenspurlänge mithilfe der Geraden als Pionereignisse eingeordnet werden würden, tatsächlich nur einen kleinen Anteil der Photonemission vor der Strahlungslänge besitzen. Da die Zuordnung dieser Ereignisse somit allein durch den Parameter p_{X_0} erreicht werden kann, ist die Analyse der Kombination von Schauerlänge und Teilchenspurlänge nicht sinnvoll.

Die Histogramme der Schauerlänge gegen die Länge der Teilchenspur für die restlichen Energien sind im Anhang A zu sehen. Dabei tritt die Separation von den Pionereignissen bei den hier betrachteten Ereignissen am stärksten auf. So kann bei 2 GeV keine sinnvolle Trenngerade mehr gefunden werden. Bei dieser Energie nimmt der Parameter p_{X_0} bei Pion- aber auch bei Elektronereignissen vermehrt kleine Werte an (vgl. Abschnitt 3.3.4).

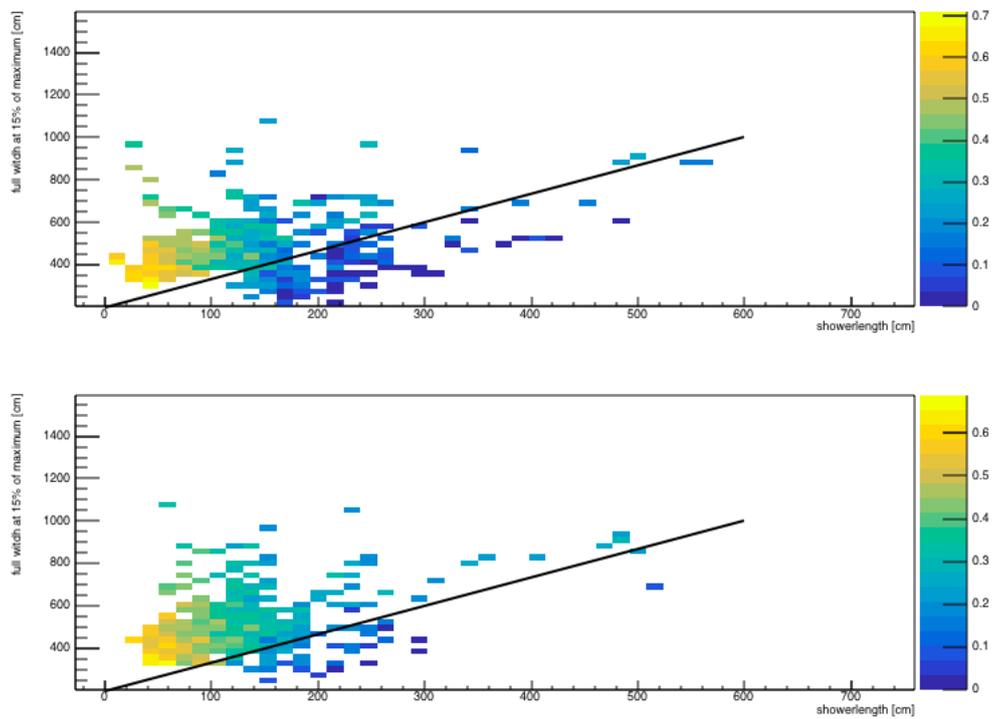


Abbildung 3.29: Breite x_{15} des Schauerprofils aufgetragen gegen die Schauerlänge L von Pion- (oben) und Elektronereignissen (unten) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV und Startpunkt der Simulation bei $(0,0,100)$ und Impulsvektor in $-z$ -Richtung. Dabei entspricht der Bininhalt dem Parameter p_{X_0} des entsprechenden Ereignisses. Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mithilfe der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

3.4 Projektion des Rekonstruktionsergebnisses

Bisher wurde eine eindimensionale Analyse mithilfe der Photonemission entlang der Impulsrichtung des Primärteilchens durchgeführt. In diesem Abschnitt wird die zweidimensionale Projektion der Photonemissionswahrscheinlichkeit auf die Ebene senkrecht zur Impulsrichtung des Primärteilchens analysiert. Durch die Projektion soll die räumliche Ausdehnung in dieser Ebene untersucht werden.

Wird die Projektion des Rekonstruktionsergebnisses von einem Elektronereignis betrachtet, wird eine annähernd symmetrische Verteilung der Photonemissionswahrscheinlichkeit um den Referenzpunkt erwartet.

Im Gegensatz dazu kann bei Pionereignissen eine Asymmetrie durch die Orte der Paarbildung der beiden Photonen auftreten. Wenn diese in der Projektion deutlich getrennt voneinander sind, können zwei Maxima erkannt werden (vgl. Abb. 3.31). Ist dies in dieser Deutlichkeit nicht der Fall, wird bei Pionereignissen dennoch eine eher ellipsen- als kreisförmige Anordnung in der Projektion erwartet.

Um die Form des Photonemissionsmaximums hervorzuheben und besser analysieren zu können, werden in diesem Abschnitt Bildbearbeitungsmethoden angewandt, welche nur die relevanten Kanten von diesem in einem finalen Histogramm eintragen.

3.4.1 Implementation

Erstellen der Projektion

Zum Erstellen der Projektion werden zunächst zwei Spannvektoren der zur Bewegungsrichtung des Primärteilchens senkrechten Ebene benötigt. Diese werden im Folgenden \vec{e}_u und \vec{e}_v genannt und die Verfahrensweise, um diese zu berechnen, ist im Anhang A zu finden. Soll nun ein beliebiger Punkt \vec{p} im Raum auf diese Ebene projiziert werden, wird zunächst der zum Normalenvektor \vec{n} der Ebene parallele Anteil von \vec{p} abgezogen und es ergibt sich ein Vektor \vec{p}_E in der Ebene:

$$\vec{p}_E = \vec{p} - (\vec{n} \cdot \vec{p})\vec{n}. \quad (3.21)$$

Dieser kann nun in Abhängigkeit von zwei Koordinaten, hier a und b dargestellt werden:

$$\vec{p}_E = (\vec{p}_E \cdot \vec{e}_u)\vec{e}_u + (\vec{p}_E \cdot \vec{e}_v)\vec{e}_v = a\vec{e}_u + b\vec{e}_v. \quad (3.22)$$

Dieses Verfahren wird für jeden Bin i des dreidimensionalen Rekonstruktionsergebnisses wiederholt. Dabei wird ein zufällig ausgewählter Punkt innerhalb des Bins zur Erstellung des Vektors \vec{p} verwendet. In der Projektion wird dann der Bihinhalt des Bins, der den Koordinaten a und b entspricht, um den Wert der Photonemission im Bin i des

Rekonstruktionsergebnisses erhöht. Im letzten Schritt wird jeder projizierte Bin um die Koordinaten a_r und b_r der Projektion des Referenzpunktes \vec{r} verschoben, sodass dieser stets am Punkt (0,0) in der Projektion liegt. Dies erleichtert das nachfolgende Analyseverfahren, da der Ort des Referenzpunktes festgelegt ist. Würde stets der Binmittelpunkt

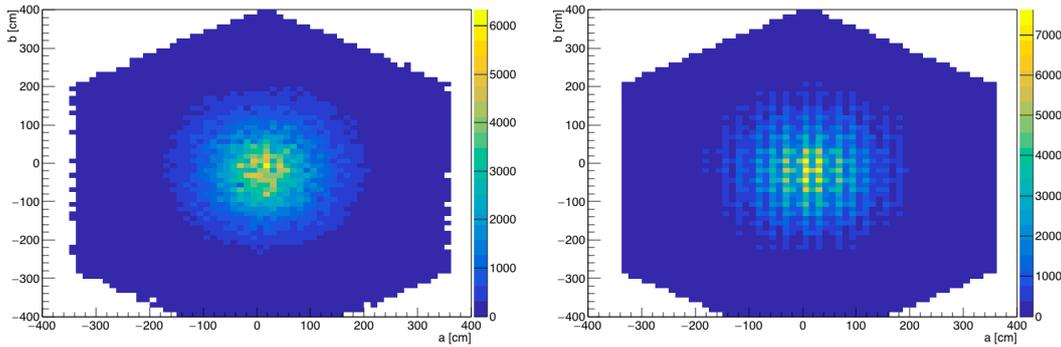


Abbildung 3.30: Projektionen des Rekonstruktionsergebnisses von einem Pionereignis mit einer Gesamtenergie von 500 MeV, wobei der Startpunkt im Ursprung und der Impulsvektor in (1,1,1)-Richtung liegt. Im linken Histogramm wurde ein beliebiger Punkt innerhalb eines Bins dem Vektor \vec{p} aus Glg. (3.21) übergeben, wohingegen im rechten Histogramm dafür stets der Binmittelpunkt verwendet wurde.

als Vektor \vec{p} verwendet werden, würden sogenannte Binning-Effekte auftreten, wie sie in Abb. 3.30 zu sehen sind. Dabei wurde das dreidimensionale Rekonstruktionsergebnis eines Ereignisses mit einem Pion als Primärteilchen mit der Impulsrichtung (1,1,1) und einem Startpunkt im Ursprung einmal mit der beschriebenen Methode projiziert (links) und einmal als Vektoren \vec{p} jeweils die Binmittelpunkte verwendet (rechts). Die sich dabei ausbildende symmetrische Struktur ist gut zu erkennen.

In Abbildung 3.31 sind zwei weitere Beispiele der entstandenen Projektion gezeigt, wobei die linken Histogramme die selbsterstellten Projektionen zeigen und die rechten, die welche mit der ROOT-Funktion `TH1::Project3D("yx")` erstellt wurden. Diese Funktion projiziert das dreidimensionale Histogramm auf die xy-Ebene. Die verwendeten Ereignisse sind zwei π^0 -Ereignisse mit einer kinetischen Energie von 365 MeV. Sie wurden mit festgelegtem Referenzpunkt (0,0,1000)[cm] und Impulsrichtung (0,0,-1) simuliert. Damit nur die Qualität der selbsterstellten Projektion überprüft wird, wurde der Normalenvektor zunächst auf (0,0,-1) festgesetzt. Bei der Verwendung der Projektion in der Analyse wird diesem der errechnete Wert der Bewegungsrichtung des Primärteilchens übergeben.

Außerdem wurde die Binanzahl und der Wertebereich der x- und y-Achse der ROOT-Projektionen übernommen, um die Ergebnisse besser vergleichen zu können.

In der selbsterstellten Projektion (oben links) ist ein Streifen mit Bininhalt 0 zu erkennen. Dies hat seinen Ursprung darin, dass der verschmierte Referenzpunkt für die Projektion als Ursprung gewählt wurde und dieser damit vom Ursprung (0,0) in der XY-

Projektion abweichen kann. In diesem Beispiel liegt der Referenzpunkt bei $\vec{r} = (19.65, 8.23, 1002.62)$ und damit in der Projektion auf die xy -Ebene bei $(19.65, 8.23)$. Nun werden von allen x -Werten in der Projektion 19.65 cm abgezogen und so nach links verschoben. Die Verschiebung auf der y -Achse ist nicht durch einen Streifen mit Bininhalt 0 sichtbar, da die Verschiebung kleiner als die Bingröße von 12.5 cm ist. In der oberen Projektion sind deutlich zwei Intensitätsmaxima zu erkennen. Da dies jedoch ein seltener Fall ist, ist unten noch eine typische Projektion gezeigt, in welcher nur ein verbreitertes Maximum zu sehen ist.

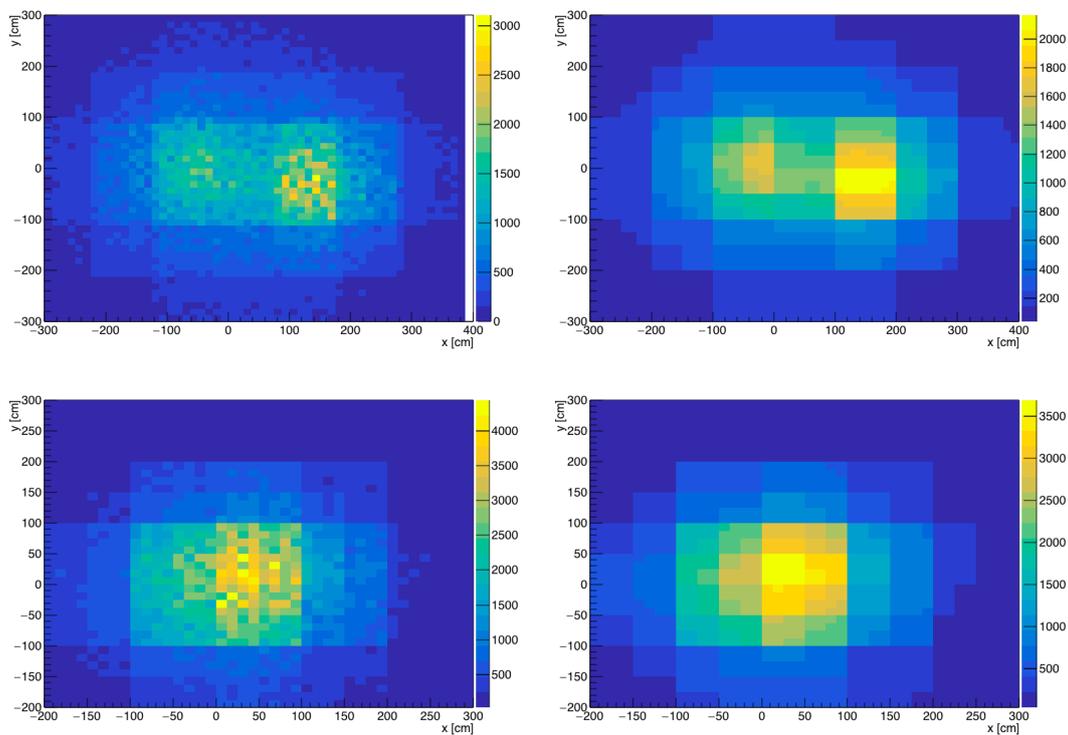


Abbildung 3.31: Links: selbsterstellte Projektion mit festgelegtem Normalenvektor $(0,0,-1)$ und verschmierten Referenzpunkt um $(0,0,1000)$ [cm], sowie übernommenen Wertebereich der x - und y -Achse aus der ROOT-Projektion, rechts: von ROOT erstellte Projektion in die xy -Ebene, dabei wurden zwei π^0 -Ereignisse verwendet mit einer kinetischen Energie von 365 MeV, Primärteilchenimpulsrichtung von $(0,0,-1)$ und Referenzpunkt $(0,0,1000)$ [cm]. Die beiden oberen und unteren Histogramme wurden jeweils mithilfe des Rekonstruktionsergebnisses von dem gleichen Ereignis erstellt.

In den für die Analyse angefertigten Histogrammen wird der Wertebereich der x - und y -Achse auf -400 cm bis 400 cm festgesetzt und die Anzahl der Bins pro Achse auf $800/12.5 = 64$. Somit entspricht die Bingröße in der Projektion der Bingröße im finalen Rekonstruktionsergebnis. Deshalb können auch bei diesen Projektionen Ränder mit Bininhalt 0 auftreten. Dies ist jedoch für die weitere Analyse unerheblich, da üblicherweise durch die folgenden Bildbearbeitungsmethoden die Bins an den äußeren Rändern, welche typischerweise einen niedrigen Bininhalt besitzen, gleich null gesetzt werden.

Vorbereitung der Projektion mithilfe von Bildbearbeitungsmethoden

Gauß-Filter Um die erhaltenen Projektionen zu glätten, wird ein Gauß-Filter auf diese angewandt. Die konkrete Funktionsweise und Implementation ist im Anhang A beschrieben. In Abb. 3.32 kann die Wirkungsweise des Gauß-Filters gut beobachtet werden. In

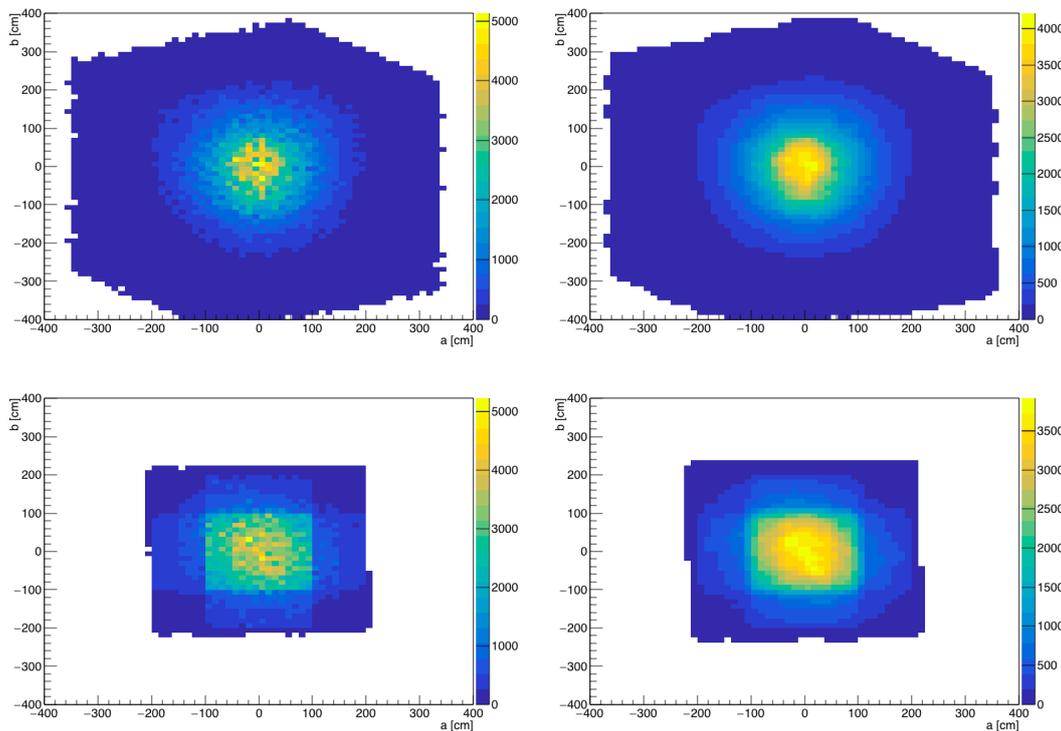


Abbildung 3.32: Selbsterstellte Projektion (links) von dem Rekonstruktionsergebnis eines Pionereignisses einer Energie von 0.5 GeV mit einem Impulsvektor in (1,1,1)-Richtung (oben) und in (0,0,-1)-Richtung (unten). Die rechten Histogramme entstehen bei Anwendung des Gauß-Filters auf die linken Projektionen.

diesem ist jeweils links die unbearbeitete Projektion, sowie rechts diese nach Bearbeitung mit dem Gauß-Filter abgebildet. Besonders in den oberen Histogrammen ist die Verbesserung deutlich zu sehen. Beide Projektionen wurden von dem Rekonstruktionsergebnis eines Pionereignisses angefertigt, wobei das Pion aus der oberen Projektion einen Impulsvektor in (1,1,1)-Richtung hat und das aus der unteren in (0,0,-1)-Richtung.

Da im Folgenden die Kanten der Projektion analysiert werden, soll die Kantenschärfe vor und nach Anwendung des Gauß-Filters betrachtet werden. In der oberen Projektion ist diese nach Bearbeitung mit dem Gauß-Filter deutlich erhöht.

Im Gegensatz dazu scheinen die äußeren Kanten bei der unteren Projektion eher geschwächt. Damit sind die klar definierten Kanten gemeint, welche ein Quadrat mit der

Kantenlänge 2 m bilden. Diese haben ihren Ursprung vermutlich in der anfänglichen Binkantenlänge von 1 m in der Rekonstruktion. So wird bei den zentralen Bins im 1. Iterationsverfahren eine hohe Photonemissionswahrscheinlichkeit rekonstruiert und diese mit einer hohen Gewichtung versehen, da sie einen Teil des Volumens des Photonemissionsmaximums abdecken. In der hier verwendeten Draufsicht ergeben sich somit vier Bins, welche um den Mittelpunkt zentriert sind mit hoher Gewichtung. Da bei einer Verkleinerung der Binsgröße in den nächsten Rekonstruktionsschritten die Gewichtung aus den vorherigen als Wahrscheinlichkeitsmaske übernommen wird, bleiben die dominanten Bins aus dem 1. Iterationsschritt noch sichtbar. So werden in diesem Beispiel die äußeren Kanten dieser Bins als das Quadrat mit Kantenlänge 2 m auch in der Projektion des letzten Iterationsergebnisses gesehen.

Somit ist ein Abschwächen dieser Kanten sogar erwünscht. Zusätzlich sind die Umrisse des Maximums der Photonemissionswahrscheinlichkeit deutlicher zu erkennen.

Sobel Filter Um Bins mit hoher Kantenrelevanz in der Projektion zu finden, wird nach der Bearbeitung mit dem Gauß-Filter ein sogenannter Sobel-Filter verwendet. Der Binninhalt der Bins (x_i, y_i) des daraus erhaltenen Histogramm $f_{\text{Sobel}}(x_i, y_i)$ entspricht der Kantenrelevanz des Bins. Ein Bin mit großem Binninhalt ist somit in der Projektion mit großer Wahrscheinlichkeit ein Teil einer Kante. Ein Beispiel für ein solches Histogramm ist in Abb. 3.33 zu sehen, wobei die zwei π^0 -Ereignisse aus Abb. 3.32 verwendet wurden. Die Implementation des Sobel-Filters ist im Anhang A beschrieben.

Beim Vergleich der unteren Histogramme aus Abb. 3.33 ist zu erkennen, dass trotz der Abschwächung der dominanten Kanten aus der Projektion durch den Gauß-Filter diesen die höchste Kantenrelevanz zugeordnet wird. Jedoch ist der Wert dieser bei der unbearbeiteten Projektion deutlich höher.

Canny-Algorithmus Die durch den Sobel Filter entstandenen Bilder können breite Kanten vorweisen. Außerdem kann zu den markanten Kanten zusätzlich ein Rauschen vorgefunden werden. Diese Nachteile werden durch den Canny-Algorithmus behoben. Die Verfahrensweise dieser Bildbearbeitungsmethode ist ebenfalls im Anhang in Abschnitt A zu finden. In dieser Arbeit wird der Algorithmus auf ein mit einem Gauß- und Sobel-Filter bearbeitetes Bild angewandt.

In Abb. 3.34 ist das Ergebnis nach Durchlauf des Canny-Algorithmus zu sehen. Es wurden die Ereignisse aus Abb. 3.33 verwendet. Dabei ist links das Histogramm aufgetragen, welches mithilfe der unbearbeiteten Projektion nach Anwendung des Sobel-Filters erstellt wurde. In den Histogrammen rechts wurde vor dem Sobel-Filter der Gauß-Filter verwendet.

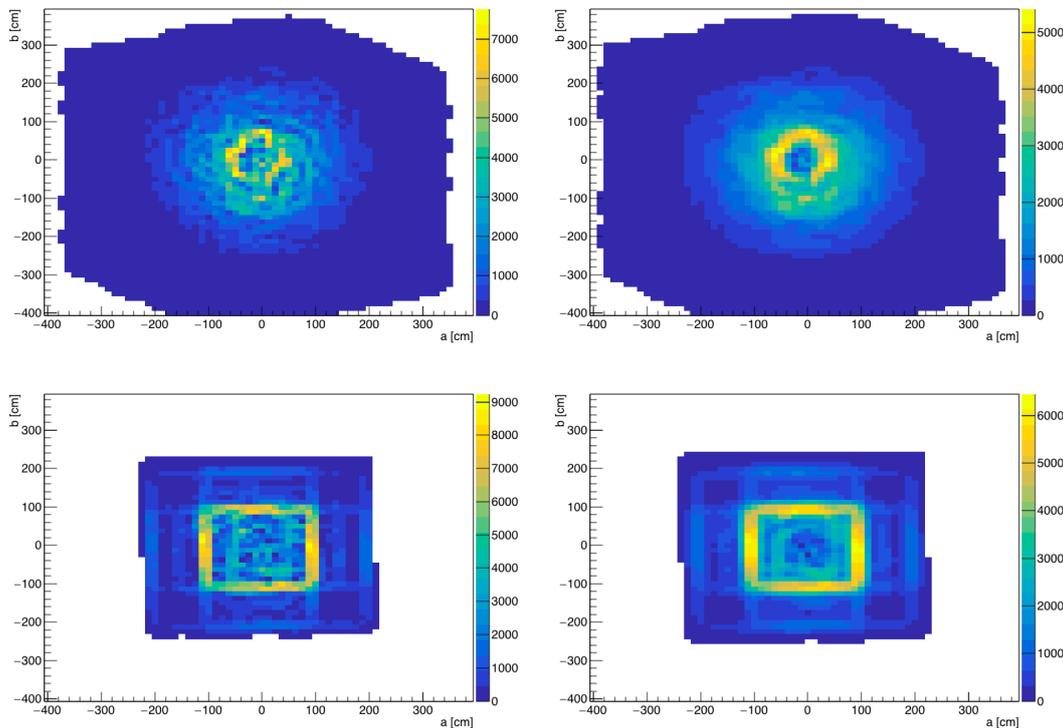


Abbildung 3.33: Sobel-Histogramm $f_{\text{Sobel}}(x_i, y_i)$ bei Anwendung des Sobel-Filters auf die selbsterstellte Projektion (links) und die mit dem Gauß-Filter bearbeitete Projektion (rechts). Dabei wurde das Rekonstruktionsergebnis eines Pionereignisses mit einer kinetischen Energie von 365 MeV verwendet. Die entsprechenden Projektionen der Ereignisse sind in Abb. 3.32 zu sehen, dabei wurden jeweils die oberen beiden und die unteren beiden Histogramme mithilfe des gleichen Ereignisses erstellt.

In den oberen Histogrammen ist eine klare Verbesserung bei Anwendung des Gauß-Filters zu erkennen. Im Gegensatz dazu ähneln sich die untern Histogramme sehr. Den Grund hierfür ist die Dominanz der Kanten, welche durch die hohe Gewichtung der zentralen Bins im 1. Rekonstruktionsschritt entstehen.

In beiden Histogrammen ist jedoch zu erkennen, dass alle nicht leeren Bins Teil der dominanten Kante in der Projektion sind.

3.4.2 Mittlerer Radius

Bei der Berechnung des mittleren Radius wurde von jedem Bin, dessen Bininhalt nicht gleich null ist, der Abstand zum Mittelpunkt (0,0) berechnet. Die Projektion wurde so erstellt, dass dieser stets dem Referenzpunkt, also dem verschmierten Anfangspunkt in der Simulation, entspricht. Somit ergibt sich ein Histogramm der Häufigkeitsverteilung der auftretenden Abstände r_i , wie es in Abb. 3.35 zu sehen ist. Dabei wurden die Pionereignisse mit dem Canny-Endresultat aus Abb. 3.34 verwendet. Das linke Histogramm

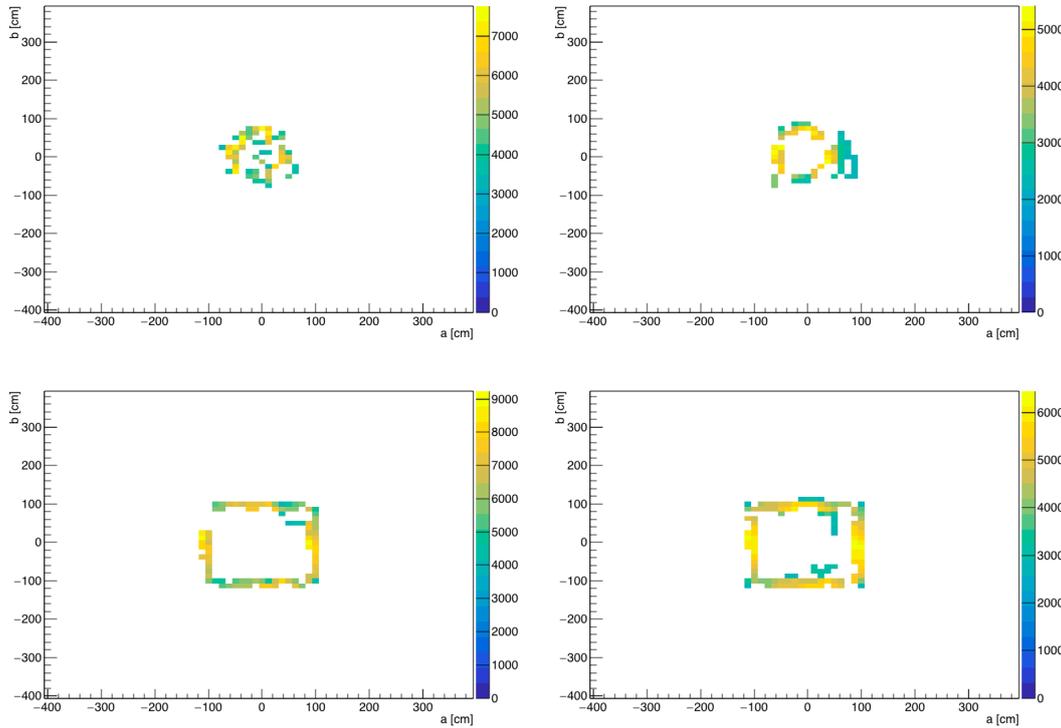


Abbildung 3.34: Endresultat des Canny-Algorithmus bei Anwendung auf das Histogramm nach Verwendung des Sobel-Filters auf eine selbsterstellte Projektion (links) und die mit dem Gauß-Filter bearbeitete Projektion (rechts). Die entsprechenden Projektionen nach Anwendung des Sobel-Filters sind in Abb. 3.33 zu sehen, dabei wurden jeweils die oberen beiden und die unteren beiden Histogramme mithilfe des gleichen Ereignisses erstellt.

entspricht dem oberen Ereignis aus Abb. 3.34 und das rechte Histogramm dem unteren.

Der mittlere Radius r wird als der Mittelwert der so erhaltenen Abstände r_i der Binmittelpunkte zum Ursprung definiert und berechnet sich damit zu

$$r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i, \quad (3.23)$$

wobei über alle N Bins aus dem Ergebnis des Canny-Algorithmus summiert wird, deren Bininhalte ungleich null sind. Der Mittelwert des in Abb. 3.35 betrachteten Ereignisses beträgt so z.B. 67.5 cm (links) und 108.9 cm (rechts). Dabei werden beim linken Histogramm die Umrisse des tatsächlichen Photonemissionsmaximums betrachtet. Dagegen werden im rechten die Kanten des dominanten Quadrats mit der Kantenlänge von 2 m ausgemessen. In der Tabelle 3.10 sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der so erhaltenen Parameterverteilungen von r aufgetragen. Zu sehen ist, dass diese stets sehr nah an 100 cm liegen. Dies entspricht somit gerade den Abständen zu den Kanten der besprochenen, hochgewichteten Bins aus den ersten Iterationsschritten.

Besonders deutlich wird dies bei den Ereignissen mit Startpunkt bei (0,0,1000) cm und

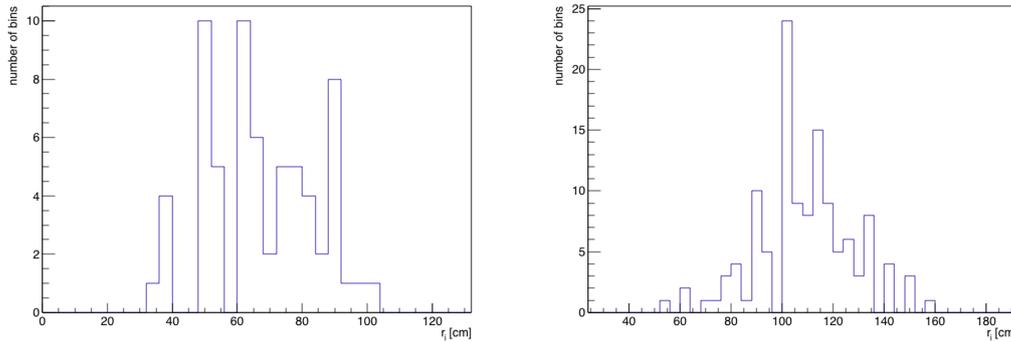


Abbildung 3.35: Verteilung des Abstandes der nichtleeren Bins vom Ursprung bzw. Referenzpunkt in der bearbeiteten Projektion von den Ergebnissen des Canny-Algorithmus in Abb. 3.34, wobei jeweils die mit dem Gaus-Filter bearbeitete Projektion verwendet wurde. Das linke Histogramm entspricht der Abstandsverteilung im oberen Histogramm in Abb. 3.34 und das rechte der im unteren Histogramm.

Tabelle 3.10: Mittelwerte \bar{r} und Standardabweichungen σ_r der Verteilungen des mittleren Abstandes zum Mittelpunkt r von Pion- und Elektronereignissen mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV.

[cm]	0.5 GeV	fix	0.5 GeV	1 GeV	2 GeV				
	\bar{r}	σ_r	\bar{r}	σ_r	\bar{r}	σ_r	\bar{r}	σ_r	
Reko									
π^0	107.1	9.5	94.3	22.0	89.4	15.3	88.8	17.5	
e^-	108.4	5.7	86.7	19.8	82.2	16.6	84.6	17.8	
MC Impuls									
π^0	112.5	14.0	94.5	23.8	89.3	17.7	87.9	17.2	
e^-	112.0	3.6	85.9	19.2	81.5	17.1	84.3	17.7	

Impulsvektor in (0,0,-1)-Richtung. Dies hat seinen Ursprung darin, dass der Impulsvektor des Primärteilchens bei diesen Simulationsvorgaben stets an der Kante von vier Bins verläuft. Somit entsteht in den ersten Iterationsschritten näherungsweise in allen vier Bins der Kantenlänge 1 m die gleiche, hohe Photonemissionswahrscheinlichkeit. So werden auch in den folgenden Iterationsschritten diese Bins aufgrund der Wahrscheinlichkeitsmaske aus den ersten Iterationen hoch bewertet. Insbesondere in der Projektion, in welcher die Bininhalte dieser Bins über die Höhe des Detektors summiert werden, ergibt sich das beobachtete Quadrat.

Bei den im Detektor verteilten Ereignissen ist dies weniger stark der Fall. Die Ursache dafür ist einerseits, dass der Referenzpunkt zufällig ausgewählt wird und damit auch innerhalb eines Bins liegen kann. Somit würde am Anfang der Teilchenspur nur dieser eine Bin hochbewertet werden. Außerdem kann der ebenfalls zufällige Impulsvektor so verlaufen, dass dieser gerade nicht an vier Bins angrenzt. Dennoch werden auch hier durch die

Wahrscheinlichkeitsmaske der durchquerten Bins bei einer Verkleinerung der Binsgröße in den Iterationsschritten die Randbins dieser zu hoch bewertet. Dabei ist mit einem Randbin ein ebensolcher gemeint, welcher innerhalb des zuvor betrachteten größeren Bins liegt, in welchem jedoch keine Teilchenspuren liegen.

In der Tabelle 3.10 zu sehen, ist auch dass die Standardabweichungen bei den 0.5 GeV, fix-Ereignissen besonders gering sind. Außerdem scheint bei diesen Ereignissen die genaue Rekonstruktion der Impulsrichtung des Primärteilchens einen deutlichen Einfluss auf den Parameter zu haben.

Bei den im Detektor verteilten Ereignissen scheint der Abstand bei den Pionereignissen mit der Energie leicht abzunehmen. Da der Öffnungswinkel zwischen den Photonen beim Pionzerfall mit der Energie abnimmt, ist dies sinnvoll. Bei den Elektronereignissen lässt sich keine klare Tendenz feststellen.

Außerdem besitzen die Mittelwerte, welche aus den Pionereignissen ermittelt wurden, etwas höhere Werte. Dies ist aufgrund der vom Referenzpunkt entfernten Konversionspunkte der beim Pionzerfall entstehenden Photonen durchaus plausibel.

In Hinblick auf den großen Einfluss der Bins aus den ersten Iterationen ist die Ermittlung der Abweichung von diesem Radius nicht vielversprechend. Ein weiteres Problem, welches beim Canny-Algorithmus auftritt, ist das Verwerfen von vielen Kantenbins. So sind in einigen Resultaten des Algorithmus nur noch wenige Bins vorhanden, welche einen zusammenhängenden Teil der Kante bilden. Deshalb ist das Ermitteln von einer Abweichung des mittleren Radius bei diesen nicht sinnvoll. Die erhaltenen Werte von dieser Abweichung sind im Anhang A zu finden.

Um die Analyse mithilfe des Canny-Algorithmus zu verbessern, können die im Verfahren verwendeten Parameter (unterer und oberer Schwellenwert beim Hysterese-Verfahren, siehe Anhang A) variiert werden. Somit könnte eine Verbesserung in der Anzahl der übrig bleibenden Kantenbins erzielt werden. Außerdem vielversprechend ist eine Analyse von Rekonstruktionsergebnissen, deren Unterschiede in der Photonemission nicht so stark von den Bins aus den ersten Iterationsschritten beeinflusst werden. Dafür müsste das Verfahren der Rekonstruktion bearbeitet werden.

3.4.3 Abweichung von der mittleren Summe der Bininhalte pro Winkelbereich

Eine weitere Möglichkeit die Projektion zu untersuchen, ist eine Gewichtung der Winkel. Dabei ist mit Gewichtung die Summe aller Bininhalte von Bins in einem Winkelbereich von $\approx 7^\circ$ gemeint. Dazu wird die unbearbeitete Projektion betrachtet und jeweils der Winkel φ des Polarvektors vom Punkt (0,0), also dem Referenzpunkt zu jedem Binmittelpunkt ermittelt und mit dem Bininhalt gewichtet.

In Abbildung 3.36 rechts sind zwei Beispiele der so entstandenen Histogramme gezeigt. Da-

bei ist links jeweils die selbsterstellte Projektion mit festgelegten Normalenvektor (0,0,-1) gezeigt. Die betrachteten Ereignisse wurden wieder von neutralen Pionen mit einer kinetischen Energie von 365 MeV als Primärteilchen und einem Impuls in die Richtung (0,0,-1) erstellt. Zu erkennen ist, dass beim oberen Ereignis, bei welchem in der Projektion zwei Maxima zu erkennen sind, wobei eines schwächer ausgebildet ist, auch in dem Winkelhistogramm ein deutliches Maximum sichtbar ist. Dabei wurden in dessen Projektion die Vektoren eingezeichnet, welche einem Winkel φ von 0 und $\pi/2$ entsprechen. Somit wird bestätigt, dass die hohen Summen der Photonemissionswahrscheinlichkeit im Winkelhistogramm bei $\varphi \approx 0$ und $\varphi \approx 2\pi$ von dem ausgeprägteren Maximum in der Projektion stammen. Das schwächere Maximum, welches um $\varphi \approx \pi$ im Winkelhistogramm zu erkennen ist, stammt somit von der Photonemission des schwächeren elektromagnetischen Schauers in der Projektion. Bei dem unteren Ereignis, welches ein breites und eher kreisförmiges Intensitätsmaximum besitzt, ist im Winkelhistogramm kein Maximum zu erkennen und die Werte sind mit Fluktuationen annähernd konstant. Beim Vergleich der beiden Histogramme ist auch der Skalenunterschied zu beachten, wobei das obere Histogramm Werte bis zu ca. $55 \cdot 10^3$ annimmt, das untere jedoch nur bis zu ca. $35 \cdot 10^3$.

Pro Ereignis wird die Abweichung χ^2 von der Summe der Bininhalte pro Winkelbereich berechnet, in dem zunächst der Mittelwert \bar{x} bestimmt wird und anschließend

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_i^2} = \frac{1}{N} \sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2}{x_i} \quad (3.24)$$

berechnet wird, wobei x_i die Summe der Bininhalte pro Winkelbereich i und σ_i der dazugehörige Fehler ist. Dabei wird näherungsweise davon ausgegangen, dass $\sigma_i = \sqrt{x_i}$. Somit werden Unsicherheiten, die durch die Rekonstruktion und Detektion des Ereignisses entstehen vernachlässigt und angenommen, dass der Wert jedes Bininhalts gerade der Anzahl von emittierten Photonen entspricht.

Für die in Abb. 3.36 besprochenen Ergebnisse ergibt sich für das obere Histogramm mit einem $\chi^2 \approx 3709$ ein deutlich höherer Wert als für das untere mit einem $\chi^2 \approx 956$. Damit scheint dieser Parameter geeignet zu sein, um Ereignisse zu identifizieren, welche zwei Maxima in der Projektion aufweisen. Da dies in der Form nur für Pionen als Primärteilchen und nicht für Elektronen plausibel ist, könnte dieser Parameter zur Identifikation von Pionen genutzt werden. Deutlich wird jedoch auch, dass auch bei Pionereignissen die Abweichung χ^2 gering sein kann und damit die Erkennung von Elektronereignissen mithilfe dieser Methode vermutlich nicht möglich ist.

In Tabelle 3.11 sind die Mittelwerte $\bar{\chi}^2$ und die Standardabweichungen σ_{χ^2} der Parameterverteilungen von Elektron- und Pionereignissen der Energien 0.5, 1 und 2 GeV aufge-

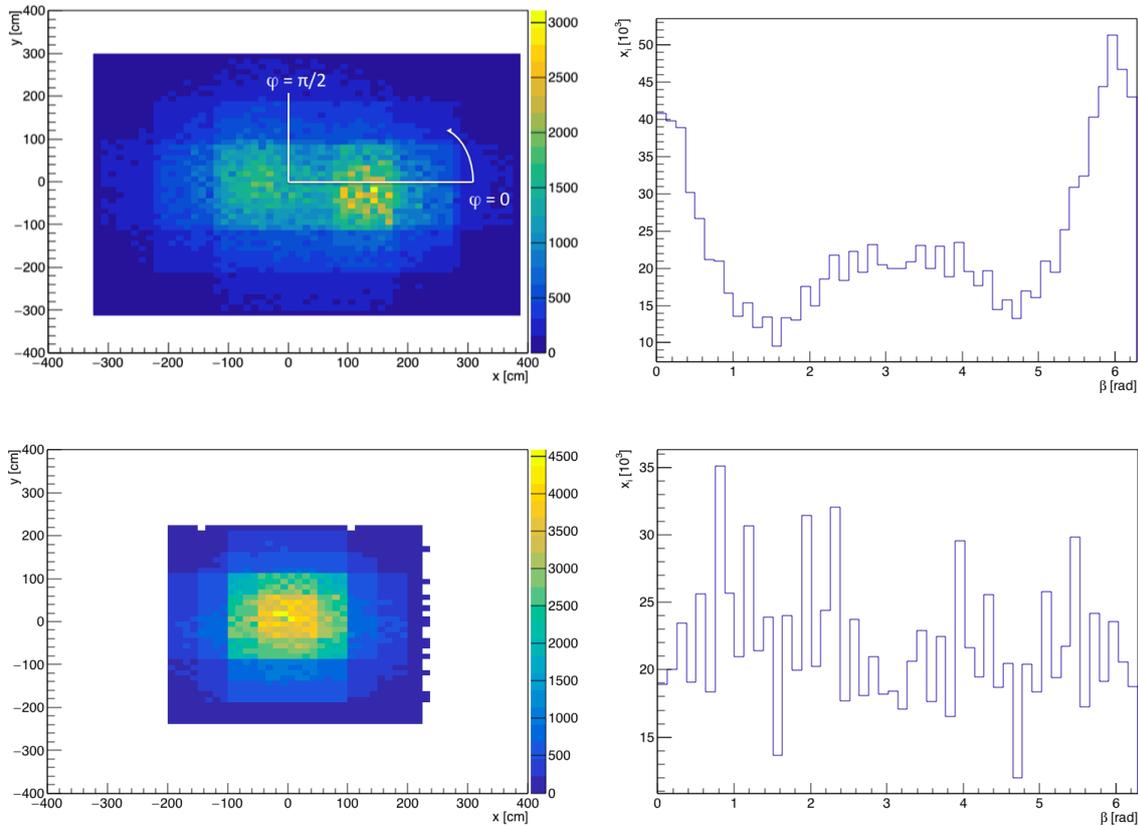


Abbildung 3.36: links: selbsterstellte Projektion von jeweils einem π^0 -Ereignis mit 365 MeV kinetischer Energie und rechts jeweils das zugehörige Histogramm, bei welchem die Summe der Bininhalte pro Winkelbereich aufgetragen ist.

tragen. In dieser ist zu sehen, dass die Mittelwerte, die von den Parameterverteilungen der Pionereignisse stammen, tatsächlich etwas höhere Werte annehmen. Insgesamt sind die Standardabweichungen jedoch sehr hoch und wie in Abb. 3.37 zu sehen ist keine Trennung der Pion- und Elektronereignisse mithilfe dieses Parameters möglich. Dabei wurde die Häufigkeitsverteilung der Abweichung χ^2 für Elektron- (schwarz) und Pionereignisse (rot) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV aufgetragen. Die Projektionen links wurden mithilfe der rekonstruierten Impulsrichtung und rechts mithilfe der Impulsrichtung des Primärteilchens aus den Monte-Carlo-Daten erstellt. Hierbei ist zu sehen, dass der Fehler in der rekonstruierten Impulsrichtung einen merkbaren Einfluss auf diesen Parameter hat. Noch deutlicher wird dies bei den Ereignissen mit 0.5 GeV, welche mit festgelegtem Start- und Impulsvektor simuliert wurden (siehe Tabelle 3.11). An diesen ist außerdem zu erkennen, dass die Lage und Orientierung im Detektor den Parameter stark beeinflussen. So weichen die erhaltenen Werte bei 0.5 GeV der im Detektor verteilten Ereignisse, insbesondere bei Verwendung der rekonstruierten Impulsrichtung, deutlich von denen mit festgelegter Lage und Orientierung ab.

Tabelle 3.11: Mittelwerte $\bar{\chi}^2$ und Standardabweichungen σ_{χ^2} der Parameterverteilung von Pion- und Elektronereignissen mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV.

[10 ³]	0.5 GeV		0.5 GeV		1 GeV		2 GeV	
	$\bar{\chi}^2$	σ_{χ^2}	$\bar{\chi}^2$	σ_{χ^2}	$\bar{\chi}^2$	σ_{χ^2}	$\bar{\chi}^2$	σ_{χ^2}
Reko								
π^0	0.8	0.2	2.2	1.6	4.6	3.3	9.6	7.3
e^-	0.7	0.2	2.0	1.4	4.4	3.0	9.0	5.8
MC Impuls								
π^0	2.0	1.3	3.0	2.0	5.6	3.5	11.3	7.8
e^-	1.6	0.8	2.5	1.6	5.2	3.1	11.2	7.4

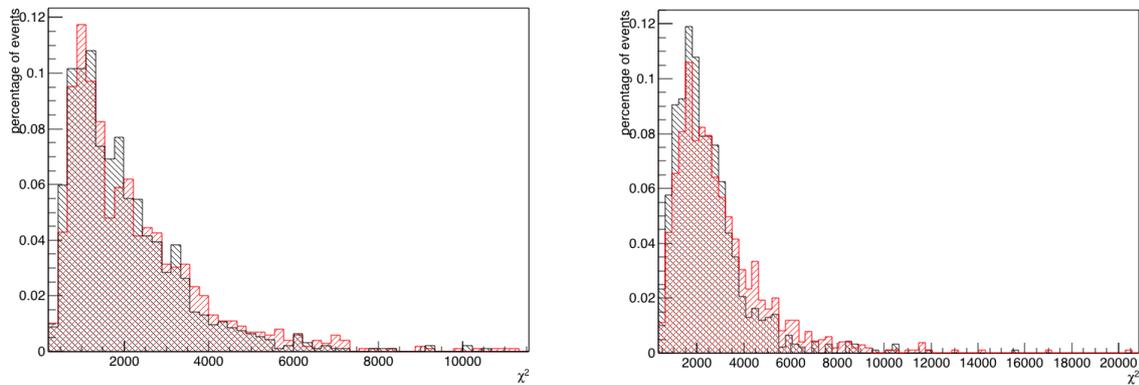


Abbildung 3.37: Häufigkeitsverteilung der Abweichung χ^2 aus Glg. 3.24 von im Detektor verteilten Elektron- (schwarz) und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV, wobei die Projektion links mithilfe der rekonstruierten Impulsrichtung und rechts mithilfe der Impulsrichtung des Primärteilchens aus den Monte-Carlo-Daten erstellt wurde.

Der Anstieg der Mittelwerte mit der Energie ist deutlich zu erkennen. Da die gesamte Photonemission mit der Energie natürlich zunimmt, ist dies auch durchaus sinnvoll.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden einige Parameter untersucht, welche zu einer Unterscheidung von Pion- und Elektronereignissen beitragen könnten. Insgesamt zeigten die Parameterverteilungen häufig eine Tendenz zum erwarteten Verhalten, eine klare Abgrenzung der Ereignisklassen war dennoch nicht möglich. Es wurde jedoch gezeigt, dass bei einer Energie von 0.5 GeV die Identifizierung von Pionereignissen mit einer Effizienz von $(25.0 \pm 1.6) \%$ und einer Impurity von $(5.0 \pm 1.3) \%$ durch den Parameter des Anteils der Photonemission vor der Strahlungslänge X_0 erreicht werden kann.

Außerdem interessant ist eine Kombination der analysierten Parameter. Bislang wurde jeweils die Kombination von zwei Parametern aus den Schauerprofilen betrachtet. Durch eine weitreichendere Kombination der Parameter, z.B. durch ein neuronales Netz, könnten Kriterien gefunden werden, um Elektron- und Pionereignisse zu trennen.

Auch konnten beim longitudinalen Schauerprofil, sowie bei der Projektion auf die Ebene senkrecht zur Impulsrichtung des Primärteilchens der Einfluss der Reduzierung der Bingröße während der Rekonstruktion beobachtet werden. Ohne diesen Einfluss könnte insbesondere die Aussagekraft der Parameter, welche aus der zweidimensionalen Projektion erhalten wurden, erhöht werden und die Unterscheidung von Elektron- und Pionereignissen womöglich besser gelingen.

Ebenfalls zu beobachten, besonders bei dem Parameter der Breite des Maximums im Schauerprofil, ist der limitierende Faktor der Bingröße 12.5 cm.

Bisher wurde in der Analyse und während des Rekonstruktionsverfahrens der Referenzpunkt als gegeben angenommen. Dieser muss jedoch ebenfalls rekonstruiert werden. Dies stellt insbesondere bei der Pionproduktion eine Herausforderung dar, da direkt am Vertex weder das Pion noch die beiden entstehenden Photonen Szintillationsstrahlung auslösen können. Ein Ansatzpunkt ist ein bei der Pionproduktion beteiligtes Proton, welchem kinetische Energie übertragen wird.

Zur weiteren Analyse sind viele Möglichkeiten vorhanden. So wurde innerhalb der ein-

dimensionalen Analyse die Ausbildung von zwei Maxima im Schauerprofil noch nicht untersucht.

Auch die zweidimensionale Analyse mithilfe der Projektion in die Ebene senkrecht zur Impulsrichtung des Primärteilchens kann ausgeweitet werden. So wurde bisher das gesamte dreidimensionale Histogramm des finalen Rekonstruktionsergebnisses verwendet. Es könnte jedoch durchaus hilfreich sein, nur einen Bereich um das Schauermaximum zu betrachten. Somit entfällt die Projektion von insignifikanten Photonemissionswahrscheinlichkeiten aus dem Rand des Rekonstruktionsergebnisses. Dabei ist zu beachten, dass bei gut voneinander trennbaren elektromagnetischen Schauern der beiden im Pionzerfall entstehenden Photonen möglicherweise nur einer von diesen in dem betrachteten Bereich liegt.

Außerdem noch nicht analysiert wurde die Ausweitung des elektromagnetischen Schauers senkrecht zur Impulsrichtung des Primärteilchens. Bei Pionereignissen würde die Ebene betrachtet werden, welche von den beiden entstandenen Photonen aufgespannt wird und dort im besten Fall zwei Maxima erkannt werden oder aber ein breiterer Verlauf der signifikanten Photonemissionswahrscheinlichkeit als bei Elektronereignissen erwartet wird. Erste Versuche diese Ebene zu ermitteln wurden mithilfe der Aufstellung eines Trägheitstensors getätigt. Die Erwartung war hierbei, dass eine der Hauptträgheitsachsen in die Richtung des Impulsvektors des Primärteilchens zeigt und die verbleibenden zwei diese gesuchte Ebene aufspannen. Bislang hatte diese Methode noch keinen Erfolg, was an einer falschen Bestimmung der Impulsrichtung festgemacht wurde.

Außerdem interessant ist die Analyse mithilfe von Clustererkennung im dreidimensionalen Rekonstruktionsergebnis. Bei diesem waren bei Pionereignissen häufig per Auge zwei zusammenhängende Bereiche von Photonemissionswahrscheinlichkeiten zu sehen, auch wenn dies in der Projektion verloren gegangen ist.

Anhang A

Zusätzliche Histogramme

Histogramme aus Abschnitt 3.2

Öffnungswinkel α

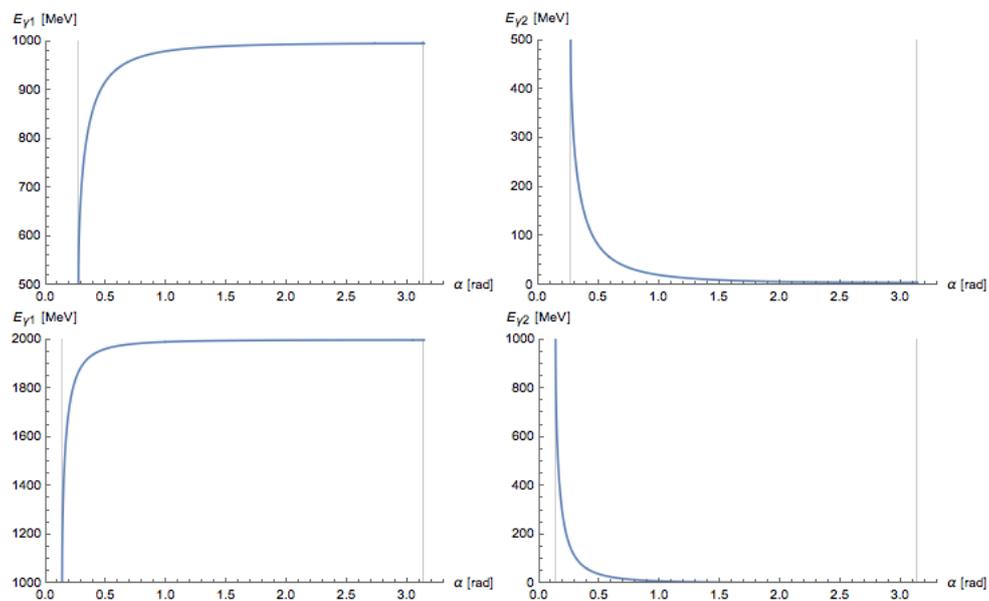


Abbildung A.1: Die Energie E_1 [MeV] (links) und E_2 [MeV] (rechts) in Abhängigkeit des Öffnungswinkels α [rad] bei einer Pionenergie $E_\pi = 1$ GeV (oben) und 2 GeV (unten), welche mithilfe von Glg. (3.2) berechnet wurde. Dabei wurde jeweils der minimale Öffnungswinkel α_{min} mit einer Linie markiert, für 1 GeV bei ≈ 0.27 rad und für 2 GeV bei ≈ 0.14 rad.

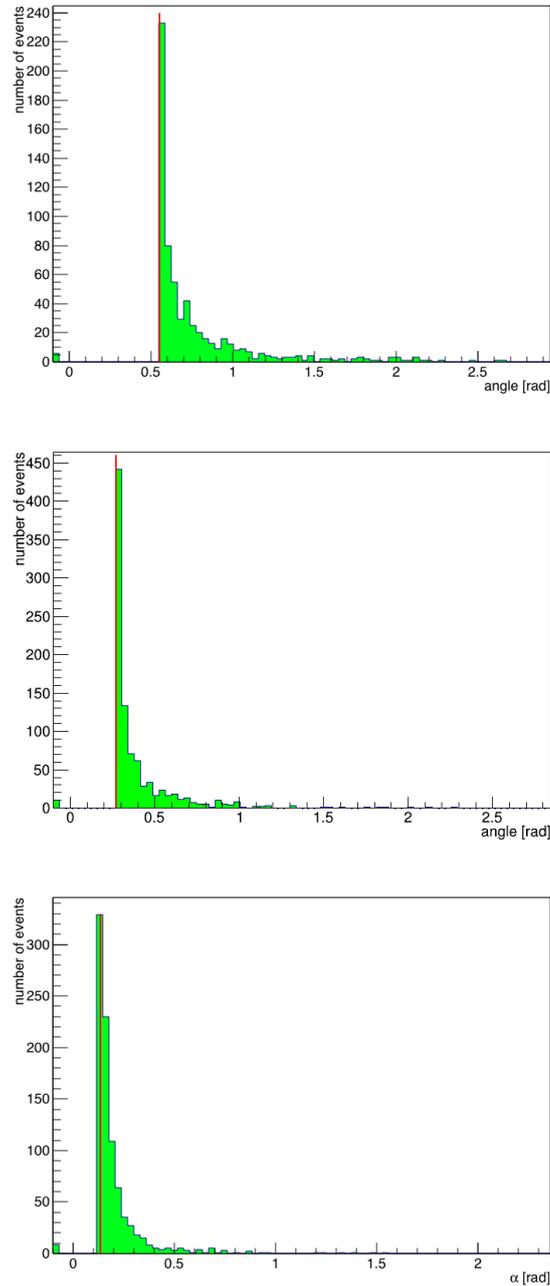


Abbildung A.2: Öffnungswinkel der Photonen gegen die Anzahl von Ereignissen aufgetragen bei einer Gesamtenergie von 2 GeV (unten), 1 GeV (mittig) und von 0.5 GeV mit Startpunkt der Simulation bei (0,0,1000) cm und Impulsvektor des Pions in $-z$ -Richtung (oben). Der minimale Öffnungswinkel α_{min} beträgt ≈ 0.14 rad bei 2 GeV, ≈ 0.27 rad bei 1 GeV und ≈ 0.55 rad bei 0.5 GeV. Diese Werte sind mit einer roten Linie markiert. Die Öffnungswinkel von $\alpha = -0.1$ rad werden Pionereignissen mit dem Zerfall $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$ zugewiesen.

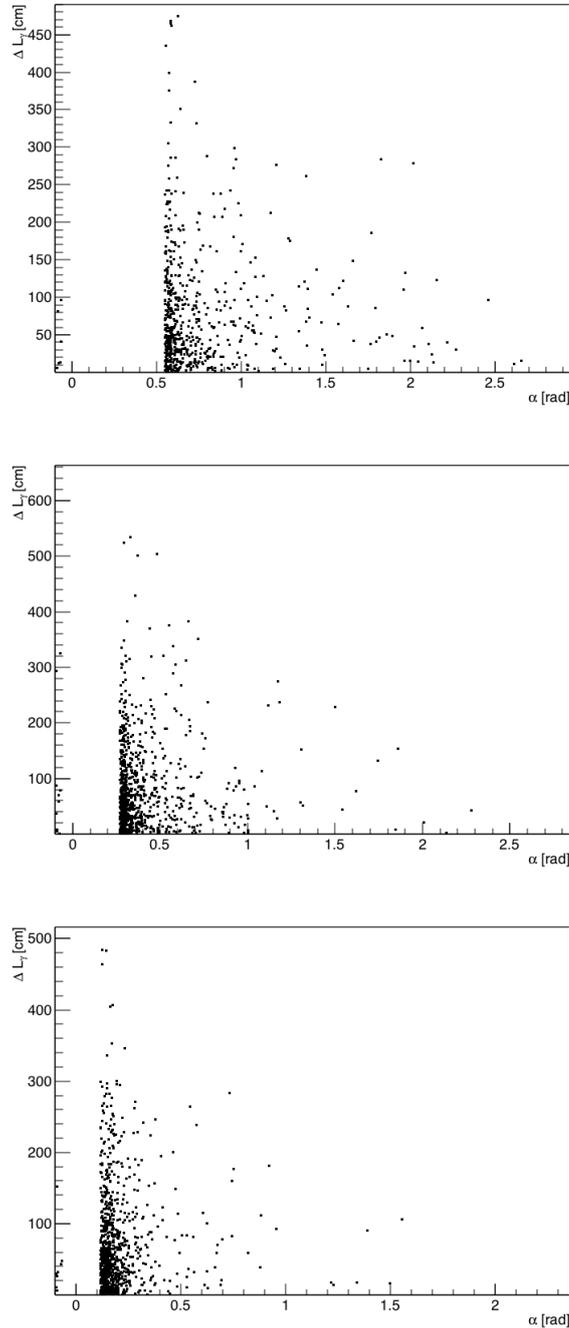


Abbildung A.3: Öffnungswinkel α der beim Pionzerfall entstehenden Photonen gegen die Differenz ΔL_γ der Wegstrecken der beiden Photonen zwischen Emissionspunkt und Konversionspunkt aufgetragen bei einer Gesamtenergie von 2 GeV (unten), 1 GeV (mittig) und von 0.5 GeV mit Startpunkt der Simulation bei (0,0,1000) cm und Impulsvektor des Pions in $-z$ -Richtung (oben). Die minimalen Öffnungswinkel α_{min} betragen ≈ 0.14 rad bei 2 GeV, ≈ 0.27 rad bei 1 GeV und ≈ 0.55 rad bei 0.5 GeV.

Histogramme aus Abschnitt 3.3

In die Abbildungen sind in diesem Abschnitt stets in der gleichen Art und Weise strukturiert. Die Häufigkeitsverteilungen der oberen Histogramme wurden aus den Schauerprofilen der Photonemissionswahrscheinlichkeit berechnet, welche mithilfe der rekonstruierten Richtung erstellt wurden. Bei den mittleren Histogrammen wurde anstattdessen stets die aus der Monte-Carlo-Wahrheit erhaltenen Impulsrichtung des Primärteilchens verwendet. Die unteren Histogramme ergeben sich aus den Teilchenanzahl-Schauerprofilen.

Höchster Wert der Photonemission

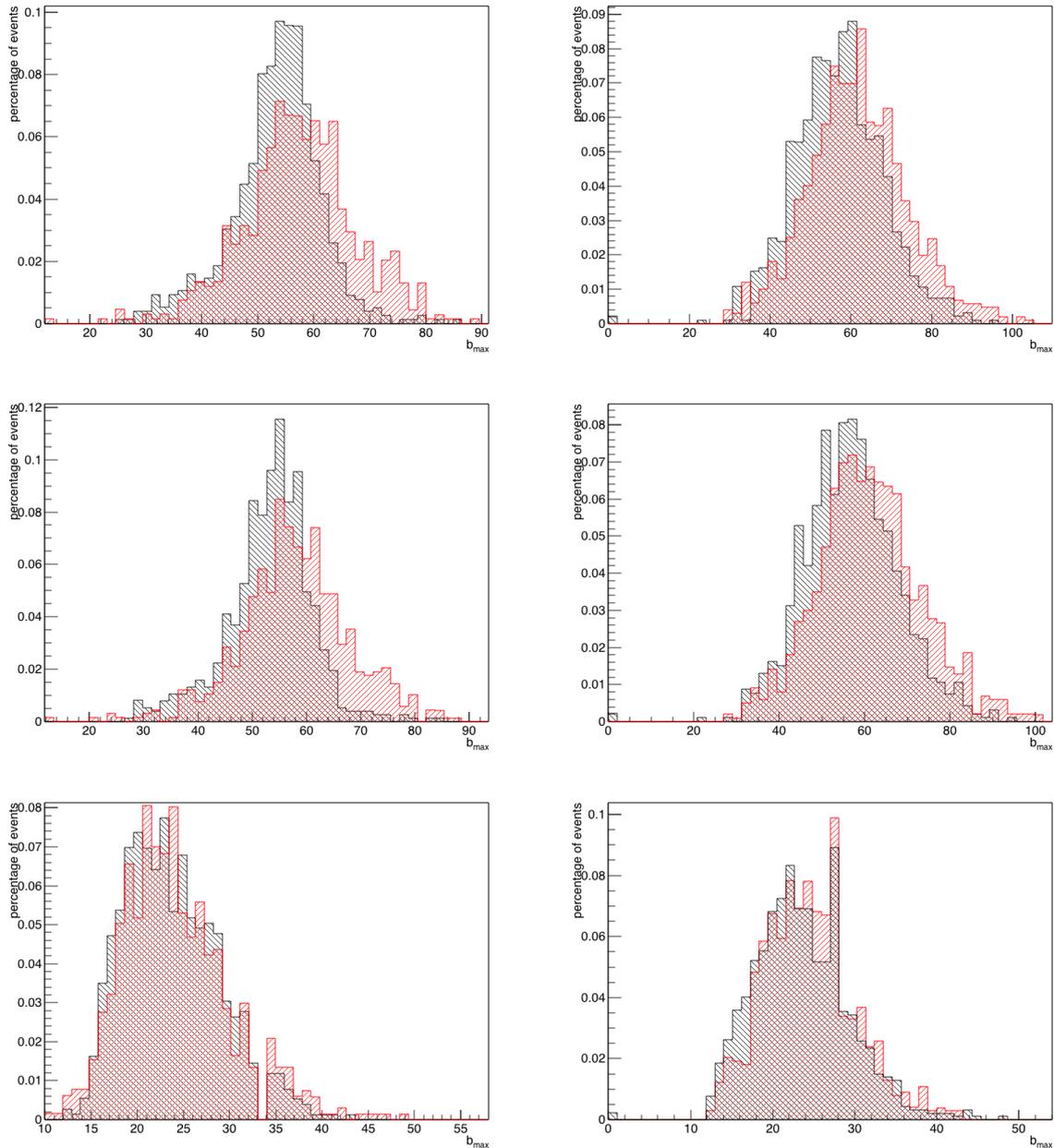


Abbildung A.4: Maximaler Wert der Photonemissionswahrscheinlichkeit im longitudinalen Schauerprofil für Elektronereignisse und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 500 MeV, wobei die Ereignisse links mit fixiertem Start- und Impulsvektor simuliert wurden und rechts im Detektor verteilt (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

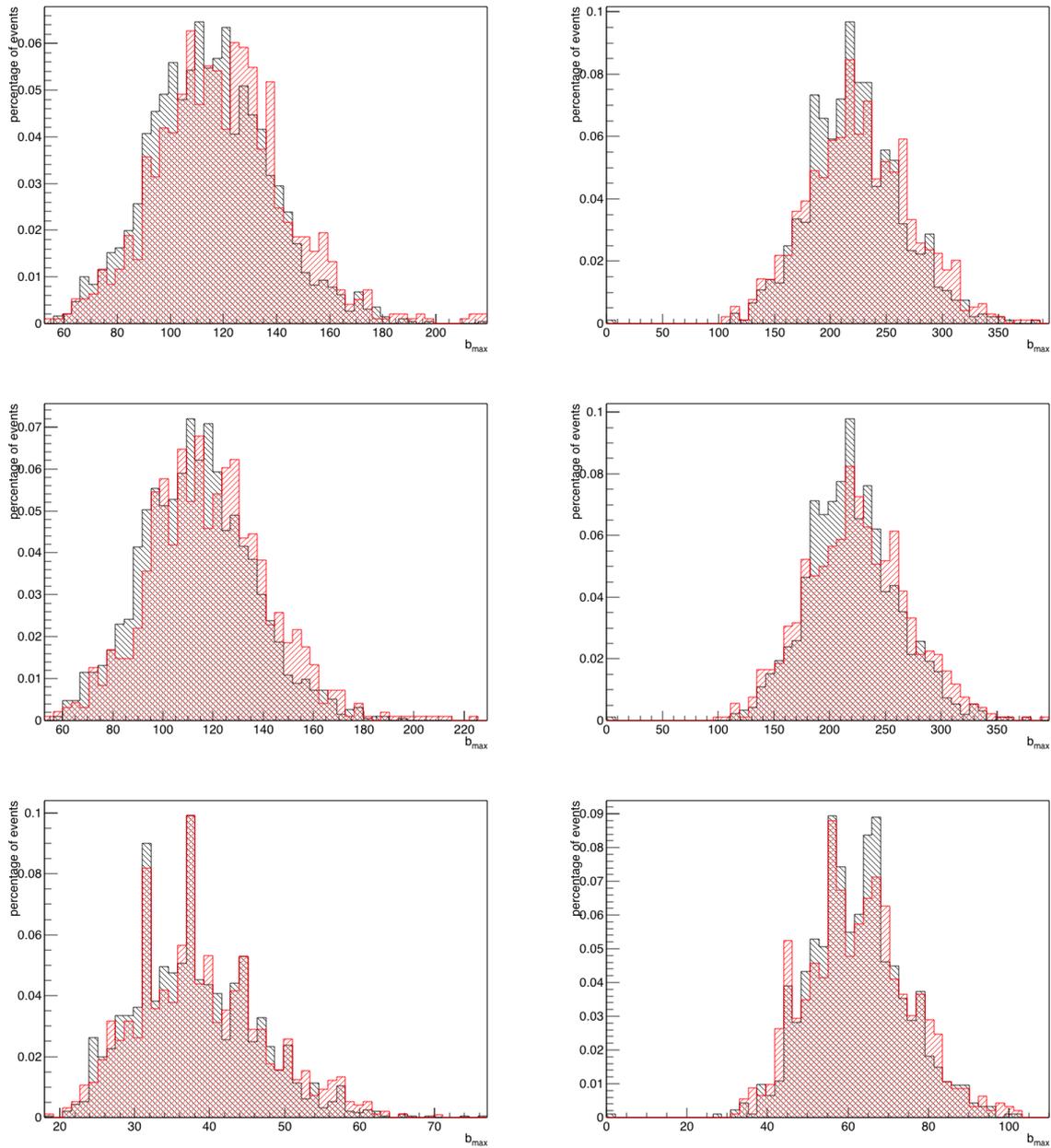


Abbildung A.5: Maximaler Wert der Photonemissionswahrscheinlichkeit im longitudinalen Schauerprofil für Elektronereignisse und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (links) und 2 GeV (rechts) (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

Schauerlänge

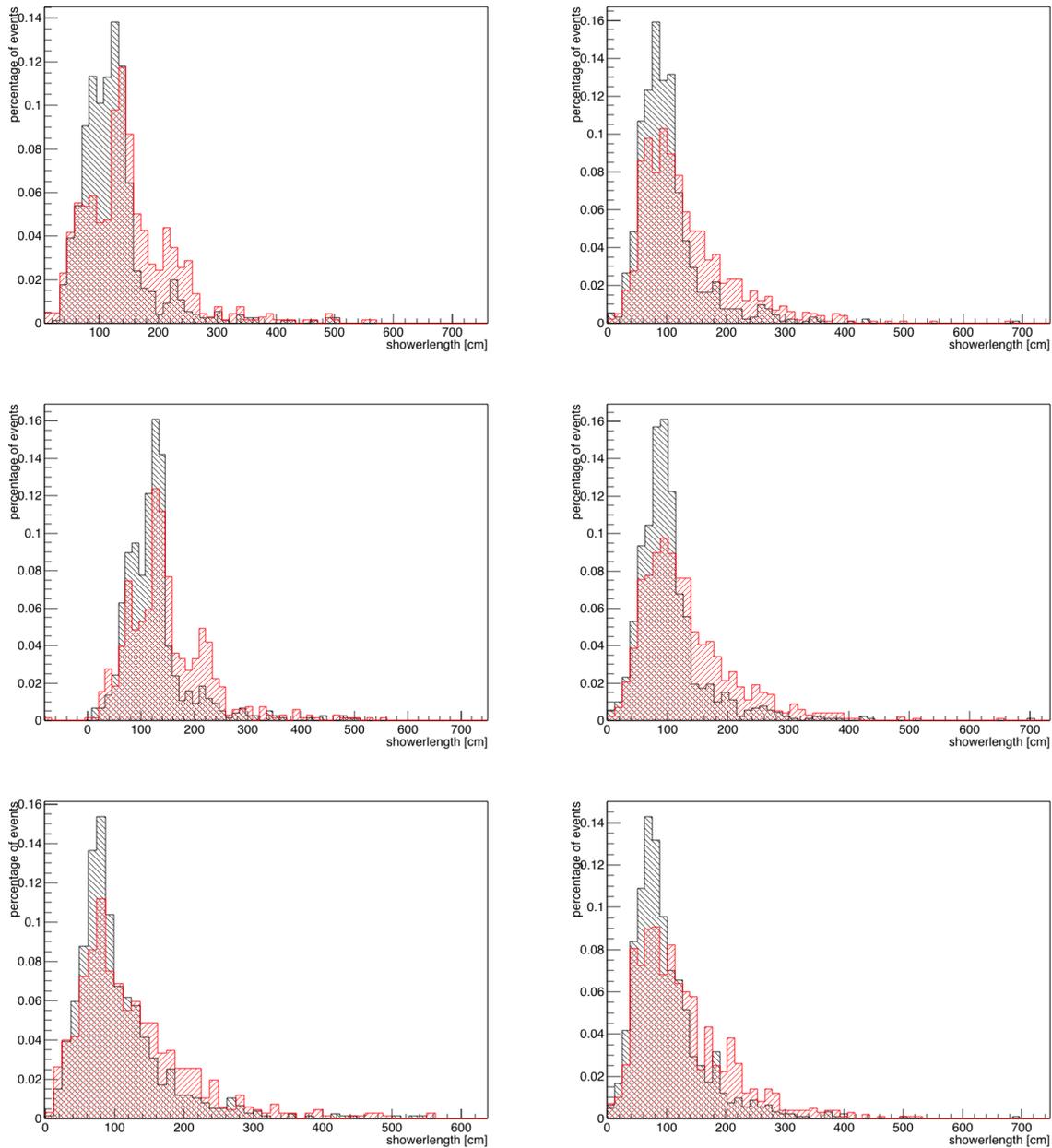


Abbildung A.6: Schauerlänge von Elektron- und Pionereignissen mit einer Gesamtenergie von 500 MeV, wobei die Ereignisse links mit fixiertem Start- und Impulsvektor simuliert wurden und rechts im Detektor verteilt (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

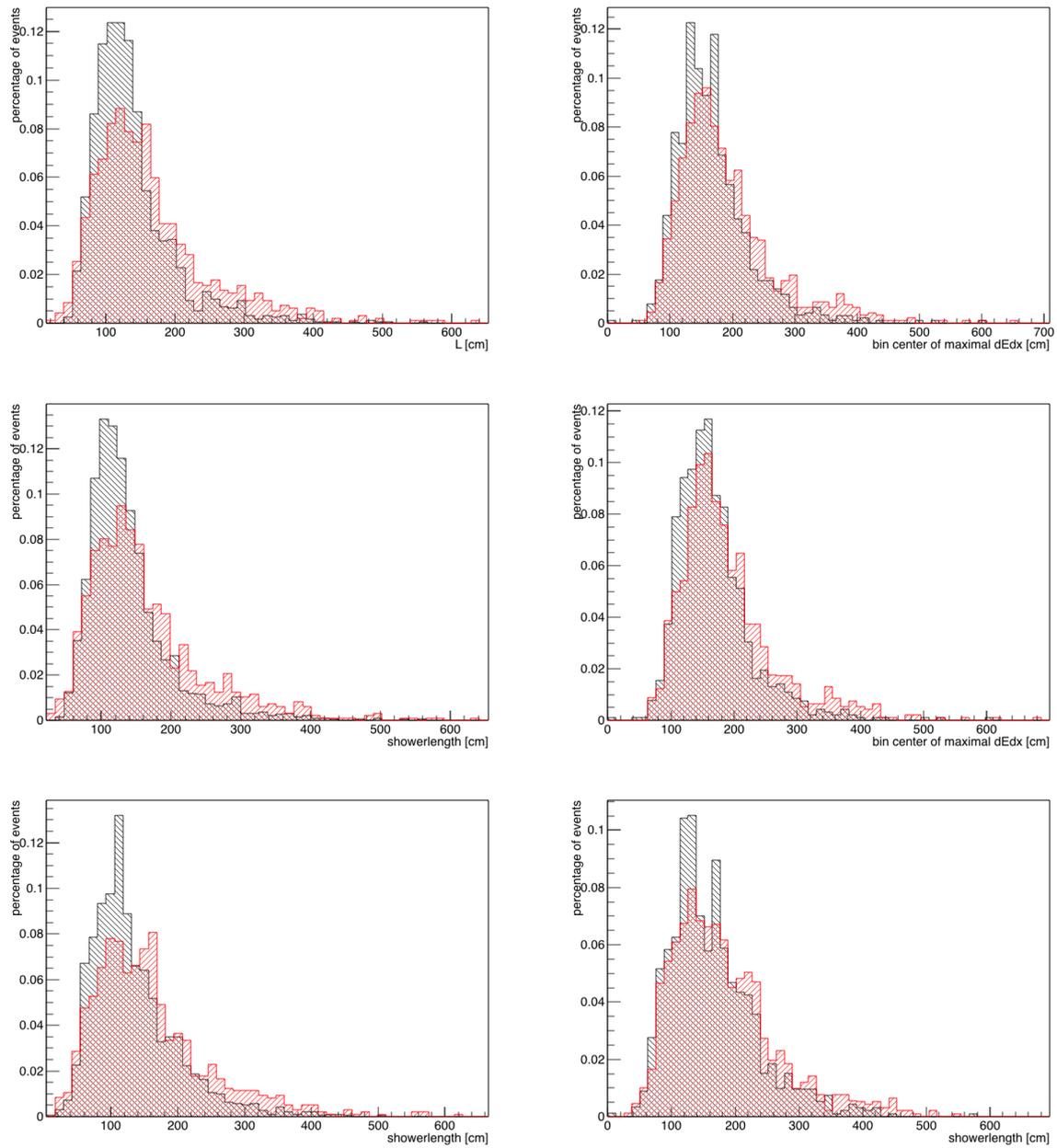


Abbildung A.7: Schauerlänge von Elektron- und Pionereignissen mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (links) und 2 GeV (rechts) (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

Photonemission vor der Strahlungslänge X_0

In Abb. A.8 ist das Rekonstruktionsergebnis des Ereignisses zu sehen, von welchem im Abschnitt 3.3.4 die Schauerprofile in Abb. 3.17 erstellt wurden. Der Öffnungswinkel der beiden beim Pionzerfall entstandenen Photonen beträgt ≈ 0.77 und führt somit zu einer Energieverteilung der Photonen von $E_{\gamma_1} \approx 424$ MeV und $E_{\gamma_2} \approx 76$ MeV. In den Projektionen ist gut zu erkennen, dass der elektromagnetische Schauer des niederenergetischen Photons nicht ausreicht, um im Rekonstruktionsergebnis wiedergefunden zu werden. Dies ist auch in den dazugehörigen Schauerprofilen wiederzufinden. Der Anstieg der Teilchenzahl durch den elektromagnetischen Schauer des Photons mit der Energie E_{γ_2} ist im rekonstruierten Schauerprofil nicht wiederzufinden, der Anstieg der projizierten Photonemission an dieser Stelle ist auf den elektromagnetischen Schauer des höherenergetischen Photons zurückzuführen.

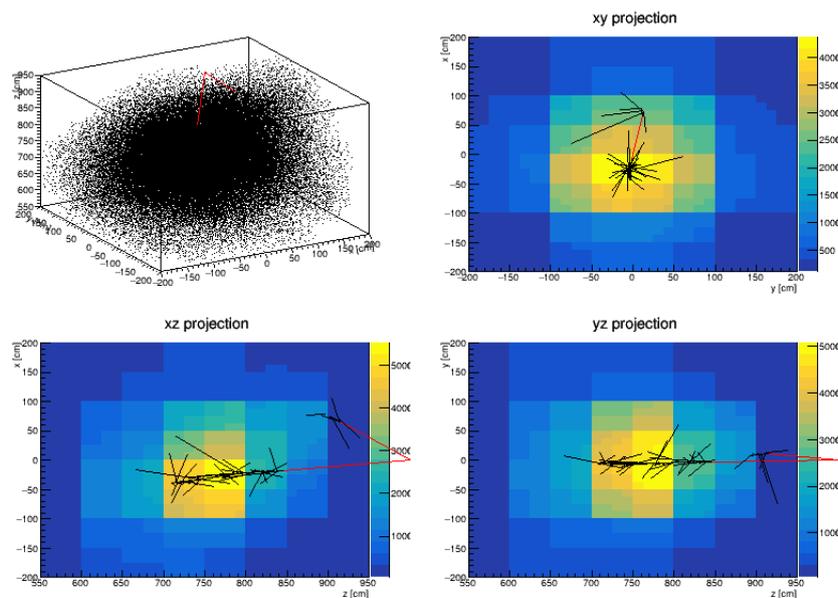


Abbildung A.8: Rekonstruktionsergebnis eines Pionereignisses mit einer Gesamtenergie von 500 MeV mit einem Startpunkt bei (0,0,1000) cm und einer Impulsrichtung des Pions von (0,0,-1). Dabei ist oben links das dreidimensionale Rekonstruktionsergebnis abgebildet, sowie die drei Projektionen in die xy- (oben, rechts), xz- (unten links) und yz- (unten rechts) Ebene. Die Schauerprofile dieses Ereignisses sind in Abb. 3.17 in Abschnitt 3.3.4 zu sehen. In dem Rekonstruktionsergebnis sind die beiden beim Pionzerfall entstandenen Photonen rot markiert, wobei der Öffnungswinkel $\alpha \approx 0.77$ rad beträgt.

Tabelle A.1: Impurity $q_{imp,e}$ (Glg. 3.14) und Effizienz η_e (Glg. 3.15) für Elektron- und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV. Die entsprechenden Histogramme sind in Abb. A.9 zu sehen. Dabei wurden die Grenzen p'_G und p''_G durch das Maximum der Verteilung von $\frac{s}{\sqrt{b}}$ bestimmt.

[%]	0.5 GeV, fixed				0.5 GeV			
	$q_{imp,e}$	η_e	p'_G	p''_G	$q_{imp,e}$	η_e	p'_G	p''_G
Reko	37.9±1.6	82.1±3.3	22.6	48.7	39.8±1.3	92.0±3.2	17.8	57.4
MC Impuls	36.5±1.6	78.1±3.3	24.6	48.7	38.1±1.4	85.9±3.1	20.8	58.3
MC Data	41.2±1.5	93.1±3.6	6.2	46.4	38.6±1.3	88.3±3.1	7.5	33.7
[%]	1 GeV				2 GeV			
	$q_{imp,e}$	η_e	p'_G	p''_G	$q_{imp,e}$	η_e	p'_G	p''_G
Reko	39.5±0.9	91.9±2.2	9.7	34.1	45.0±1.3	95.0±3.2	4.6	40.0
MC Impuls	39.9±0.9	91.8±2.2	10.6	38.0	45.1±1.3	95.5±3.3	4.6	35.0
MC Data	37.1±0.9	90.9±2.2	4.1	20.3	39.3±1.4	86.9±3.1	2.6	14.1

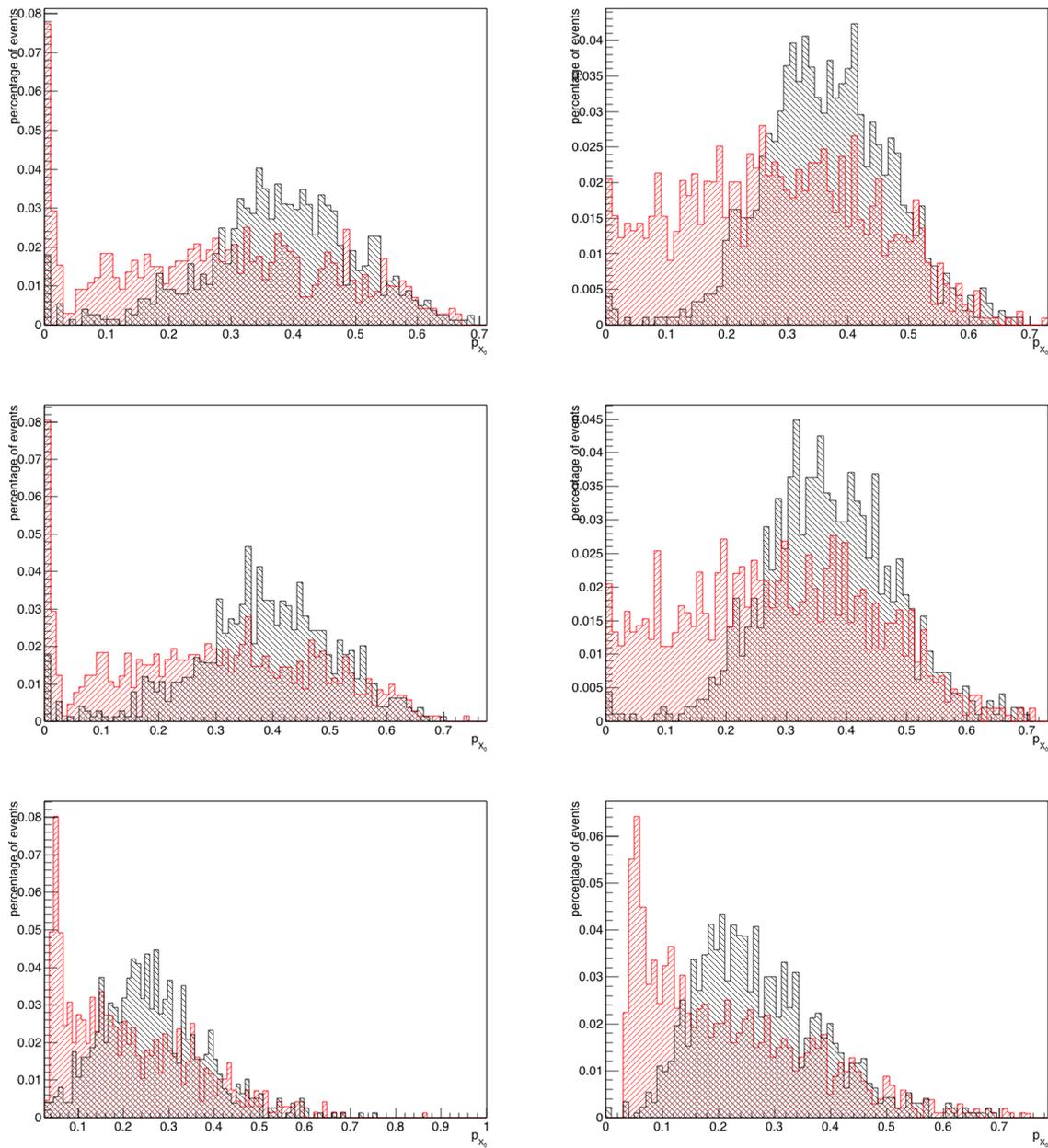


Abbildung A.9: Anteil der Photonemissionswahrscheinlichkeit im longitudinalen Schauerprofil vor der ersten Strahlungslänge X_0 für Elektronereignisse (schwarz) und Pionereignisse (rot) mit einer Gesamtenergie von 500 MeV, wobei die Ereignisse links mit fixiertem Start- und Impulsvektor simuliert wurden und rechts im Detektor verteilt (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

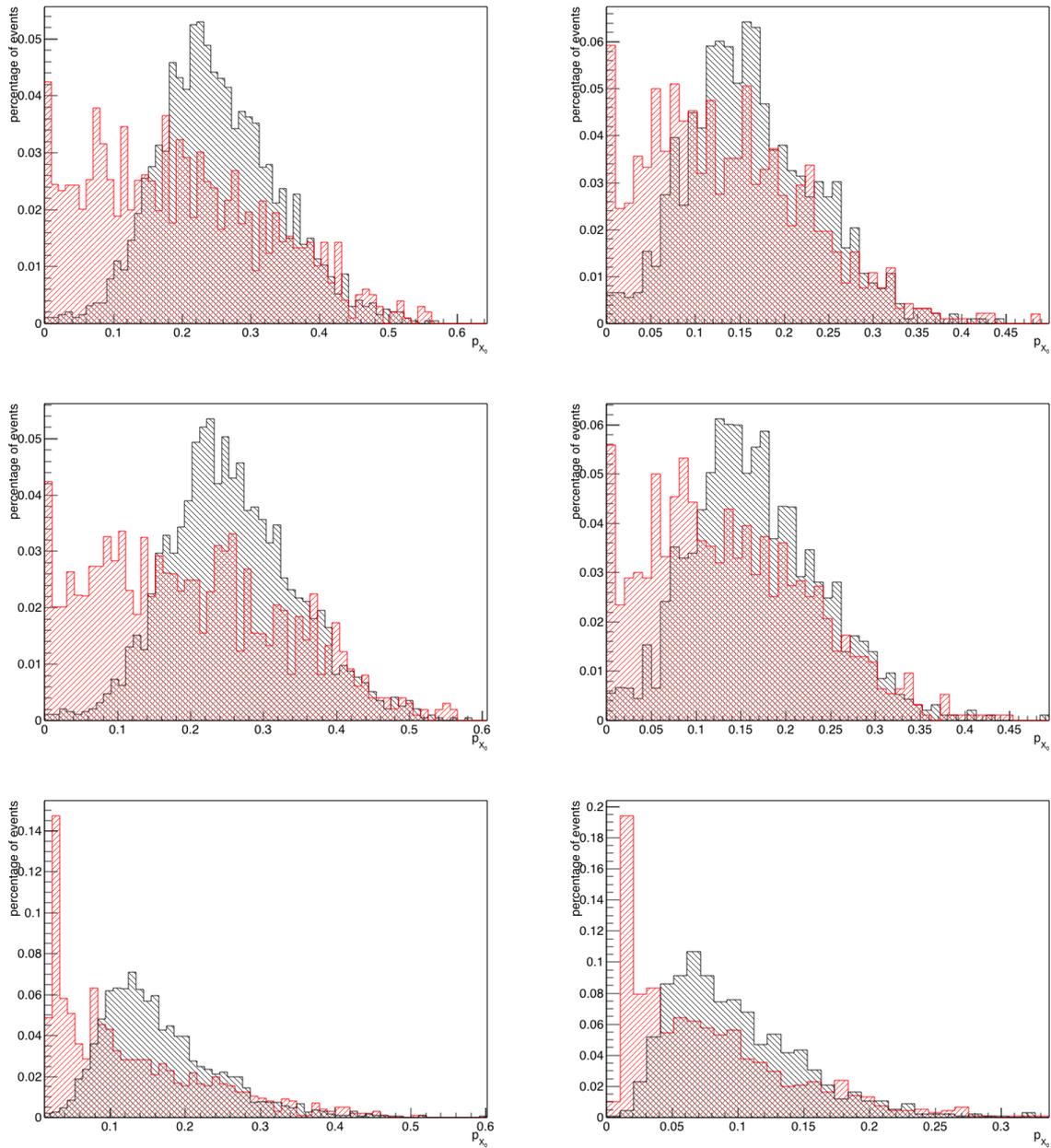


Abbildung A.10: Anteil der Photonemission vor der ersten Strahlungslänge von Elektronen (schwarz) und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (links) und 2 GeV (rechts) (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

Länge der Teilchenspur

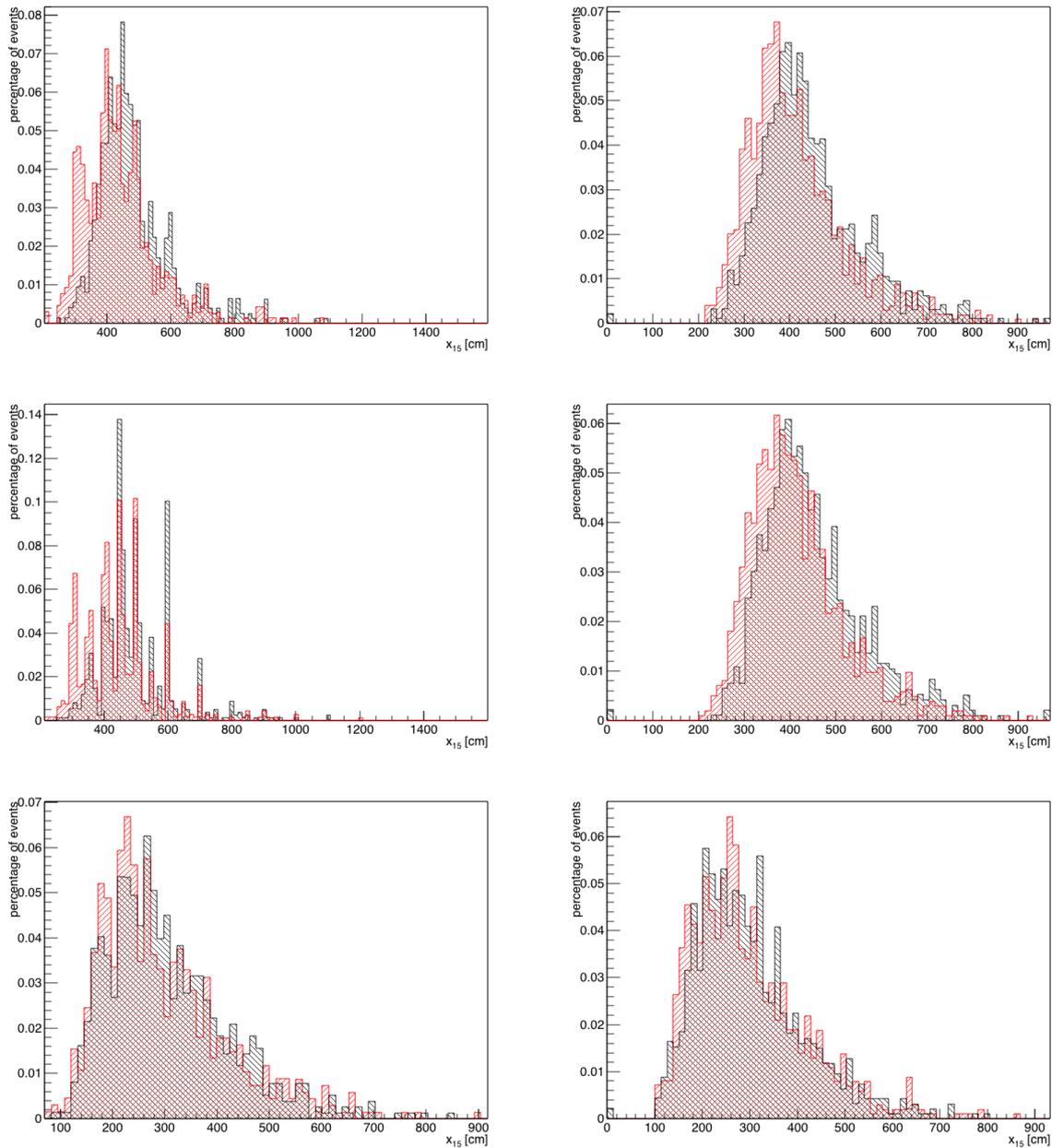


Abbildung A.11: Breite x_{15} von Elektron- (schwarz) und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 500 MeV, wobei die Ereignisse links mit fixiertem Start- und Impulsvektor simuliert wurden und rechts im Detektor verteilt (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

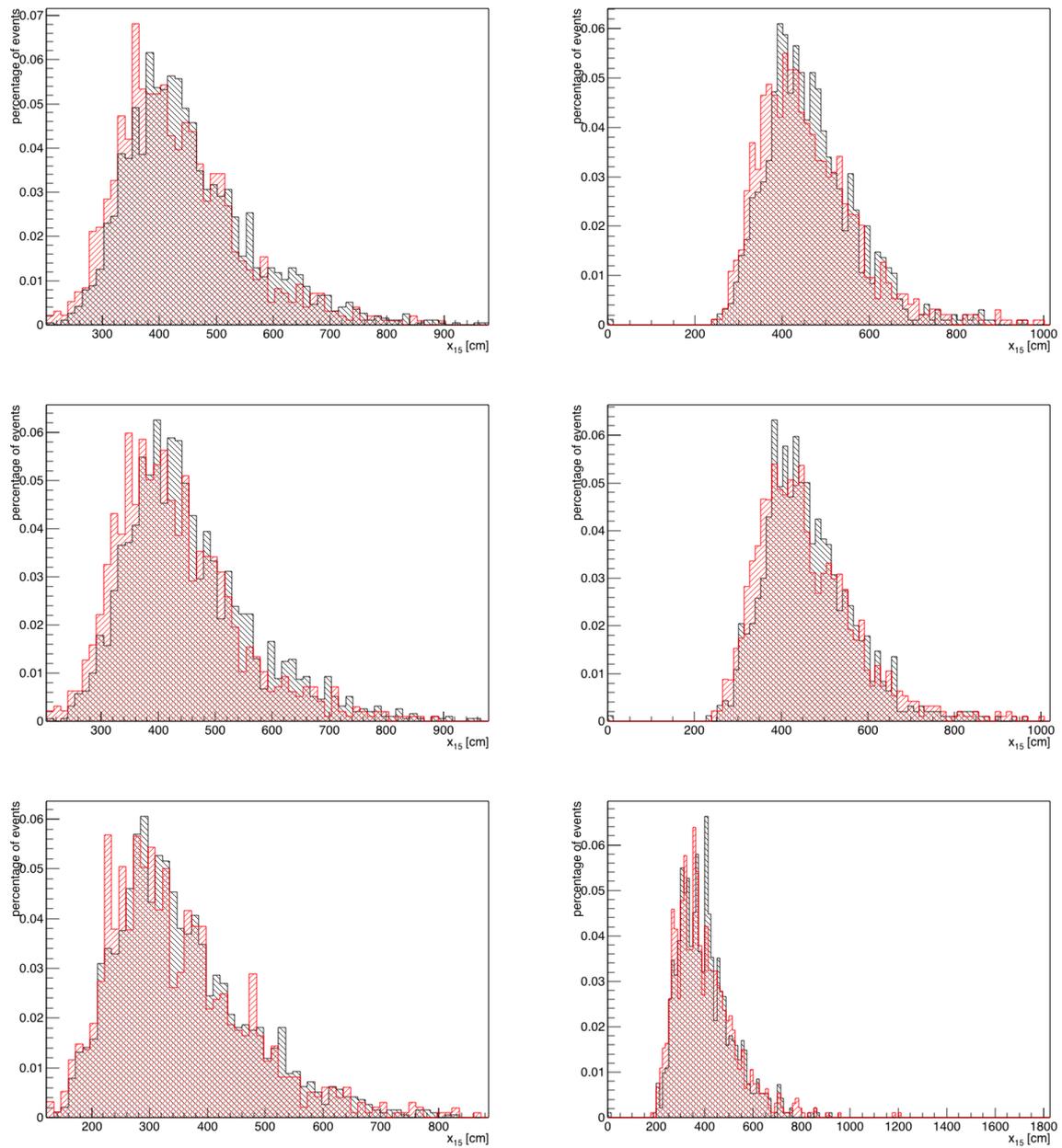


Abbildung A.12: Breite x_{15} von Elektron- (schwarz) und Pionereignissen (rot) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (links) und 2 GeV (rechts) (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

Halbwertsbreite

Tabelle A.2: Mittelwerte und Standardabweichungen der Parameterverteilung der Halbwertsbreite für Ereignisse mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV.

[cm]	0.5 GeV		0.5 GeV,		1 GeV		2 GeV	
	\bar{x}_{FWHM}	$\sigma_{x_{\text{FWHM}}}$	\bar{x}_{FWHM}	$\sigma_{x_{\text{FWHM}}}$	\bar{x}_{FWHM}	$\sigma_{x_{\text{FWHM}}}$	\bar{x}_{FWHM}	$\sigma_{x_{\text{FWHM}}}$
Reko								
π^0	208.7	62.9	212.5	75.7	224.2	71.2	240.1	78.1
e^-	220.8	59.2	224.3	70.4	228.3	69.5	237.2	66.2
MC Impuls								
π^0	212.8	62.7	213.1	73.7	224.2	70.5	235.4	78.4
e^-	229.1	60.5	227.1	71.7	228.1	67.9	232.7	67.4
MC Data								
π^0	147.1	92.0	143.2	87.9	173.6	89.4	205.4	97.3
e^-	152.1	95.9	154.3	95.2	175.2	86.6	199.2	82.9

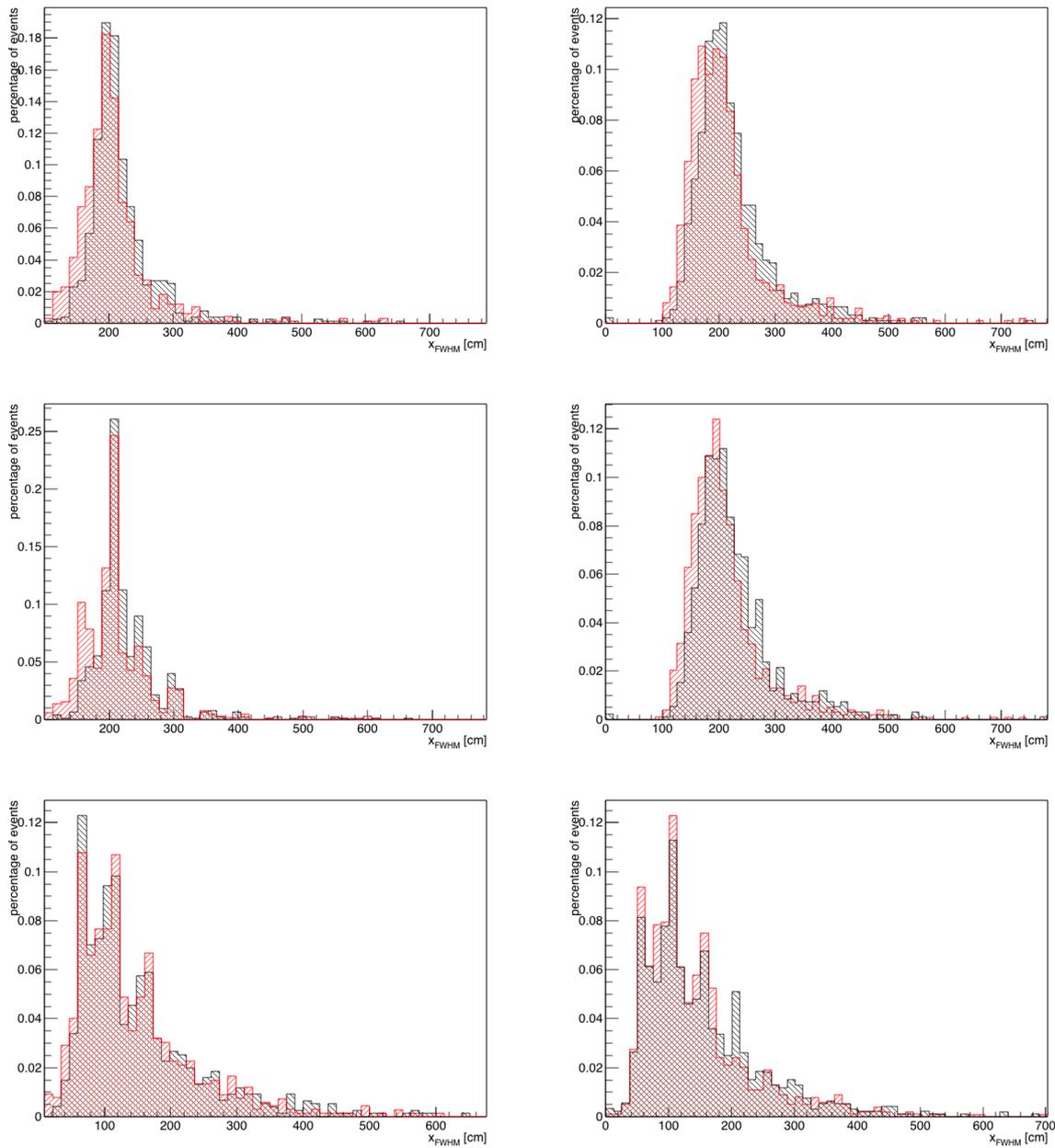


Abbildung A.13: Halbwertsbreite der Photonemissionswahrscheinlichkeit im longitudinalen Schauerprofil für Elektronereignisse und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 500 MeV, wobei die Ereignisse links mit fixiertem Start- und Impulsvektor simuliert wurden und rechts im Detektor verteilt (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

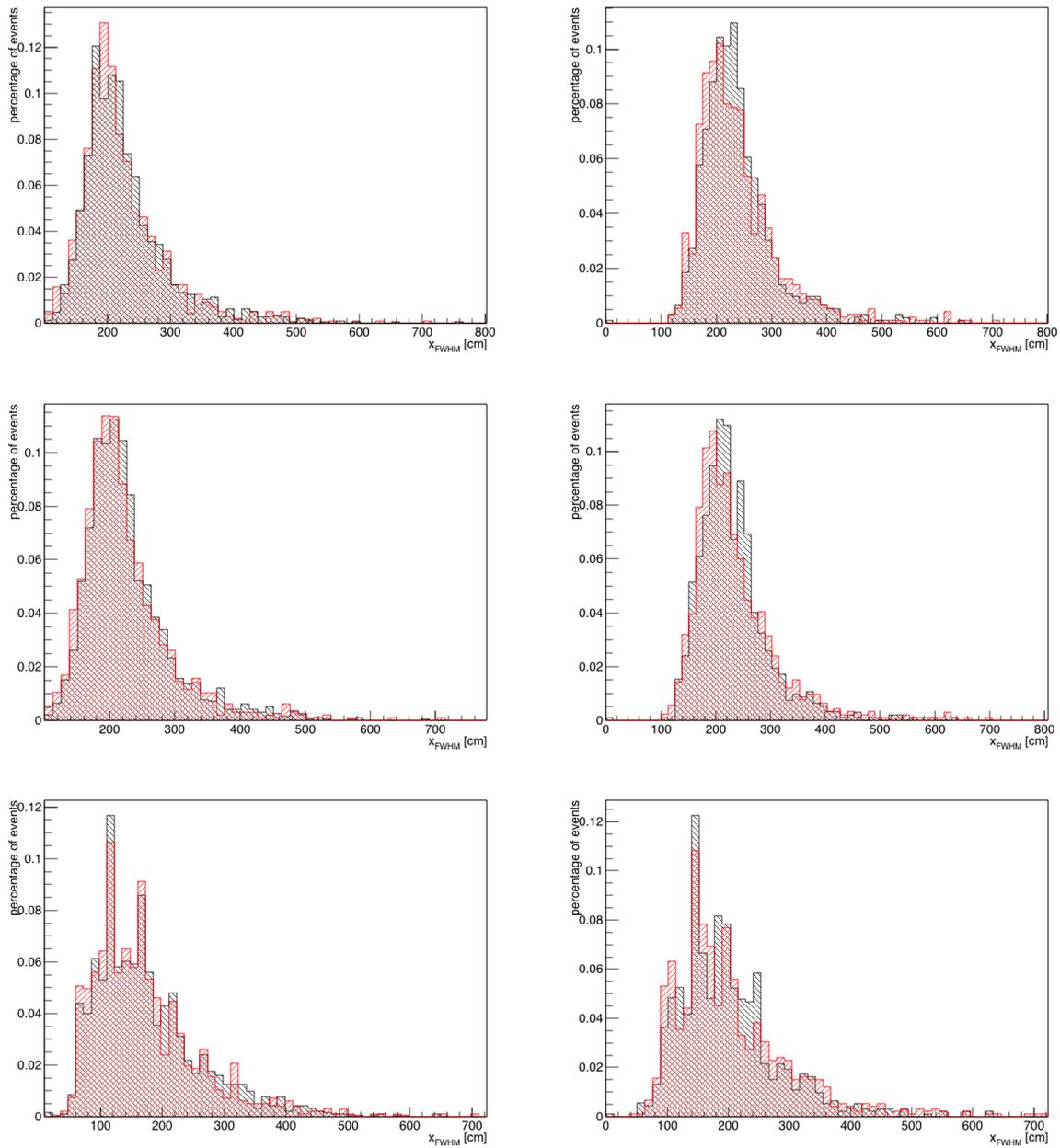


Abbildung A.14: Die rekonstruierte Halbwertsbreite gegen die Anzahl von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (links) und 2 GeV (rechts) (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

Breite des Maximums

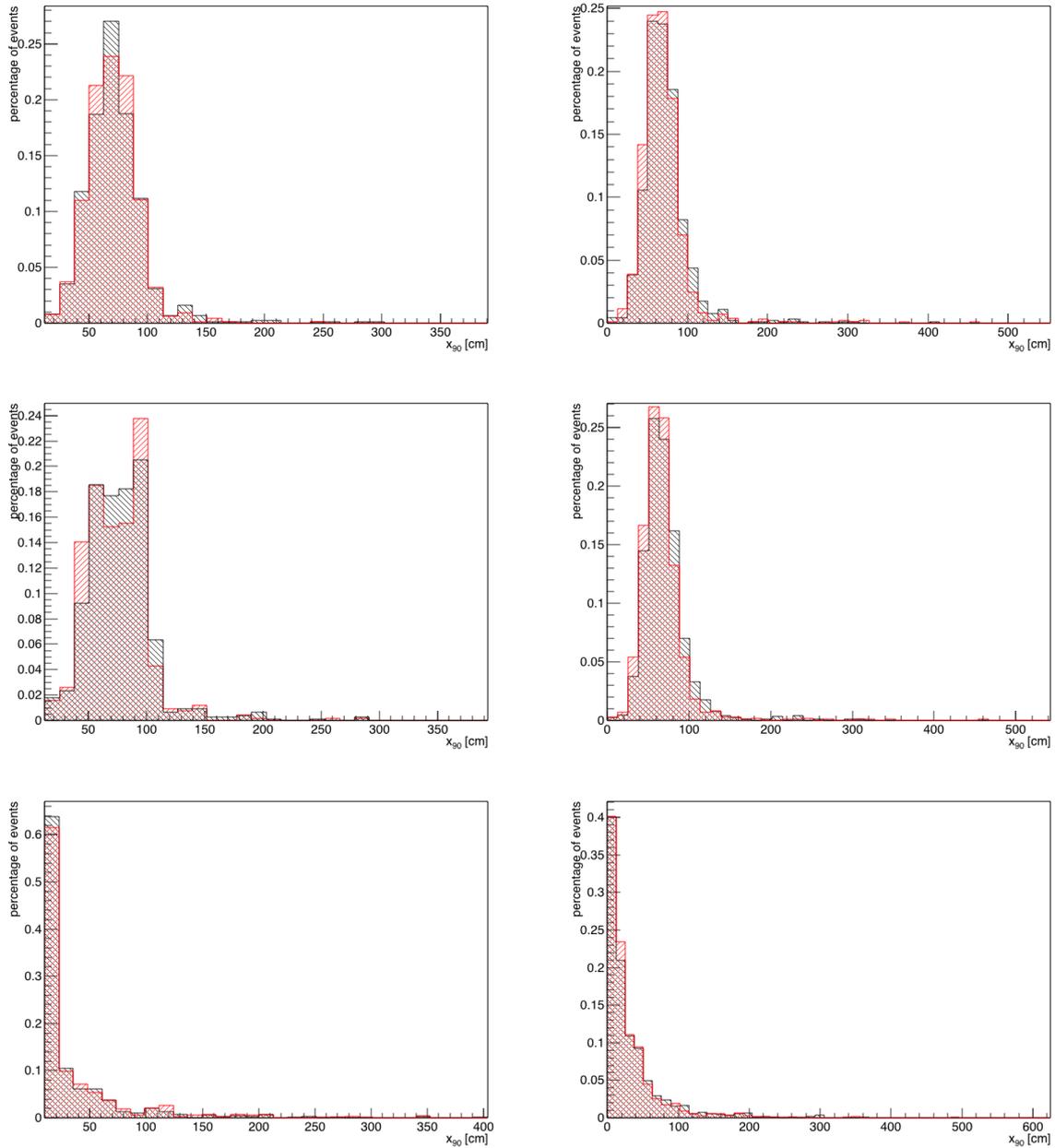


Abbildung A.15: Breite des Maximums (x_{90}) der Photonemissionswahrscheinlichkeit im longitudinalen Schauerprofil für Elektronereignisse und Pionereignisse mit einer Gesamtenergie von 500 MeV, wobei die Ereignisse links mit fixiertem Start- und Impulsvektor simuliert wurden und rechts im Detektor verteilt (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

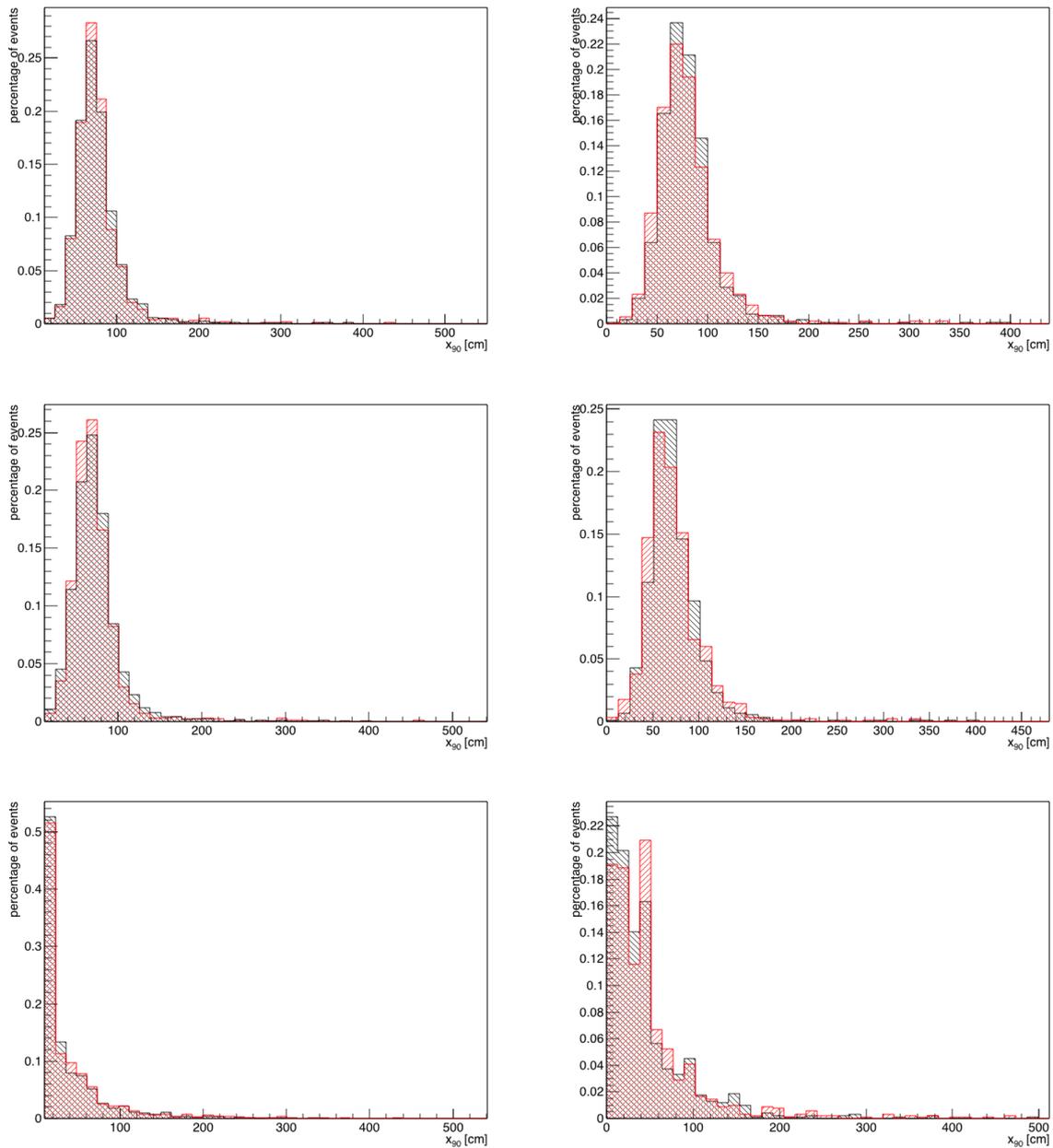


Abbildung A.16: Breite x_{90} im longitudinalen Schauerprofil gegen den Anteil der Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (links) und 2 GeV (rechts) (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

Steigung der Photonemission

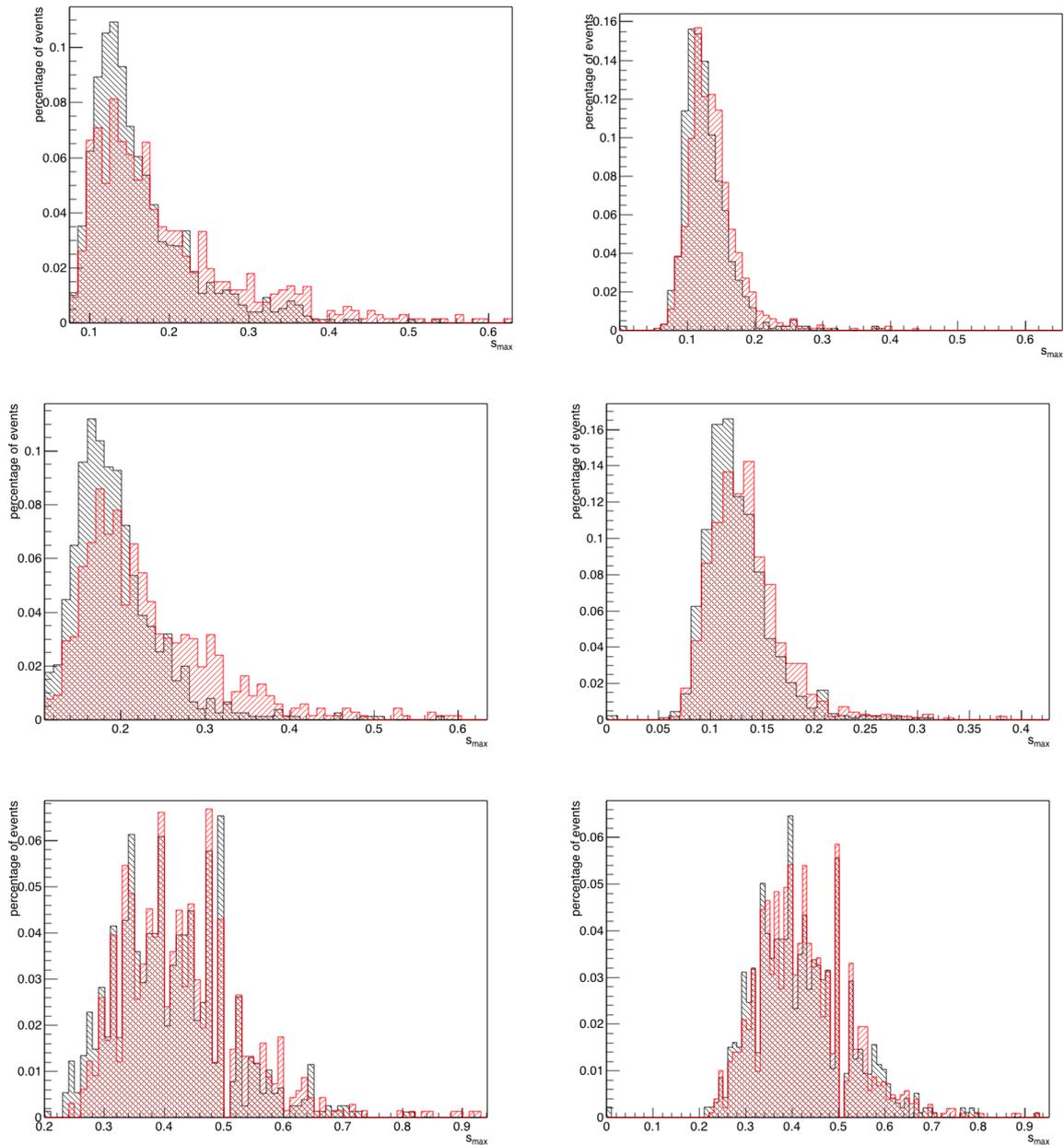


Abbildung A.17: Steilster Anstieg im longitudinalen Schauerprofil gegen den Anteil der Pion- (rot) und Elektronereignisse (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 500 MeV, wobei die Ereignisse links mit fixiertem Start- und Impulsvektor simuliert wurden und rechts im Detektor verteilt (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

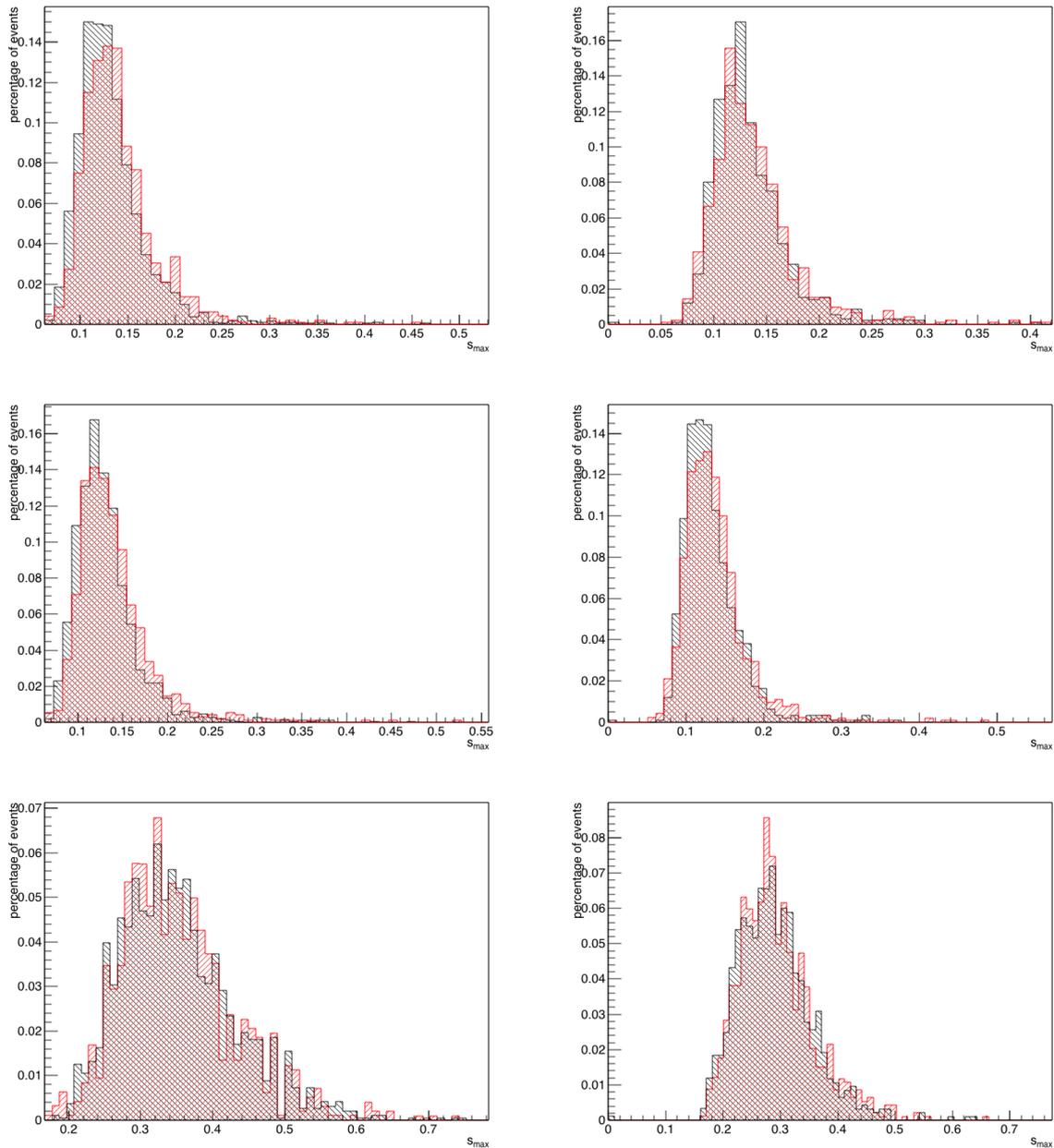


Abbildung A.18: Steilster Anstieg im longitudinalen Schauerprofil gegen die Anzahl von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (links) und 2 GeV (rechts) (weitere Informationen am Anfang dieses Abschnitts).

Länge der Teilchenspур und höchster Wert der Photonemission im Schauerprofil

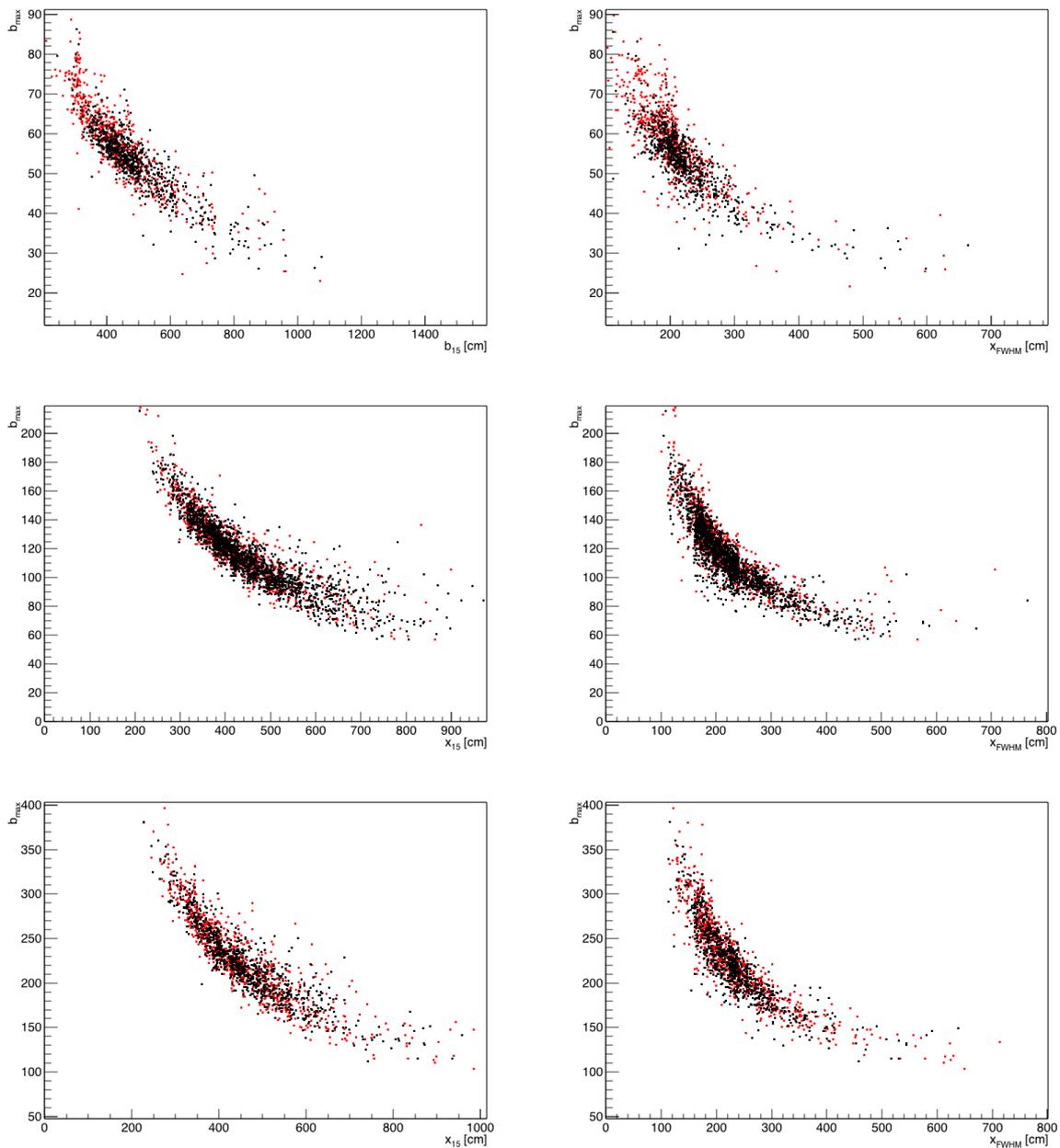


Abbildung A.19: Der maximale Wert der Photonemission im Schauerprofil b_{max} aufgetragen gegen **links:** die Breite des Schauerprofils bei 15% des Maximums x_{15} und **rechts** die Halbwertsbreite x_{FWHM} von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (mittig), 2 GeV (unten) und 0.5 GeV, wobei diese mit festgelegten Start- und Impulsvektor (oben) simuliert wurden. Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mit der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

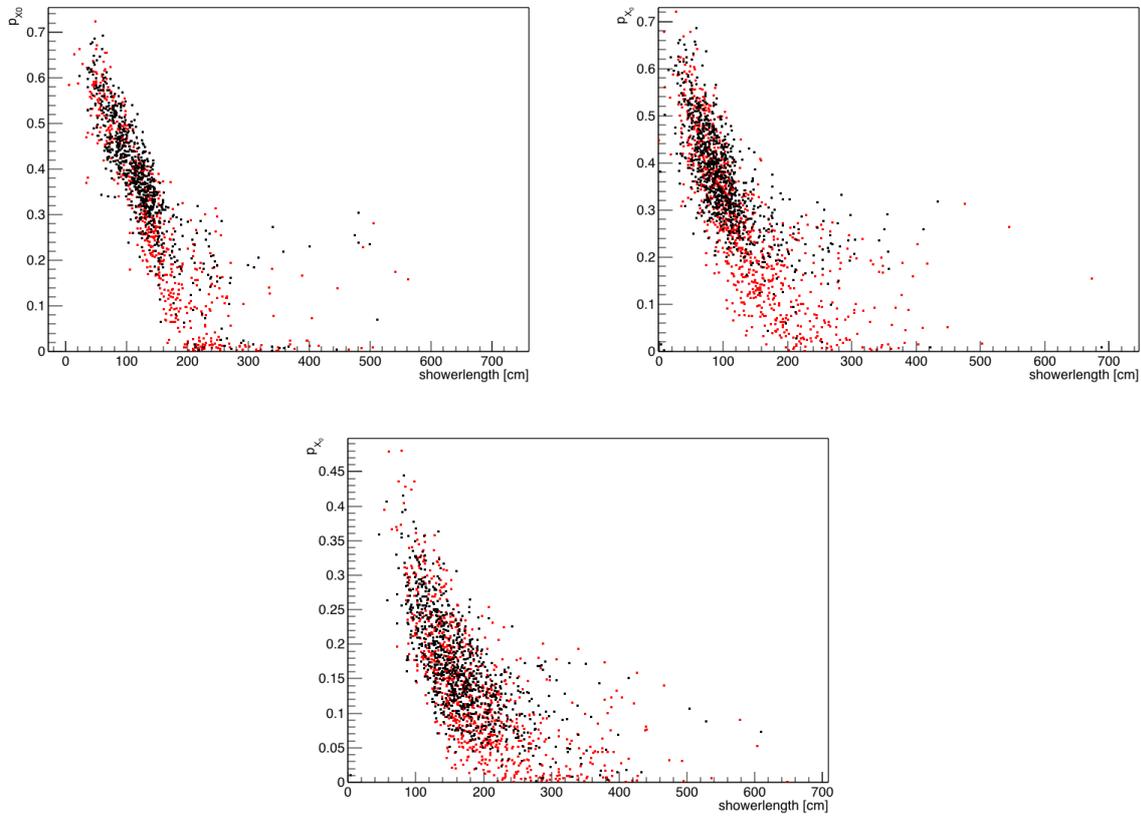
Schauerlänge und Photonemission vor der Strahlungslänge X_0 

Abbildung A.20: Der Anteil der Photonemission p_{X_0} vor der Strahlungslänge X_0 aufgetragen gegen die Schauerlänge L von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 2 GeV (unten) und 0.5 GeV, wobei diese im Detektor verteilt (oben rechts) und mit festgelegten Start- und Impulsvektor (oben links) simuliert wurden. Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mit der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

Steilster Anstieg und höchster Wert der Photonemission

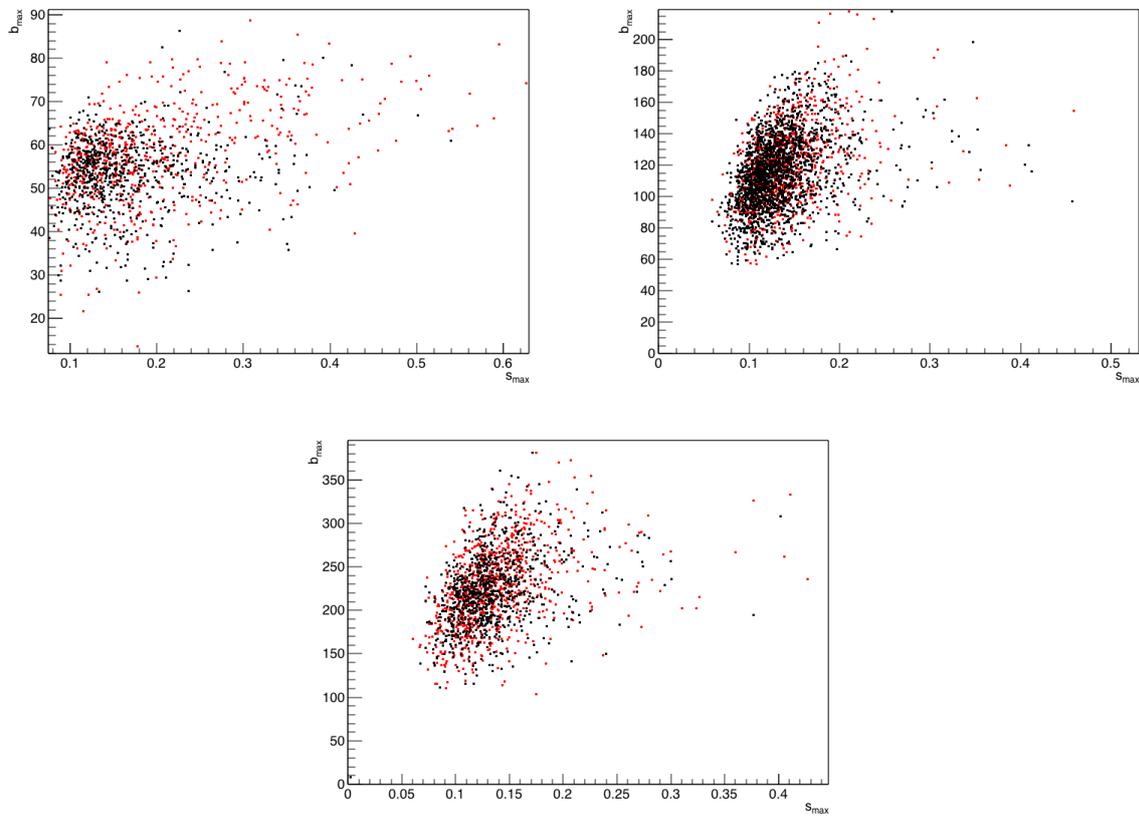


Abbildung A.21: Der höchste Wert der Photonemission im Schauerprofil b_{max} aufgetragen gegen den steilsten Anstieg s_{max} von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 1 GeV (oben rechts), 2 GeV (unten) und 0.5 GeV, wobei diese mit festgelegten Start- und Impulsvektor (oben links) simuliert wurden. Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mit der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

Schauerlänge und Länge der Teilchenspur

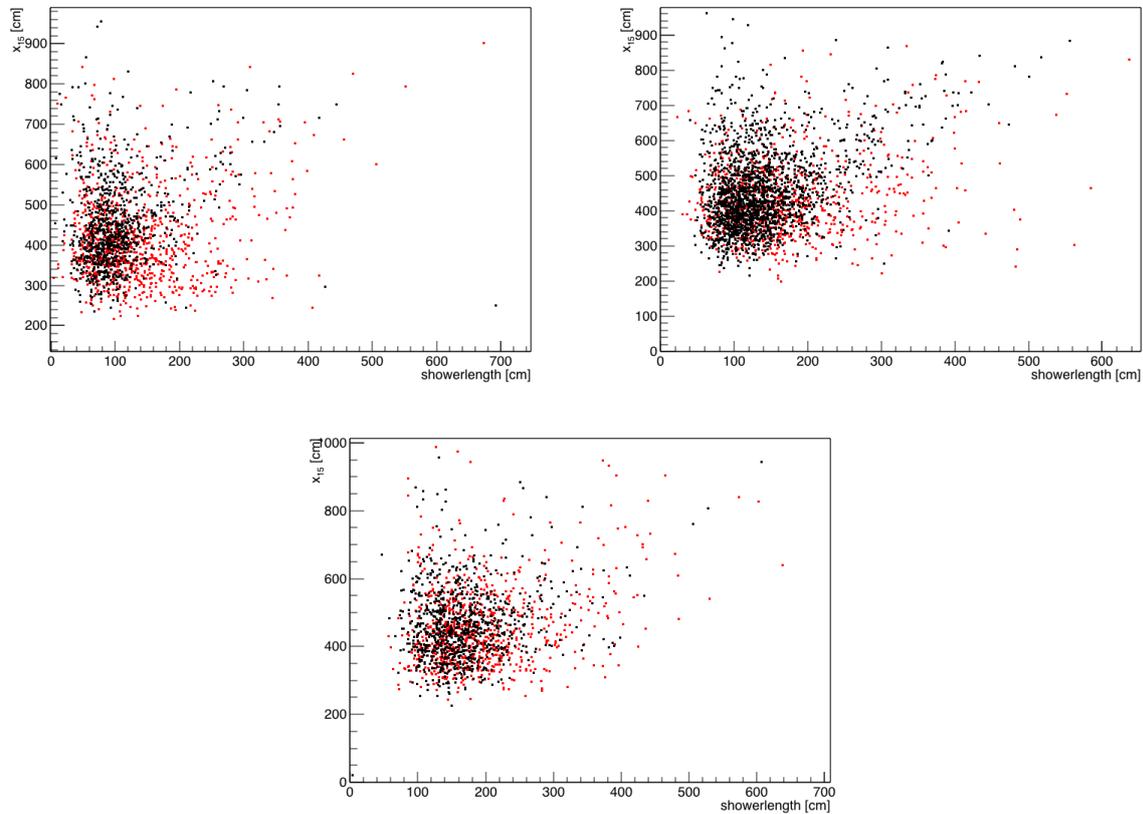


Abbildung A.22: Die Schauerlänge L aufgetragen gegen die Länge der Teilchenspur x_{15} von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV (oben links), 1 GeV (oben rechts) und 2 GeV (unten). Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mit der rekonstruierten Richtung erstellt wurden.

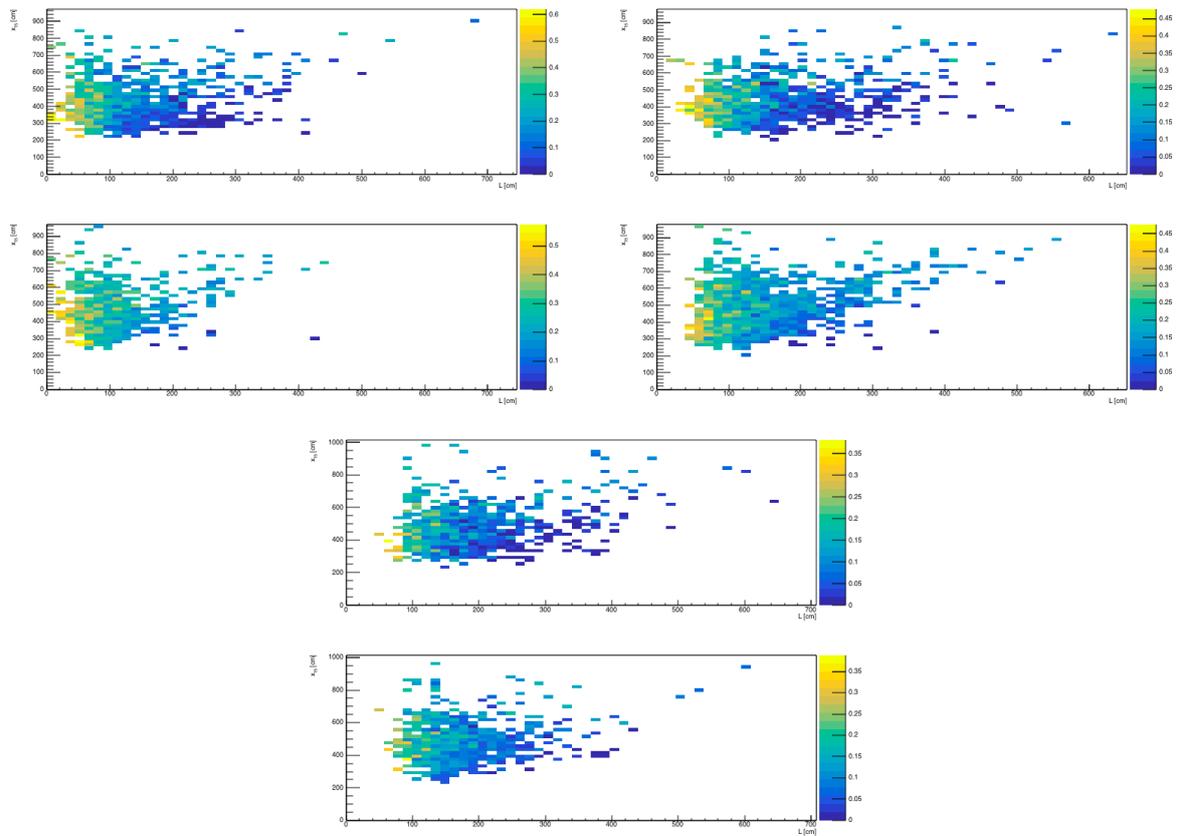


Abbildung A.23: Die Schauerlänge L aufgetragen gegen die Länge der Teilchenspur x_{15} von Pion- (rot) und Elektronereignissen (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 0.5 GeV (oben links), 1 GeV (oben rechts) und 2 GeV (unten). Die Parameter wurden aus den Schauerprofilen erhalten, welche mit der rekonstruierten Richtung erstellt wurden. Dabei entspricht der Bininhalt dem Parameter p_{X_0} des entsprechenden Ereignisses.

Histogramme aus Abschnitt 3.4

Erstellen der Projektion

Zum Ermitteln von zwei Spannvektoren der Ebene senkrecht zur Bewegungsrichtung des Teilchens \vec{n} wird zunächst die Normalenform dieser Ebene aufgestellt. Diese ist dabei so gewählt, dass der Referenzpunkt \vec{r} in der Ebene liegt. Es gilt somit

$$\vec{n}(\vec{x} - \vec{r}) = 0, \quad (\text{A.1})$$

wobei $\vec{x} = (x, y, z)$ ein beliebiger Vektor der Ebene ist. In Parameterform ist diese Gleichung somit

$$n_x x + n_y y + n_z z - \vec{n}\vec{r} = 0. \quad (\text{A.2})$$

Abhängig von den Werten der Komponenten des Normalenvektors \vec{n} wird zwischen drei Fällen unterschieden: $n_x \neq 0, n_y \neq 0$ und $n_z \neq 0$. Es gilt jeweils

$$\begin{aligned} x &= \frac{\vec{n}\vec{r} - n_y y - n_z z}{n_x}, n_x \neq 0 \\ y &= \frac{\vec{n}\vec{r} - n_x x - n_z z}{n_y}, n_y \neq 0 \\ z &= \frac{\vec{n}\vec{r} - n_x x - n_y y}{n_z}, n_z \neq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

und damit

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{\vec{n}\vec{r} - n_y y - n_z z}{n_x} \\ y \\ z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{\vec{n}\vec{r}}{n_x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -\frac{n_y}{n_x} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -\frac{n_z}{n_x} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, n_x \neq 0 \\ \begin{pmatrix} x \\ \frac{\vec{n}\vec{r} - n_x x - n_z z}{n_y} \\ z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\vec{n}\vec{r}}{n_y} \\ 0 \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{n_x}{n_y} \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{n_z}{n_y} \\ 1 \end{pmatrix}, n_y \neq 0 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ \frac{\vec{n}\vec{r} - n_x x - n_y y}{n_z} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\vec{n}\vec{r}}{n_z} \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{n_x}{n_z} \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{n_y}{n_z} \end{pmatrix}, n_z \neq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

In dieser Schreibweise der Ebenengleichung können die beiden Spannvektoren \vec{u} und \vec{v} direkt abgelesen werden. Im nächsten Schritt werden diese Spannvektoren orthonormiert und somit die Einheitsvektoren \vec{e}_u und \vec{e}_v bestimmt.

Methoden der Bildbearbeitung

Gauß-Filter

Um die erhaltenen Projektionen zu glätten, wird ein Gaußfilter auf diese angewandt. Dazu wird eine sogenannte Faltungsmaske F aufgestellt, welche in diesem Fall zu

$$F = \frac{1}{16} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

festgelegt wird. Um die Funktionsweise eines Gauß-Filters zu verstehen, ist es hilfreich zunächst eine Faltungsmaske zu betrachten, in welcher alle Elemente 1 sind und welche einen Vorfaktor von $\frac{1}{9}$ besitzt. Diese Faltungsmaske wird nun auf jeden Bin in der Projektion angewandt. Dabei wird das zentrale Element der Faltungsmaske (bei F z.B. die 4) mit dem zu bearbeitenden Bin multipliziert. Danach wird jeder benachbarte Bin in der Projektion mit dem benachbarten Element in der Faltungsmaske multipliziert. So werden bei dem Gauß-Filter die direkt benachbarten Bins mit der Zahl 2 multipliziert und die diagonal angrenzenden mit der Zahl 1. Anschaulich wird also die Faltungsmaske über die Projektion gelegt, wobei der betrachtete Bin unter dem zentralen Element in der Faltungsmaske liegt. Nun werden alle übereinanderliegenden Werte miteinander multipliziert. Diese Ergebnisse werden am Ende summiert und mit dem Vorfaktor der Faltungsmaske multipliziert. Der erhaltene Wert wird in einem neuen Histogramm an die Stelle des betrachteten Bins eingetragen.

Zurückkehrend zu der einfachen Faltungsmatrix mit Einser-Elementen leuchtet nun ein, dass diese den Durchschnittswert des betrachteten und aller benachbarten Bins bildet und damit das Bild glättet. Um die Werte der Projektion im Durchschnitt nicht zu erhöhen, wird mit dem Vorfaktor multipliziert, was somit einer Normierung gleichkommt. Wird z.B. ein Graustufenbild betrachtet, würde dieses ohne die Normierung durch den Vorfaktor insgesamt dunkler werden. Im Unterschied zu dieser einfachen Faltungsmaske erhält der Gauß-Filter Kanten stärker, da die direkt benachbarten Bins, sowie der Bin selber stärker gewichtet werden.

Sobel-Filter

Beim Identifizieren von markanten Orten im Bild sind Kanten häufig ausschlaggebend. Bei einem Graustufen-Bild drücken sich die Kanten also durch einen Anstieg oder einen Abfall der Grauwerte aus. Angewandt auf die Projektion des Rekonstruktionsergebnisses wird somit der entsprechende Photonemissionswahrscheinlichkeitswert anstatt des Grauwertes betrachtet. Der Sobel Filter nutzt die erste Ableitung des Werteverlaufs aus, dabei

sind die Stellen mit der größten Steigung, also dem höchsten Wert der ersten Ableitung, ebensolche mit der höchsten Kantenrelevanz. Da die Photonemissionswahrscheinlichkeitswerte der Projektion diskrete Werte annehmen, geht der Differentialquotient G_x und G_y zum Differenzenquotienten über, wobei

$$G_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \approx \frac{f(x_i + 1, y_i) - f(x_i - 1, y_i)}{2} \quad (\text{A.5})$$

$$\text{und } G_y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \approx \frac{f(x_i, y_i + 1) - f(x_i, y_i - 1)}{2}. \quad (\text{A.6})$$

Dabei ist $f(x, y)$ eine Funktion, welche die Bininhalte der Bins an den Koordinaten (x, y) der Projektion beschreibt. Die sogenannten Faltungsmasken für die Ableitung in x- und y-Richtung ergeben sich zu

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \text{und} \quad G_y = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Zur Beschreibung der Funktionsweise des Sobel-Filters wird das folgende einfache Bild mit nur 16 Werten verwendet, wobei der Bin mit der fettgedruckten 0 betrachtet wird. Dieses Bild repräsentiert eine scharfe senkrechte Kante.

0	0	1	1
0	0	1	1
0	0	1	1
0	0	1	1

Wird die G_x -Faltungsmaske auf diesen Bin angewandt, ergibt sich für den Bin mit der fettgedruckten Null ein neuer Wert von $0 \cdot (-1) + 0 \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 4$. An diesem Beispiel ebenfalls zu beobachten ist, dass die senkrechte Kante nur von der G_x -Faltungsmaske erkannt wird. Bei Anwendung von G_y auf den zuvor betrachteten Bin ergibt sich der Wert 0. Dies entspricht der Erwartung, da sich die Werte nur in x-Richtung verändern, also auch nur die Ableitung nach x ungleich null sein kann. Mithilfe dieses Verfahrens ergeben sich nun zwei Bilder $f_{\text{Sobel},x}(x_i, y_i)$ und $f_{\text{Sobel},y}(x_i, y_i)$, welche jeweils durch Anwenden der G_x - und G_y -Faltungsmaske erhalten werden.

Um diese Ergebnisse zu vereinen wird für jeden Bin (x_i, y_i) der Funktionswert

$$f_{\text{Sobel}}(x_i, y_i) = \sqrt{f_{\text{Sobel},x}(x_i, y_i)^2 + f_{\text{Sobel},y}(x_i, y_i)^2} \quad (\text{A.7})$$

gebildet. Die Richtung des Gradienten wird für jeden Bin durch

$$\alpha(x_i, y_i) = \arctan \left(\frac{f_{\text{Sobel},y}(x_i, y_i)}{f_{\text{Sobel},x}(x_i, y_i)} \right) \quad (\text{A.8})$$

ermittelt.

Canny-Algorithmus

Im ersten Schritt des Canny-Algorithmus wird die Kantendicke reduziert. Dazu verwendet man zusätzlich zu dem Ergebnis $f_{\text{Sobel}}(x_i, y_i)$ auch das Bild mit den Richtungen der Gradienten $\alpha(x_i, y_i)$ (siehe Abschnitt *Sobel-Filter*). Wird nun ein Bin innerhalb einer Kante betrachtet, wird zunächst die Richtung des Gradientes aus $\alpha(x_i, y_i)$ ermittelt. Nun werden nur die beiden benachbarten Bins senkrecht zur Richtung des Gradienten verwendet. Ist der mittlere Bin der mit dem höchsten Wert, wird von den drei Bins nur dieser in ein neues Bild übertragen. Besitzt jedoch einer der benachbarten Bins einen höheren Wert, wird der beschriebene Vorgang für diesen wiederholt, bis ein Maximum der Photonemissionswahrscheinlichkeit gefunden wird. Durch Anwendung dieses Verfahrens auf alle Kantenbins entsteht ein Bild mit schärferen Kanten.

Um Rauschen bzw. nicht hervorstechende Kanten zu unterdrücken wird das Hysterese-Verfahren angewandt. Zu wählen sind ein oberer und unterer Schwellenwert für die projizierten Photonemissionswahrscheinlichkeiten. Dabei werden alle Bins deren Bininhalt über dem oberen Schwellenwert liegen sofort übernommen und Bins deren Bininhalt unter dem unteren Schwellenwert liegen verworfen. Die Bins mit Bininhalten, welche zwischen dem oberen und unteren Schwellenwert liegen werden nur übernommen, falls eine ununterbrochene Verbindung zwischen ihnen und Bins mit einem Wert über dem Schwellenwert besteht. Damit wird erreicht, dass zusammenhängende Kanten auch nach dem Canny-Algorithmus zu erkennen sind, auch wenn Teile des Kantenverlaufs schwächer ausgebildet sind.

In der konkreten Implementation wurden alle zusammenhängenden Bins, welche einen Bininhalt über dem niedrigeren Schwellenwert besitzen, in einem separaten Histogramm mit einer Clusternummer markiert. Im zweiten Schritt werden die Cluster übernommen, in welchem ein Bin über dem höheren Schwellenwert liegt. Damit werden im Gegensatz zum eigentlichen Hysterese-Verfahren auch Bins übernommen, welche am äußeren Rand einer Verbindung liegen und damit nicht zwischen zwei Bins, welche einen Bininhalt über dem oberen Schwellenwert besitzen. Da der untere Schwellenwert jedoch mit 40% des Maximums bereits hoch angesetzt ist, hat dies bei den betrachteten Ereignissen keine große Auswirkung. In Abb. A.24 ist ein Beispiel für dieses Verfahren gegeben, wobei das Ereignis aus Abschnitt 3.4.1 in Abbildung 3.33 (oben) verwendet wurde. Links sind die Bins

über dem niedrigeren Schwellenwert (hier ein Bininhalt über 40% des Maximums) und in der Mitte die Bins mit einem Bininhalt über dem höheren Schwellenwert (Bininhalt über 80 % des Maximums) gezeigt. Außerdem ist rechts das Histogramm dargestellt, in welchem die verschiedenen Cluster markiert wurden. Das finale Rekonstruktionsergebnis ist im Abschnitt 3.4.1 in Abb. 3.34 (oben) zu sehen.

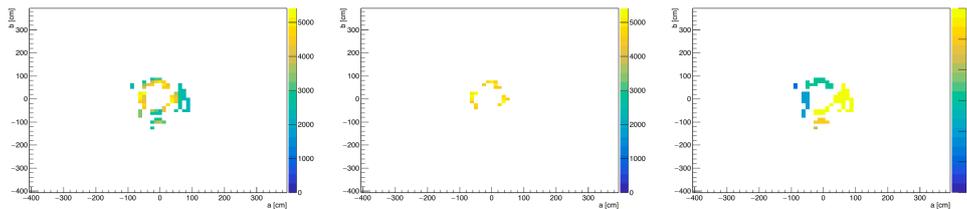


Abbildung A.24: Zwischenschritte des Canny-Algorithmus, wobei links das Histogramm mit dem niedrigen Schwellenwert (40% des maximalen Werts der Photonemissionswahrscheinlichkeit) gezeigt ist, mittig das mit dem höheren Schwellenwert (80% des Maximums), sowie rechts das Histogramm mit den identifizierten Clustern.

Mittlerer Radius

In den folgenden Abb. A.25, A.26 und A.27 ist stets die Häufigkeitsverteilung des entsprechenden Parameters aufgetragen. Dabei wurden Pion- (rot) und Elektronereignisse (schwarz) mit einer Gesamtenergie von 2 GeV (unten), 1 GeV (zweiter von unten) und 0.5 GeV (im Detektor verteilt, zweiter von oben und mit fixiertem Start- und Impulsvektor, oben) ausgewertet. Außerdem wurde die verwendete Projektion stets einmal mit der rekonstruierten Impulsrichtung (links) und der aus den Monte-Carlo-Daten erhaltenen Impulsrichtung des Primärteilchens (rechts) erstellt.

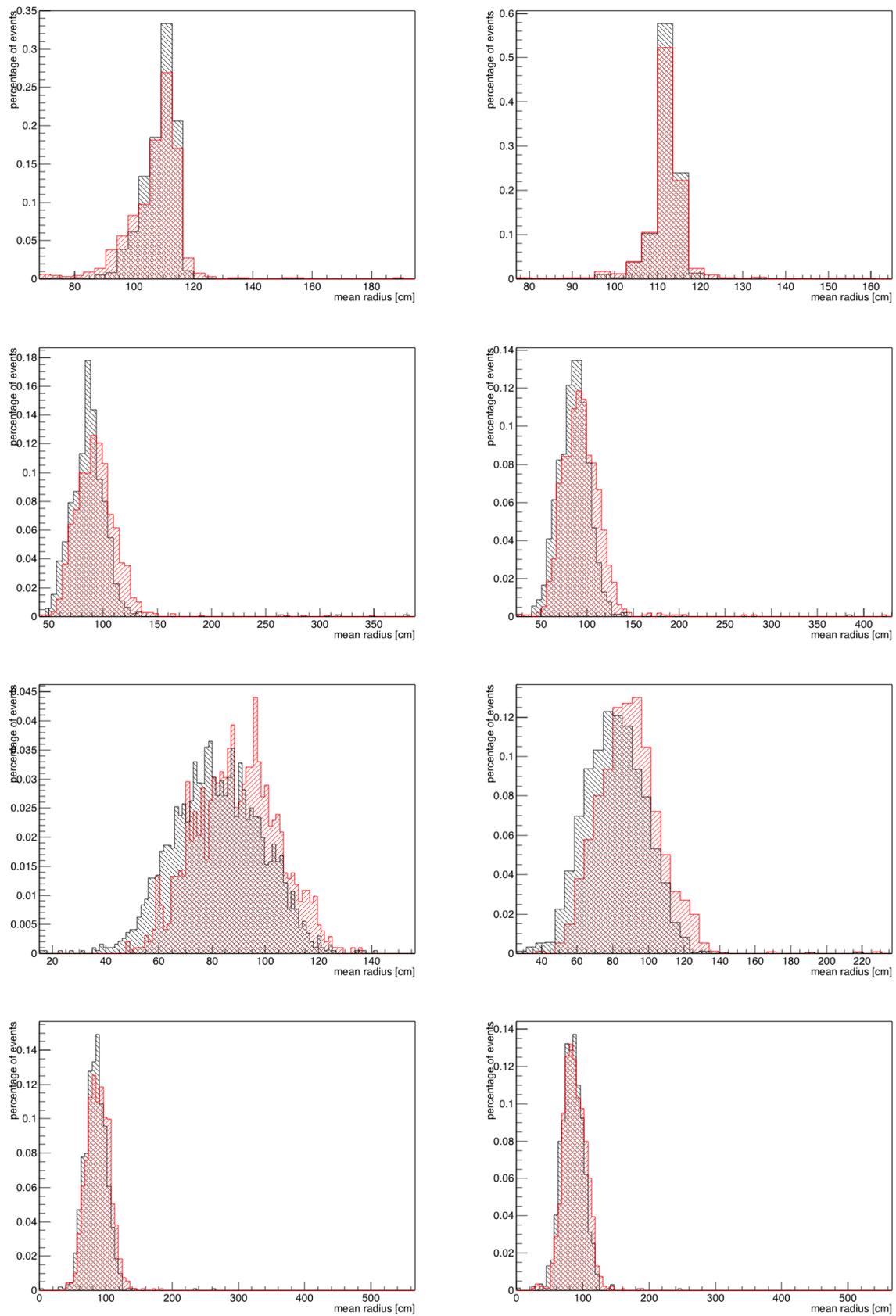


Abbildung A.25: Häufigkeitsverteilung des mittleren Radius r , weitere Beschreibung siehe oben.

Abweichung vom mittleren Radius

Die Abweichung vom mittleren Radius d wird durch

$$d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{r} - r_i)^2 \quad (\text{A.9})$$

berechnet, wobei \bar{r} der mittlere Radius, N die Anzahl von Bins mit Bininhalt ungleich null ist und über alle Bins i mit Bininhalt ungleich null summiert wird. Die erhaltenen Häufigkeitsverteilungen sind in Abb. A.26 gezeigt. Die dazugehörigen Mittelwerte \bar{d} und Standardabweichungen σ_d sind in Tabelle A.3 zu finden.

Tabelle A.3: Mittelwerte \bar{d} und Standardabweichungen σ_d der Parameterverteilung von Pion- und Elektronereignissen mit einer Gesamtenergie von 0.5, 1 und 2 GeV.

[cm ²]	0.5 GeV		0.5 GeV		1 GeV		2 GeV	
	\bar{d}	fix σ_d	\bar{d}	σ_d	\bar{d}	σ_d	\bar{d}	σ_d
Reko								
π^0	195.2	208.8	336.7	301.1	293.1	199.4	316.0	394.1
e^-	169.0	103.2	310.6	335.7	323.5	208.5	314.9	369.8
MC Impuls								
π^0	188.7	170.2	376.1	473.7	333.0	463.5	290.7	211.1
e^-	166.6	96.7	313.9	214.6	334.5	294.5	328.7	483.3

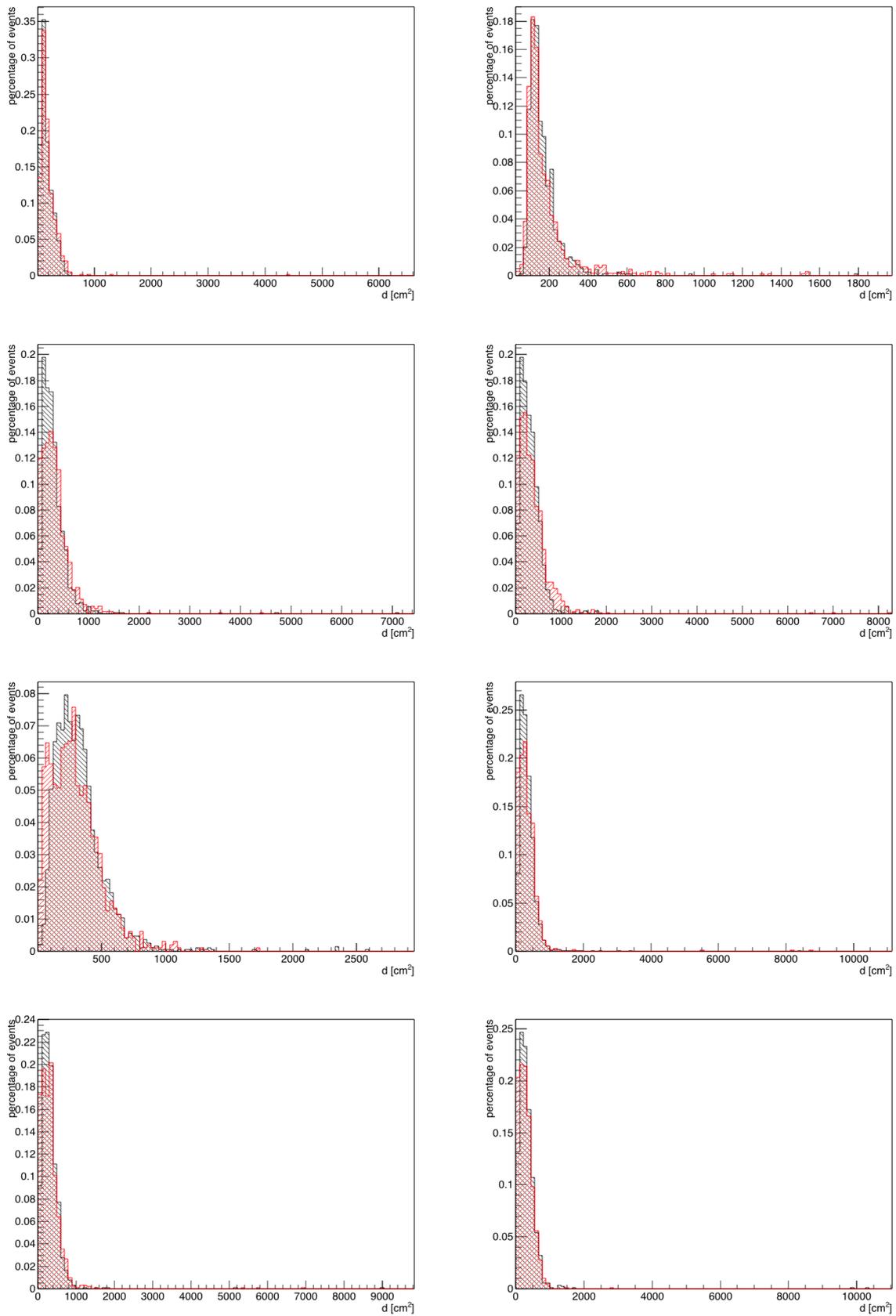


Abbildung A.26: Häufigkeitsverteilung der Abweichung d vom mittleren Radius, weitere Beschreibung siehe oben.

Abweichung von der mittleren Summe der Binnhalte pro Winkelbereich

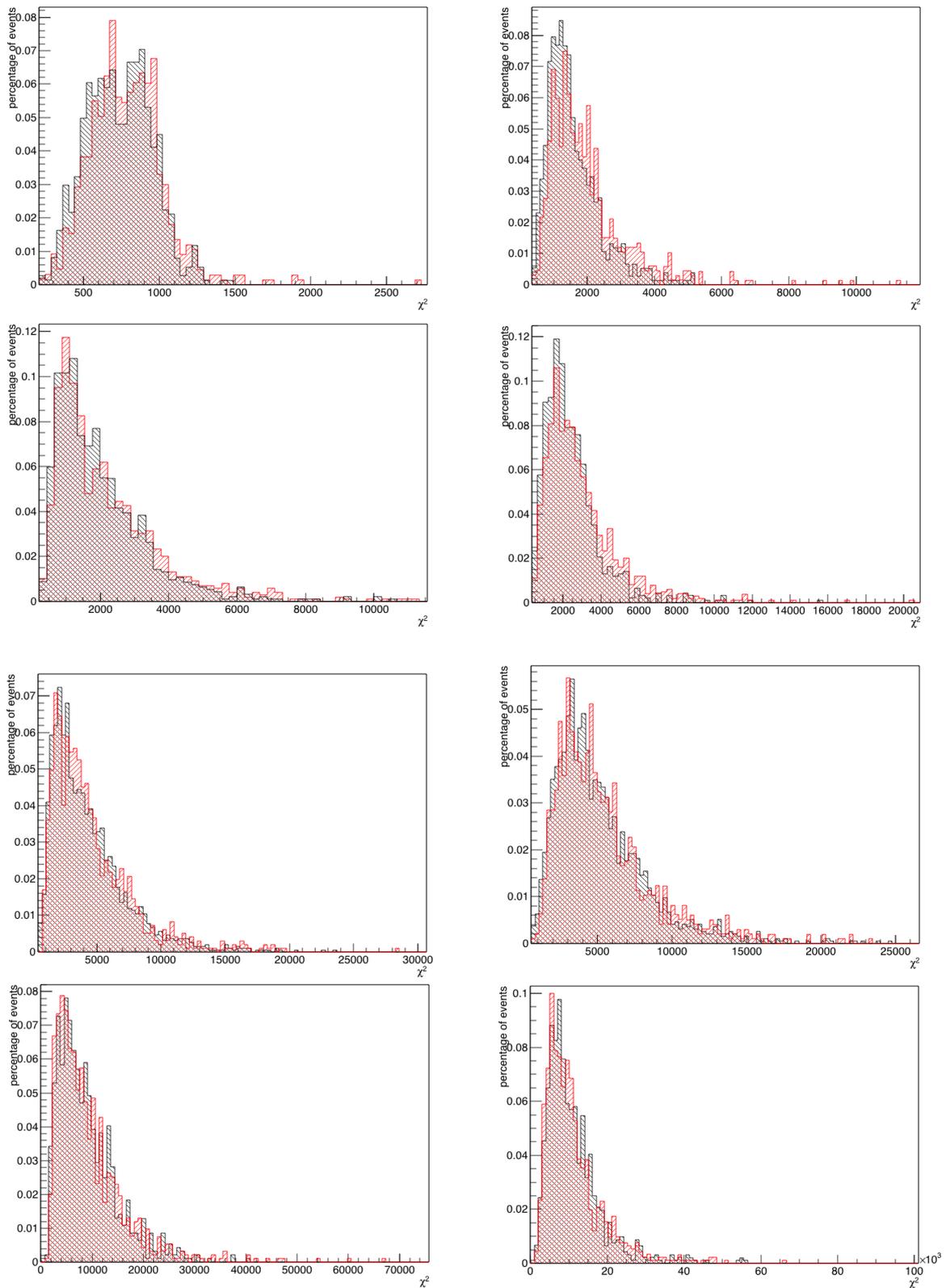


Abbildung A.27: Häufigkeitsverteilung der Abweichung χ^2 von der mittleren Summe der Binnhalte pro Winkelbereich, weitere Beschreibung siehe oben.

Abkürzungsverzeichnis

bis-MSB	p-bis-(o-Methylstyryl)-Benzol
CP	Charge-Conjugation-Parity (Ladungskonjugation-Parität)
DUNE	Deep Underground Neutrino Experiment
FWHM	Halbwertsbreite
JUNO	Jiangmen Underground Neutrino Observatory
KamLAND	Kamioka Liquid Scintillator Antineutrino Detector
LAB	Lineares Alkylbenzol
LENA	Low Energy Neutrino Astronomy
NOνA	NuMI Off-Axis ν_e -Appearance
ORCA	Oscillation Research with Cosmics in the Abyss
PINGU	Precision IceCube Next Generation Upgrade
PMT	Photomultiplier Tube
PPO	2,5-Diphenyloxazol
RENO	Reactor Experiment for Neutrino Oscillation
SM	Standardmodell der Elementarteilchenphysik
SNO	Sudbury Neutrino Observatory
T2HK	Tokai-To-Hyperkamiokande
T2K	Tokai-To-Kamioka

Literaturverzeichnis

- [1] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Standard_Model_of_Elementary_Particles-de.svg#filelinks Zugriff: 26.09.2017.
- [2] C. L. Cowan, F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse, and A. D. McGuire. Detection of the free neutrino: A Confirmation. *Science*, 124:103–104, 1956.
- [3] Robert G. Arns. Detecting the Neutrino. *Physics in Perspective*, 3(3):314–334, Sep 2001.
- [4] John N. Bahcall and M. H. Pinsonneault. Solar models with helium and heavy element diffusion. *Rev. Mod. Phys.*, 67:781–808, 1995.
- [5] G. Bellini et al. Neutrinos from the primary proton–proton fusion process in the Sun. *Nature*, 512(7515):383–386, 2014.
- [6] O. Yu. Smirnov et al. Measurement of neutrino flux from the primary proton–proton fusion process in the Sun with Borexino detector. *Phys. Part. Nucl.*, 47(6):995–1002, 2016.
- [7] B. T. Cleveland, Timothy Daily, Raymond Davis, Jr., James R. Distel, Kenneth Lande, C. K. Lee, Paul S. Wildenhain, and Jack Ullman. Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector. *Astrophys. J.*, 496:505–526, 1998.
- [8] W. C. Haxton. The solar neutrino problem. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 33:459–503, 1995.
- [9] Mark Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge University Pr., 2013.
- [10] Claude Amsler. *Nuclear and Particle Physics*. IOP PUBL LTD, 2015.
- [11] Jakub Źmuda. Neutrino oscillations, January 2012.
- [12] C. Patrignani et al. (Particle Data Group). *Chin. Phys. C*, 40(10):100001, 2016. and 2017 update.

-
- [13] Sebastian Lorenz. Discrimination of Neutral Current Background in a Future Long-Baseline Experiment with LENA. Master's thesis, Universität Hamburg, 2012.
- [14] T. Lasserre and H. W. Sobel. Reactor neutrinos. *Comptes Rendus Physique*, 6:749–757, 2005.
- [15] <http://www.staff.uni-mainz.de/wurmm/juno.html> Zugriff: 26.09.2017.
- [16] F. Capozzi, G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, D. Montanino, and A. Palazzo. Status of three-neutrino oscillation parameters, circa 2013. *Phys. Rev.*, D89:093018, 2014.
- [17] Walter Winter. Neutrino mass hierarchy: Theory and phenomenology. *AIP Conf. Proc.*, 1666:120001, 2015.
- [18] Jiro Arafune, Masafumi Koike, and Joe Sato. CP violation and matter effect in long baseline neutrino oscillation experiments. *Phys. Rev.*, D56:3093–3099, 1997. [Erratum: *Phys. Rev.* D60,119905(1999)].
- [19] Suprabh Prakash, Sushant K. Raut, and S. Uma Sankar. Getting the Best Out of T2K and NOvA. *Phys. Rev.*, D86:033012, 2012.
- [20] Jianming Bian. The NOvA experiment: overview and status. In *DPF 2013 The Meeting of the American Physical Society Division of Particles and Fields*, Santa Cruz, California, August 2013. University of Minnesota, Minneapolis.
- [21] P Vahle and NOvA Collaboration. New results from NOvA. *Journal of Physics: Conference Series*, 888(1):012003, 2017.
- [22] <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/sk/t2k-e.html> Zugriff:17.10.2017 .
- [23] High Energy Accelerator Research Organization. T2k presents hint of cp violation by neutrinos. Press Release, August 2017.
- [24] X. Qian and P. Vogel. Neutrino mass hierarchy. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 83:1 – 30, 2015.
- [25] James Strait DUNE Collaboration. DUNE Physics. In *FERMILAB-CONF-15-611-ND*, Rio de Janeiro, Brazil, August 2015.
- [26] <http://www.hyper-k.org/en/> Zugriff: 26.09.2017.
- [27] K. Abe et al. Physics Potential of a Long Baseline Neutrino Oscillation Experiment Using J-PARC Neutrino Beam and Hyper-Kamiokande. *Prog. Theor. Exp. Phys.*, 2015.

- [28] Francesca Di Lodovico and Hyper-Kamiokande Collaboration. The hyper-kamiokande experiment. *Journal of Physics: Conference Series*, 888(1):012020, 2017.
- [29] <https://www.physik.hu-berlin.de/de/eephys/icecube> Zugriff: 26.09.2017.
- [30] Ken Clark and IceCube/PINGU Collaboration. PINGU and the Neutrino Mass Hierarchy. *Nuclear and Particle Physics Proceedings*, 273(Supplement C):1870 – 1875, 2016. 37th International Conference on High Energy Physics (ICHEP).
- [31] Véronique Van Elewyck and KM3NeT Collaboration. ORCA: measuring the neutrino mass hierarchy with atmospheric neutrinos in the Mediterranean. *Journal of Physics: Conference Series*, 598(1):012033, 2015.
- [32] KM3NeT Collaboration. Particle physics with ORCA. <https://www.km3net.org/research/physics/particle-physics-with-orca/> Zugriff:30.09.2017.
- [33] S. Adrian-Martinez et al. Letter of intent for KM3NeT 2.0. *J. Phys.*, G43(8):084001, 2016.
- [34] M. G. Aartsen et al. PINGU: A Vision for Neutrino and Particle Physics at the South Pole. *J. Phys.*, G44(5):054006, 2017.
- [35] Jannik Hofestädt. *Measuring the neutrino mass hierarchy with the future KM3NeT/ORCA detector*. PhD thesis, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2017.
- [36] Laura Neumann. Untersuchung der relativen Lichtausbeute für Protonen und α -Teilchen in auf linearem Alkylbenzol basierenden Flüssigszintillatoren. Master's thesis, Technische Universität Dresden, 2013.
- [37] Michael Wurm et al. The next-generation liquid-scintillator neutrino observatory LENA. *Astropart. Phys.*, 35:685–732, 2012.
- [38] M. Wurm et al. Low-energy Neutrino Astronomy in LENA. *Phys. Procedia*, 61:376–383, 2015.
- [39] Fengpeng An et al. Neutrino Physics with JUNO. *J. Phys.*, G43(3):030401, 2016.
- [40] Petr Vogel, Liangjian Wen, and Chao Zhang. Neutrino Oscillation Studies with Reactors. *Nature Commun.*, 6:6935, 2015.
- [41] Sebastian Lorenz. *Topological Track Reconstruction in Liquid Scintillator and LENA as a Far-Detector in an LBNO Experiment*. PhD thesis, Universität Hamburg, 2016.

-
- [42] Randolph Möllenberg. *LENA Monte Carlo Simulation User Documentation*, 2013.
- [43] Daniel Hartwig. Richtungsbestimmung von Elektronen und Unterscheidung zu Myonen bei hohen Energien in großen Flüssigszintillationsdetektoren. Bachelor thesis, Universität Hamburg, 2016.

Danksagung

Hiermit möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei meiner Bachelorarbeit unterstützt haben. Dies gilt insbesondere Björn Wonsak für das Betreuen meiner Arbeit, sowie Caren Hagner für die Möglichkeit die Bachelor-Arbeit in dieser Forschungsgruppe zu schreiben. Außerdem bedanke ich mich bei Henning Reber für das ausführliche Korrekturlesen, sowie bei Stefan Bieschke, David Meyhöfer, Felix Benckwitz und Daniel Hartwig für die Unterstützung beim Umgang mit ROOT und C++. Auch möchte ich allen Mitgliedern der Forschungsgruppe für die freundliche Atmosphäre danken. Besonderen Dank möchte ich auch an meine Familie und Freunde für deren Unterstützung während dieser Arbeit richten.

Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbstständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel - insbesondere keine im Quellenverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen - benutzt habe und die Arbeit von mir vorher nicht in einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht wurde. Die eingereichte schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium. Ich bin damit einverstanden, dass die Bachelorarbeit veröffentlicht wird.

Hamburg, 22.12.2017

Katharina Voß