

Komplementäre Analyse von Suchen nach dunkler Materie und Ergebnissen von Beschleunigerphysik mit AstroFit

(Complementary analysis of searches for dark matter and results from
collider physics with AstroFit)

von

Nils Plambeck

geboren am

23.11.1988

Bachelor-Arbeit im Studiengang Physik
Universität Hamburg

2011

- 1. Gutachter** Prof. Dr. Dieter Horns
- 2. Gutachter** Dr. Torsten Bringmann

Zusammenfassung

In dieser Bachelorarbeit werden die statistische Auswertung von Daten astrophysikalischer Experimente im Hinblick auf theoretische Vorhersagen, die die Existenz von WIMPs bzw. dunkler Materie mit einbeziehen, und Ergebnisse der Kombination mit Beschleunigerdaten gezeigt. Die Auswertung und Kombination ist Teil des noch in der Entwicklung stehenden Programmes „AstroFit“[24].

Das „Standardmodell der Teilchenphysik“ besitzt mindestens 18 freie Parameter. Diese Zahl kann durch diverse Modifikationen (z.B. Supersymmetrie) weiter ansteigen, in vereinfachten Darstellungen (z.B. CMSSM) hingegen bis auf mindestens 4+1 reduziert werden. Die möglichen Werte dieser freien Parameter müssen über Experimente eingeschränkt - „constrained“ - werden. Es werden Parametereinstellungen gesucht, die den Messungen in den Experimenten widersprechen. Insbesondere Experimente an Teilchenbeschleunigern, aber auch astrophysikalische Experimente bieten hervorragende Aussichten bei der Suche nach derartigen Einschränkungen - „Constraints“.

AstroFit vereint die Ergebnisse aus astrophysikalischen Experimenten und Beschleunigerexperimenten, um weitere Constraints zu finden.

Abstract

This bachelor thesis presents the statistical evaluation of data from astrophysical experiments with respect to theoretical predictions, which incorporate the existence of WIMPs and dark matter respectively, and results from its combination with collider experiments. The evaluation and combination is part of the computer program "AstroFit"[24].

The "Standard Model of Particle Physics" (SM) has a number of 18 free parameters. Modifications to the SM (e.g. Supersymmetry) result in even greater numbers, whereas its "constrained" derivatives (e.g. CMSSM) reduce this number to at least 4+1. Possible values for the parameters have to be constrained by experiments - by searching for parameter values which disagree with the experiment. Particularly new collider experiments and also astrophysical experiments give a fair chance for the searches.

AstroFit combines the results from astrophysical experiments and collider experiments in order to find further constraints.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Das Standardmodell und seine Erweiterung	5
2.1	SM	5
2.2	SUSY	5
2.3	CMSSM	7
3	Die Suche nach dunkler Materie	8
3.1	Direkte Suche	8
3.1.1	Theoretische Anmerkungen	10
3.1.2	Experimente der direkten Suche	14
3.1.3	Vergleich der Experimente	16
3.2	Indirekte Suche	17
3.2.1	Theoretische Anmerkungen	19
3.2.2	Experimente der indirekten Suche	21
4	statistische Auswertung in AstroFit	24
4.1	Eigenschaften der Normal- und Poissonverteilung	24
4.2	Chi-Quadrat-Statistik	25
4.3	Astrofit-Input	27
4.3.1	einzelne Datenpunkte	27
4.3.2	Signalgrenzen	27
4.3.3	Signalregionen	30
4.4	Chi-Quadrat-Statistik und AstroFit	31
4.4.1	einzelne Datenpunkte	31
4.4.2	Signalgrenzen	31
4.4.3	Signalregionen	33
5	Ergebnisse	37
5.1	Constraints mit AstroFit	37
6	Zusammenfassung und Ausblick	41

Kapitel 1

Einleitung

„The Dark Side of the Force is a pathway to many abilities some consider to be unnatural“ - Palpatine, Filmfigur von George Lucas

Als Fritz Zwicky 1933 den Coma-Galaxienhaufen beobachtete und feststellte, dass das 400-fache der sichtbaren Masse notwendig sei um die gravitative Bindung zu erklären, stieß seine Aussage, dass es möglicherweise eine neue, „dunkle“ Art von Materie gäbe, auf breite Ablehnung bei seinen Kollegen. Dennoch brachte er einen Stein ins Rollen, der bis heute eine ganze Lawine von Wissenschaftstätigkeiten auslöste. Die Suche nach jener „dunklen Materie“ hat heute oberste Priorität und eine tatsächliche Detektion zöge fundamentale Folgen sowohl für die Astrophysik und die Kosmologie als auch für die Teilchenphysik und damit das gesamte Standardmodell der Elementarteilchenphysik mit sich.

Die Hinweise auf die Existenz der dunklen Materie haben sich in den folgenden Jahrzehnten nach 1933 gehäuft. Die Untersuchung der Rotation von Spiralgalaxien 1960 von Vera Rubin zeigte, dass die Umlaufgeschwindigkeit mit zunehmenden Abstand vom Galaxienzentrum langsamer abnahm als als für ihre Masse erwartet wurde. Schließlich lieferten die Entdeckung der Hintergrundstrahlung und die darin beobachteten Temperaturschwankungen - diese entsprechen Dichteschwankungen im frühen Universum, die für leuchtende Materie unmöglich gewesen wären - zudem kosmologische Gründe für dunkle Materie.

„Dunkle Materie“ ist nicht gleich dunkle Materie. Die Tatsache, dass sie sich unserer Beobachtung entzieht, kann unter Anderem darauf basieren, dass sie nur sehr schwach leuchtet. Wie man heute weiß, bilden „Braune Zwerge“ - Sterne, die zu leicht für die Fusion von Wasserstoff zu Helium sind - einen Anteil der „baryonischen“ dunklen Materie, also gewöhnliche Materie, die insgesamt nur wenig Licht abstrahlt. Diese Art von dunkler Materie lässt sich durch geeignete, sensitivere Instrumente und neue Detektionsmethoden beobachten. Die Hintergrundstrahlung zeigt allerdings, dass zudem eine neue Art von schwerer Materie existieren muss, die nur schwach mit ihrer Umgebung wechselwirkt. Teilchen, die sich zu dieser Art der dunklen Materie zusammensetzen, werden auch „WIMPs“ (**W**eakly **I**nteracting **M**assive **P**articles) genannt.

In modernen Zeiten existieren des Weiteren theoretische Forderungen nach dunkler

Materie bzw. ist sie eine Folge aus diversen Erweiterungen des bis heute sehr erfolgreichen Standardmodells der Elementarteilchenphysik. Sowohl die Erweiterung durch die Kaluza-Klein-Theorie, die der bekannten vierdimensionalen Raumzeit eine weitere Dimension hinzufügt, als auch die supersymmetrische Erweiterung sagt die Existenz neuer, mitunter stabiler Elementarteilchen voraus, von denen einige geladen, andere hingegen auch ungeladen sind. Die Massen jener neuen Teilchen sind unbekannt, sollten jedoch bei einer Größenordnung von ca. 100 GeV bis 1 TeV liegen. In dieser Größenordnung wird auch die Masse der dunklen Materie-Teilchen vermutet. Der mögliche Fall eines derartigen neutralen, stabilen Teilchens bildet die Grundlage für die theoretische Forderung nach dunkler Materie.

Trotz aller Bemühungen konnte bis heute das Rätsel um die eindeutige Existenz der dunklen Materie nicht gelöst werden. Zwar wurde aufgrund der raschen technologischen Entwicklung der Bau anspruchsvoller und zum Teil riesiger Detektoren ermöglicht, die auf mannigfaltige Art und Weise eingesetzt werden - z.B. der Super-Kamiokande in Japan, H.E.S.S. in Namibia oder die Detektoren des HERA-Beschleunigers am DESY in Deutschland - und deren Messergebnisse z.T. die Existenz von dunkler Materie unterstützen, jedoch wurde in keinem Experiment eine eindeutige Signatur hinterlassen. Deshalb bemühen sich Wissenschaftler auf der ganzen Welt durch den Bau noch aufwendigerer und größerer Instrumente - z.B. das Detektor-Ensemble des IceCube-Experiments in der Antarktis oder der ATLAS-Detektor des LHC in der Schweiz - das Geheimnis endlich zu lüften.

Mit der Zunahme an Größe und Sensitivität der Instrumente steigt auch der Datenfluss und es bedarf weiterhin neuer Methoden zur Verwaltung und Auswertung der Daten.

Die Daten der verschiedenen zur Zeit laufenden Experimente zur Astro- und Teilchenphysik eignen sich hervorragend zur Kombination untereinander, denn „Die Wissenschaft ist nichts als das Abbild der Wahrheit“ (Francis Bacon) und die Wahrheit kann nicht vom Experiment abhängen. Da sie in jedem Experiment präsent ist, lassen sich die vom Menschen interpretierten Ergebnisse eines ausgewählten Experimentes anhand anderer verifizieren oder falsifizieren.

„AstroFit“ [24] ist ein in der Entwicklung stehendes Programm, welches Daten aus astrophysikalischen Experimenten mit theoretischen Vorhersagen vergleicht und im Hinblick auf die Existenz von WIMPs (bzw. dunkler Materie) auswerten kann. Es nutzt das Softwarepaket „DarkSUSY“ [19] zur Berechnung theoretischer Erwartungswerte diverser Observablen und vergleicht diese mit den Datensätzen aus den Experimenten. Der Vergleich geschieht über die χ^2 (Chi-Quadrat)-Statistik. Anschließend können die Ergebnisse dieser Vergleiche zur Kombination mit Beschleunigerdaten verwendet werden, um zusammen mit dem Fitting-Programm „Fittino“ [18] mögliche Parametereinstellungen des erweiterten Standardmodells zu ermitteln.

In dieser Arbeit werde ich unter Anderem den von mir geleisteten Beitrag in AstroFit beschreiben. Ich habe verschiedene Möglichkeiten untersucht, die χ^2 -Statistik für unsere

Betrachtungen einzusetzen. Nach einigen Anmerkungen zum Standardmodell und seiner Erweiterung in Kapitel 2 und der Beschreibung ausgewählter astrophysikalischer Experimente und ihrer theoretischen Grundlagen in Kapitel 3 werde ich in Kapitel 4 Eigenschaften der Normal- bzw. Poissonverteilung nennen, einen kurzen Einblick in die χ^2 -Statistik geben und ihre Anwendung in AstroFit zusammen mit der Form der in AstroFit eingehenden Daten erläutern. Ergebnisse werden in Kapitel 5 vorgestellt. In Kapitel 6 folgt schließlich eine Zusammenfassung bzw. ein Ausblick.

Kapitel 2

Das Standardmodell und seine Erweiterung

2.1 SM

Das Standardmodell der Teilchenphysik (SM) vermag den Aufbau der Materie und die Grundkräfte (abgesehen von der Gravitation) bis hin zu Energien von 1 TeV sehr gut zu beschreiben. Viele Vorhersagen - darunter die Existenz von Quarks, der W/Z-Bosonen und der Gluonen - konnten in seinem Rahmen bestätigt werden. Allerdings ist es nicht vollständig, da es unter anderem die folgenden Probleme aufweist:

- Es liefert keine Erklärung für das Materie-Antimaterie-Verhältnis.
- Die Gravitation ist nicht enthalten.
- Die Masse der Higgsbosonen muss, wenn sie existieren, extrem fein abgestimmt sein (Hierarchieproblem).
- Die Vereinheitlichung der Grundkräfte findet nicht statt.
- Es enthält mindestens 18 freie Parameter

Ein Teil dieser Probleme kann in erweiternden Theorien gelöst werden - z.B. liefert die Supersymmetrie (SUSY) eine Lösung des Hierarchieproblems und ermöglicht die Vereinheitlichung der Grundkräfte.

2.2 SUSY

Die Supersymmetrie (SUSY) postuliert, dass jedes SM-Teilchen („Particle“) einen supersymmetrischen Partner („sParticle“) besitzt. SUSY-Transformationen vermitteln zwischen

fermionischen und bosonischen Zuständen. Der Spin von Particle und sParticle unterscheidet sich demnach um $\frac{1}{2}$ - bosonische/skalare SM-Zustände besitzen fermionische SUSY-Zustände und fermionische SM-Zustände besitzen skalare SUSY-Zustände. Aus der formalen Beschreibung der SUSY folgt, dass Particle und sParticle dieselben Massen und Eichquantenzahlen besitzen. Da noch keine sParticles beobachtet wurden, wird angenommen, dass die SUSY eine gebrochene Symmetrie ist, sodass die Massen von Particle und sParticle nicht gleich sind.

Aufgrund der Erhaltung einer neuen Quantenzahl (R-Parität) ist eine direkte Erzeugung von sParticles nicht immer ohne Weiteres möglich. Außerdem folgt, dass ein stabiles, leichtestes supersymmetrisches Teilchen (LSP) existieren muss.

Was die Strahlungskorrekturen zur Higgsmasse betrifft, können sich die Beiträge von Particle und sParticle gegenseitig auslöschen, falls ihre Massen gleich sind, womit eine Lösung des Hierarchieproblems gegeben wäre. Die Lösung gilt ebenfalls im Falle einer geringen Symmetriebrechung, bei der sich die Massen von Particle und sParticle geringfügig unterscheiden: $|m_{Particle}^2 - m_{sParticle}^2| < 1 \text{ TeV}^2$.

Es stellt sich heraus, dass unter Berücksichtigung der SUSY eine Vereinheitlichung der Grundkräfte (abgesehen von der Gravitation) erreicht werden kann.

In Abbildung 2.1 werden die Bezeichnungen der sParticles aufgelistet. Ähnlich zur Theorie der elektroschwachen Vereinheitlichung, in der das Photon und das Z-Boson als Mischzustände auftreten, existieren Mischzustände zwischen SUSY-Zuständen. Neutrale Mischzustände werden als „Neutralinos“ bezeichnet, geladene Mischzustände als „Charginos“.

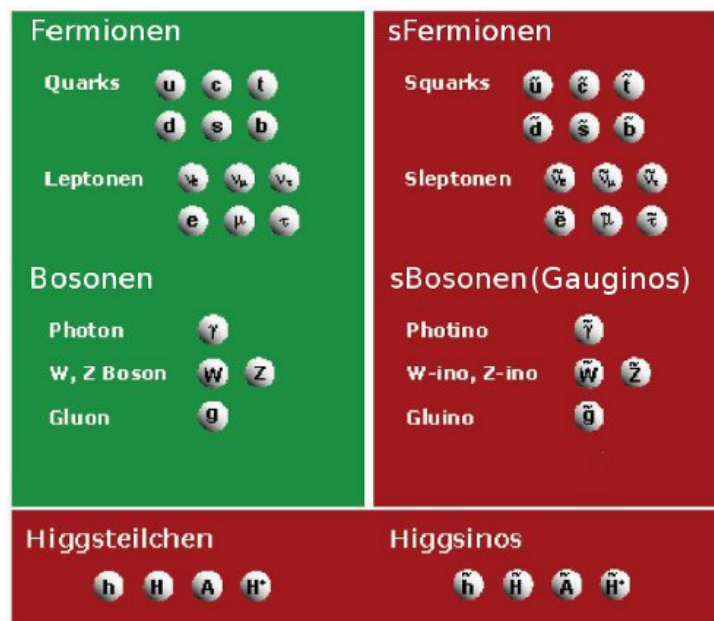


Abbildung 2.1: Particles und sParticles im MSSM; Abbildung aus einem Vortrag von Jan Uphoff [26] mit veränderten Überschriften

2.3 CMSSM

Eine mögliche Erweiterung des SM ist das „MSSM“ (**M**inimal **S**upersymmetric **S**M), welches die SUSY mit einbezieht. Diese Erweiterung fügt dem SM die minimale Anzahl neuer Teilchen und Wechselwirkungen und damit 105 neue freie Parameter hinzu. Die neuen sParticles sind in Abbildung 2.1 zu sehen.

Es ist praktisch unmöglich, die insgesamt ca. 123 freien Parameter in einer Simulation zu berücksichtigen. Allerdings existieren für einige dieser Parameter starke Constraints aus Experimenten, sodass sie zunächst in einer Näherung fixiert werden können. Weiterhin ermöglicht die Annahme diverser Vereinheitlichungen ab einer gewissen Energieskala E_{GUT} eine Reduktion der Zahl der freien Parameter bis auf fünf.

Ein Modell, das eine derartige Reduktion der Parameter ausnutzt, ist das „CMSSM“ (**C**onstrained **M**SSM).

Die fünf freien Parameter des CMSSM lauten m_0 , $m_{1/2}$, A_0 , $tan(\beta)$ und $sign(\mu)$. m_0 ist die universelle skalare Masse. Sie vereinheitlicht die Masse der Higgsbosonen und supersymmetrischen Partner der Quarks und Leptonen bei E_{GUT} . $m_{1/2}$ ist die universelle Gauginomasse. Sie vereinheitlicht die Massen der supersymmetrischen Partner der Eichbosonen. A_0 beschreibt die universelle trilineare Kopplung und vereinheitlicht die Kopplungen der Higgsbosonen an die Quarks und Leptonen. $tan(\beta)$ gibt das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder an. $sign(\mu)$ ist schließlich das Vorzeichen des Higgs/Higgsino-Massenparameters μ .

Ein weiteres, mit dem CMSSM verwandtes, Modell ist „mSUGRA“ (**m**inimal **S**Uper **G**Ravity), das denselben Parameterraum wie das CMSSM besitzt. Der Unterschied zum CMSSM besteht in der Fixierung des Higgs/Higgsino-Massenparameters μ [16].

Kapitel 3

Die Suche nach dunkler Materie

Es gibt im Wesentlichen drei verschiedene Methoden nach dunkler Materie zu suchen:

1. indirekte Suche in Beschleunigerexperimenten:

Der LHC wurde unter Anderem in Erwartung an die Detektion von SUSY-Teilchen gebaut. Bei hohen Energien könnten sie in Paaren erzeugt und anschließend durch charakteristische Signaturen (beim Zerfall oder auch durch fehlende Energie in der Gesamtreaktion) nachgewiesen werden. Das LSP ist ein Kandidat für dunkle Materie.

2. direkte Suche in astrophysikalischen Experimenten:

Bei der direkten Suche wird der Rückstoß nach Stoßreaktionen von WIMPs mit dem Detektormaterial gemessen.

3. indirekte Suche in astrophysikalischen Experimenten:

Bei der indirekten Suche werden die Endprodukte aus der Annihilation oder dem Zerfall von WIMPs gemessen.

Die letzten beiden Methoden werden in den folgenden Abschnitten genauer behandelt. Für die Suche nach WIMPs - und damit verbunden die Suche nach dunkler Materie - wurden viele Experimente entwickelt und deren Techniken im Laufe der Jahre verfeinert. In den Tabellen 3.1 und 3.2 werden einige dieser Experimente aufgelistet.

3.1 Direkte Suche

Obwohl WIMPs nur höchstens schwach wechselwirken und der Wirkungsquerschnitt σ für eine Reaktion mit gewöhnlicher Materie sehr klein ist - vergleichbar mit dem von Neutrinos - könnten gelegentlich Reaktionen beobachtet werden. Die Beobachtung wird durch das Angebot eines großen Wechselwirkungsvolumens und das Entfernen von Hintergrundreaktionen erleichtert.

Der Detektor des Super-Kamiokande-Experiments, der unter Anderem zum Nachweis von Neutrinos dient, besteht z.B. aus 50.000 Tonnen hochreinem Wasser und wurde 1 km

direkte Suche

Experiment	Standort	Detektionsart (γ, ϕ, q)	Masse (kg)	Material	Laufzeit
DAMA/NaI	Gran Sasso	γ	87	NaI	1995-2002
DAMA/LIBRA	Gran Sasso	γ	233	NaI	2003-
CoGeNT	Soudan	q	0.33	Ge	2008-
XENON10	Gran Sasso	γ, q	5	LXe/GXe	2005-2007
XENON100	Gran Sasso	γ, q	50	LXe/GXe	2009-
CDMS II	Soudan	ϕ, q	1	Si	2001-2008
			3	Ge	2001-2008
CRESST II	Gran Sasso	γ, ϕ	1	CaWO ₄	2000-

Tabelle 3.1: ausgewählte Experimente zur direkten Suche nach dunkler Materie mit den entsprechenden Detektoreigenschaften; die Detektionsarten sind: Szintillationslicht (γ), Gitterschwingungen/Phononen (ϕ), Ionisation (q)

indirekte Suche

Experiment	Ort	Nachweis von	Laufzeit
H.E.S.S	Boden	γ	2004-
FERMI-LAT	Weltraum	γ	2008-
FERMI-GLAST	Weltraum	γ	2008-
PAMELA	Weltraum	p, \bar{p}, e, \bar{e}	2006-
IceCube	Boden	ν	2011-

Tabelle 3.2: ausgewählte Experimente zur indirekten Suche nach dunkler Materie

unter der Erdoberfläche gebaut. Ein anderes Beispiel ist das IceCube-Experiment, dessen Sensoren sich im Eis der Antarktis, 2,45 km unter der Oberfläche, befinden und das darüberliegende, innerhalb eines Quadratkilometers liegende, Eis als Detektormaterial nutzen.

Von besonderer Bedeutung im Verlauf dieser Bachelor-Arbeit sind die Experimente DAMA/LIBRA, CoGeNT und XENON100, auf die ich später ausführlicher eingehen werde.

Zuvor wurde genannt, dass Stoßreaktionen die Grundlage bei der direkten Suche nach dunkler Materie sind. Eine charakteristische Größe dazu ist der Wirkungsquerschnitt σ , der in Experimenten zur direkten Suche häufig in Form von Grenzen („limits“), in Abhängigkeit von der WIMP-Masse, ermittelt wird. Wichtig hierfür sind die Ereignisrate R und die Rückstoßenergie E_R .

Im folgenden Abschnitt werde ich theoretische Erwartungen an die Reaktionen erläutern und Effekte im Zusammenhang mit astrophysikalischen Annahmen und dem Detektor nennen, die die Messungen der Reaktionen beeinflussen.

3.1.1 Theoretische Anmerkungen

Ereignisrate und Rückstoßenergie

Die differentielle Ereignisrate $\frac{dR}{dE_R}$ mit der Rückstoßenergie E_R , die ich später abgekürzt als Ereignisrate bzw. Rate bezeichnen werde, ist gegeben durch

$$\frac{dR}{dE_R} = \frac{\rho_0}{m_N m_\chi} \int_{v_{min}}^{v_{esc}} v f(\vec{v}) \frac{d\sigma_{WN}}{dE_R} d^3\vec{v}. \quad (3.1)$$

Auf der rechten Seite der Gleichung 3.1 beschreiben ρ_0 die lokale WIMP-Dichte ($\rho_0 \approx 0.3 \text{ GeV cm}^{-3}$), m_N und m_χ die Nukleon- und WIMP-Massen und das Integral den durch die relative WIMP-Geschwindigkeit v gewichteten differentiellen Wirkungsquerschnitt der WIMP-Nukleon-Streuung $\frac{d\sigma_{WN}}{dE_R}$ - abgekürzt auch $\left\langle v \frac{d\sigma_{WN}}{dE_R} \right\rangle$ -, wobei $f(v)$ die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion beschreibt. Die untere Grenze des Integrals v_{min} ist durch die minimal mögliche zu einer festen Rückstoßenergie gehörende WIMP-Geschwindigkeit gegeben. Die obere Grenze entspricht der Fluchtgeschwindigkeit $v_{esc} = \sqrt{\Phi(R_0)} \approx 650 \text{ km s}^{-1}$ mit dem Potential $\Phi(R_0)$ am Ort R_0 der Sonne im Bezug zum galaktischen Zentrum. Als Geschwindigkeitsverteilungsfunktion kann in erster Näherung eine Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung angenommen werden.

Zur Vereinfachung wurden in Gleichung 3.1 keine Faktoren bzw. Terme berücksichtigt, die die Detektoreigenschaften - z.B. Auflösung und Effizienz - beinhalten. Diese werden z.B. in Foot (2010) [14] für das CoGeNT-Experiment erläutert.

Aufgrund der niedrigen Geschwindigkeiten ($< 650 \text{ km s}^{-1}$) können die Stöße nichtrelativistisch behandelt werden. Es folgt für die Rückstoßenergie

$$E_R = \frac{\mu_N^2 v^2 (1 - \cos\theta^*)}{m_N} \quad (3.2)$$

mit der reduzierten Masse des WIMP-Nukleus-Systems $\mu_N = \frac{M_\chi M_N}{(M_\chi + M_N)}$ und dem Streuwinkel θ^* im Schwerpunktsystem. Aus Gleichung 3.2 kann $v_{min} = \sqrt{\frac{m_N E_R}{2\mu_N^2}}$ berechnet werden.

Wird ein Signal mit der Energie $E[\text{keV}]$ aus dem Stoß mit einem Nukleus gemessen, so entspricht diese Energie einem Vielfachen der für dasselbe Signal notwendigen Energie $E[\text{keV}_{ee}]$, die aus einem Stoß mit einem Elektron gewonnen wird. Das Verhältnis

$$q_i = \frac{E[\text{keV}_{ee}]}{E[\text{keV}]} \quad (3.3)$$

wird „quenching factor“ für das Element i genannt. Durch Anhängen von „ee“ an die Einheit keV wird makiert, dass es sich um einen Stoß mit einem Elektron handelte. Der „quenching factor“ besitzt im Allgemeinen eine schwache Energieabhängigkeit.

Zeitabhängigkeit der Ereignisrate

Ein wichtiges Merkmal der Ereignisrate aus Gleichung 3.1 ist ihre Zeitabhängigkeit. In v geht die Geschwindigkeit der Erde um die Sonne projiziert auf die Bahn der Sonne um das Zentrum der Milchstraße ein. Sie ändert sich mit einer Periodizität eines Jahres. Im Sommer addieren sich die Bahngeschwindigkeiten aus der Bewegung um die Sonne und der Bewegung um das Zentrum der Milchstraße, weshalb im Sommer ein Maximum der differentiellen Ereignisrate bei höheren Rückstoßenergien und ein Minimum bei geringeren Rückstoßenergien erwartet wird. Im Winter wird das Gegenteil erwartet. Dies lässt sich formal beschreiben durch

$$\frac{dR}{dE_R}(t) \approx \frac{\bar{dR}}{dE_R} [1 + A(E_R) \cos(\frac{2\pi}{T}(t - t_0))]. \quad (3.4)$$

Die Funktion, die die Zeitabhängigkeit trägt, wird auch Modulation genannt. In Gleichung 3.4 ist $\frac{\bar{dR}}{dE_R}$ die zeitlich gemittelte differentielle Ereignisrate, $A(E_R)$ die Amplitude der Modulation, $t_0 \approx 153 d$ die Phase (Nullpunkt der Messung), die an das Maximum der Modulation am 2. Juni gelegt wurde, und $T = 1 a$ ist die Periodendauer. Gleichung 3.4 beschreibt eine Näherung, weil $\frac{\bar{dR}}{dE_R}$ aufgrund der Bewegung um das Zentrum der Milchstraße selbst eine Zeitabhängigkeit besitzt, die allerdings sehr schwach ist bezüglich der Skala der Messzeit. Eine weitere Modulation käme durch die Rotation der Erde in Frage, deren Amplitude im Vergleich zur zuvor genannten jedoch sehr klein ist, da $v_{Bahn,E} \approx 29.8 km s^{-1} \gg v_{Rot,E} \approx 0.5 km s^{-1}$.

Spinabhängiger und spinunabhängiger Wirkungsquerschnitt

Der differentielle WIMP-Nukleus-Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma_{WN}}{dE_R}(v, E_R)$ hängt mit dem WIMP-Nukleus-Wirkungsquerschnittes bei verschwindendem Impulsübertrag σ_{0WN} wie folgt zusammen

$$\frac{d\sigma_{WN}}{dE_R}(v, E_R) = \frac{m_N \sigma_{0WN} F^2(E_R)}{2\mu_N^2 v^2}, \quad (3.5)$$

wobei $F(E_R)$ der Formfaktor der Ladungsverteilung des Nukleus ist.

Eine Berechnung des WIMP-Nukleus-Wirkungsquerschnitt bei verschwindendem Impulsübertrag nach Schnee (2011) [22] ergibt:

$$\sigma_{0WN} = \frac{4\mu_N^2}{\pi} (Zf_p + (A - Z)f_n)^2 + \frac{32G_F^2 \mu_N^2}{\pi} \frac{J + 1}{J} (a_p \langle S_p \rangle + a_n \langle S_n \rangle)^2 \quad (3.6)$$

$$\sigma_{0WN} = \sigma_{0WN,SI} + \sigma_{0WN,SD}. \quad (3.7)$$

Dabei ging die Annahme ein, dass sich WIMPs nichtrelativistisch verhalten und ihre Wechselwirkung mit Materie in voneinander unabhängige spinunabhängige (SI: „spin-

¹in Schnee (2011) [22]) wird $\frac{d\sigma_{WN}}{dq^2}$ benutzt (q^2 Impulsübertrag), wobei $q^2 = 2m_N E_R$

independent“) und spinabhängige (SD: „spin-dependent“) Anteile aufgespalten werden kann. Der Anteil der spinunabhängigen Wechselwirkung am Wirkungsquerschnitt ist im Allgemeinen größer als der Anteil der spinabhängigen Wechselwirkung. Stöße zwischen relativistischen Teilchen haben einen erhöhten Anteil an spinabhängigen Wechselwirkungen.

Die in Gleichung 3.6 verwendeten Symbole und Terme bedürfen einer Erläuterung. Auf der linken Seite wurde der Wirkungsquerschnitt zwischen WIMP und Nukleus mit σ_{0WN} bezeichnet. Die „0“ zeigt an, dass es sich um Reaktionen mit verschwindendem Impulsübertrag handelt. Auf der rechten Seite stehen die jeweiligen Terme des spinunabhängigen Wirkungsquerschnittes $\sigma_{0WN,SI}$ und des spinabhängigen Wirkungsquerschnittes $\sigma_{0WN,SD}$. „A“ und „Z“ sind die Massen- und Kernladungszahl des beteiligten Atoms. f_p (bzw. a_p) und f_n (bzw. a_n) beschreiben die spinunabhängige (bzw. spinabhängige) Kopplung zwischen WIMP und Proton/Neutron. G_F ist die Fermikonstante. Schließlich beschreiben „J“ den Gesamtspin des Nukleus und $\langle S_p \rangle$ und $\langle S_n \rangle$ die Erwartungswerte für den Spin der Nukleonen im Nukleus.

Viele Modelle machen die Annahme $f_p \approx f_n$. Somit erhält man für den spinunabhängigen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{0WN,SI} \approx \frac{4\mu_N^2}{\pi} f_n^2 A^2 = \sigma_{SI} \frac{\mu_N^2}{\mu_n^2} A^2 \quad (3.8)$$

Interessant für den Vergleich theoretischer Vorhersagen mit experimentell ermittelten „limits“ ist der Wirkungsquerschnitt σ_{SI} zwischen WIMP und einzelner Nukleon. Dieser ergibt sich aus Gleichung 3.8 zu

$$\sigma_{SI} = \frac{4\mu_n^2}{\pi} f_n^2. \quad (3.9)$$

wobei $\mu_n = \frac{M_\chi M_n}{(M_\chi + M_n)}$ die reduzierte Masse des WIMP-Nukleon-Systems ist.

Ähnliche Ausdrücke erhält man für die spinabhängigen Wirkungsquerschnitte zwischen WIMP und Proton bzw. Neutron

$$\sigma_{SD,p} = \frac{24G_F^2 \mu_p^2}{\pi} a_p^2 \quad (3.10)$$

$$\sigma_{SD,n} = \frac{24G_F^2 \mu_n^2}{\pi} a_n^2 \quad (3.11)$$

wobei hier allerdings diverse Effekte bezüglich der Spins der Nukleonen im Nukleus zu beachten sind. Z.B. führt die Kopplung zwischen Protonen bzw. Neutronen untereinander teilweise zur Aufhebung ihrer Spinbeiträge. Atome mit einer geraden Anzahl an Protonen (Neutronen) weisen einen deutlich verringerten Anteil an spinabhängigen WIMP-Proton (WIMP-Neutron)-Wechselwirkungen auf.

Abhängigkeit der differentiellen Ereignisrate von der WIMP-Masse und dem spinunabhängigen Wirkungsquerschnitt

Setzt man Gleichung 3.5 mit Gleichung 3.8 in den Ausdruck für die differentielle Ereignisrate (3.1) ein und nimmt man eine Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung $f(\vec{v}) = (\frac{1}{\sqrt{\pi}v_0})^3 e^{-\frac{v^2}{v_0^2}}$ an, mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit v_0 , folgt für die differentielle Ereignisrate um eine feste Rückstoßenergie E_R (näherungsweise)

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dE_R} &\approx \frac{\rho_0}{m_N m_\chi} \int_{v_{min}}^{v_{esc}} v \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}v_0}\right)^3 e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} \cdot \frac{m_N}{2\mu_n^2 v^2} \sigma_{SI} A^2 F^2(E_R) d^3\vec{v} \\ &\approx \frac{\rho_0}{m_N m_\chi} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}v_0}\right)^3 \frac{m_N}{2\mu_n^2} \sigma_{SI} A^2 F^2(E_R) \int_{v_{min}}^{\infty} v \cdot e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} d^3\vec{v} \\ &= a \frac{\sigma_{SI}}{\mu_n^2} \int_{v_{min}}^{\infty} v \cdot e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} dv \end{aligned}$$

wobei im vorletzten Schritt die Fluchtgeschwindigkeit auf unendlich gesetzt und im letzten Schritt die bezüglich σ_{SI} und m_χ und v konstanten Faktoren zusammengefasst und Kugelkoordinaten für das Integral ($d^3\vec{v} \rightarrow 4\pi v^2 dv$) eingeführt wurden. Das Integral ergibt $\int_{v_{min}}^{\infty} v \cdot e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} dv = \int_{v_{min}}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} dv^2 = \frac{v_0^2}{2} e^{-\frac{v_{min}^2}{v_0^2}}$. Da $v_{min} = \sqrt{\frac{m_N E_R}{2\mu_n^2}}$ gilt, folgt die Abhängigkeit

$$\frac{dR}{dE_R} \approx a \frac{\sigma_{SI}}{\mu_n^2} e^{-\frac{m_N E_R}{2\mu_n^2 v_0^2}}$$

und schließlich

$$\frac{dR}{dE_R} \approx a \cdot \sigma_{SI} \left(\frac{1}{m_\chi} + \frac{1}{m_n}\right)^2 e^{-b \cdot \left(\frac{1}{m_\chi} + \frac{1}{m_n}\right)^2}. \quad (3.12)$$

Eine ähnliche Abhängigkeit erhält man ebenfalls aus einer genaueren Rechnung, in der z.B. eine endliche Fluchtgeschwindigkeit beachtet wurde (s. Schnee (2011) [22]). Allerdings ist dort der Faktor „b“ leicht massen-, energie- und jahreszeitabhängig. Er wird z.B. kleiner für größere Massen. Man beachte, dass auch σ_{SI} eine Massenabhängigkeit besitzt, die für große WIMP-Massen $m_\chi \gg m_n$ jedoch vernachlässigbar wird (s. Gleichung 3.9). Bei großen WIMP-Massen gilt

$$\frac{dR}{dE_R} \approx a' \cdot \sigma_{SI} e^{-b \cdot \left(\frac{1}{m_\chi} + \frac{1}{m_n}\right)^2}. \quad (3.13)$$

Demnach steigt die Ereignisrate mit zunehmender Masse und nimmt bei sehr großen WIMP-Massen $m_\chi \gg m_n$ einen konstanten, maximalen Wert an.

3.1.2 Experimente der direkten Suche

DAMA/LIBRA

Das DAMA/LIBRA-Experiment (**D**ark **M**atter/**L**arge sodium **I**odide **B**ulk for **R**are processes) [2] wurde für die Suche nach dunkler Materie und zur Untersuchung seltener Prozesse, die mit der Verletzung des Pauli-Verbots zusammenhängen, entworfen. Es ist der Nachfolger des DAMA/NaI-Experimentes und seit März 2003 im Betrieb. Im November 2010 erfuhr das Experiment ein Update und sammelt seitdem neue Daten.

Der Detektor besteht aus 250 kg hochreinem, radioinaktivem NaI(Tl) (Thallium-dotiertes Natriumiodid). NaI(Tl) dient als Szintillator und vermag die Energie aus Stößen mit WIMPs teilweise in elektromagnetische Strahlung umzuwandeln. Bei Stößen mit dem Nukleus wird nicht die gesamte Rückstoßenergie in Strahlung umgewandelt. Der Anteil an der Rückstoßenergie, der durch Szintillation umgewandelt wird, wird durch den zuvor erwähnten „quenching factor“ q_i wiedergegeben.

DAMA/LIBRA bietet den zur Zeit eventuell besten Hinweis auf dunkle Materie. Von ihm wurde im Energiebereich $E_{Signal} = 2 - 6 \text{ keV}$ tatsächlich eine Modulation (s. Abbildung 3.1) mit den im Abschnitt über theoretische Anmerkungen genannten Eigenschaften gemessen (8.9σ -Sicherheit), d.h.

- Modulation in Form einer Cosinus-Funktion
- Periodendauer $T = 1 \text{ a}$
- Maximale Amplitude am 2. Juni.

Dabei wurden nur solche Signale beachtet, die sich einem einzigen Ereignis im Detektor zuordnen lassen, da die Wahrscheinlichkeit einer Reaktion eines einzigen WIMPs an mehreren Stellen des Detektors verschwindend gering ist. Hintergrundsignale lassen sich unter anderem daran erkennen, dass sie mehreren (quasi gleichzeitigen) Ereignissen entsprechen. Eine Aufnahme dieser Signale zeigte keine Modulation. Dies schließt die Möglichkeit einer Detektor(Hard- oder Software)-abhängigen Modulation aus.

Erzeugt man einen Fit an die Messung im Rahmen einer spinunabhängigen Wechselwirkung, so erhält man zwei mögliche Best-Fit-Regionen auf der $m_\chi - \sigma_{SI}$ -Ebene um die Punkte $(m_\chi \approx 80 \text{ GeV}, \sigma \approx 10^{-5} \text{ pb})$ und $(m_\chi \approx 10 \text{ GeV}, \sigma \approx 10^{-4} \text{ pb})$ - d.h. die wahrscheinlichsten Werte für m_χ und σ_{SI} , um die Modulation zu erklären. Der erste Punkt wird für Wechselwirkungen mit den Iod-Atomen ($A=127, Z=53$) berechnet, der zweite für Wechselwirkungen mit den Natrium-Atomen ($A=23, Z=11$). Die Region um den ersten Punkt wird durch andere Experimente ausgeschlossen.

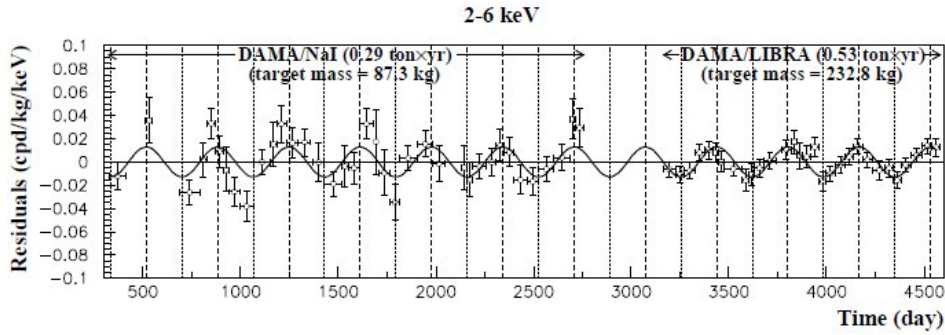


Abbildung 3.1: zeitliche Entwicklung der modellunabhängigen Residuenrate (Abzug des konstanten Termes in Gleichung 3.4) für das DAMA/LIBRA-Experiment im 2-6 keV-Energieintervall aus Barnabei et al. (2008) [10]; Anmerkung zur Einheit: cpd („counts per day“) ist die Anzahl der Signale pro Tag

CoGeNT

Das CoGeNT-Experiment (**C**oherent **G**ermanium **N**eutrino **T**echnology) [1] wurde speziell für die Suche nach WIMPs entworfen. Seit Dezember 2009 ist es im Betrieb.

Der Detektor besteht aus 0.44 kg hochreinem Germanium ($A \approx 76$, $Z=32$), welches mit flüssigem Stickstoff gekühlt wird. Gegenüber dem Detektor des DAMA/LIBRA-Experimentes besitzt er den Vorteil einer sehr niedrigen Threshold-Energie E_{th} ($E_{th,CoGeNT} \approx 0.5 \text{ keV} < E_{th,DAMA/LIBRA} \approx 2 \text{ keV}$), sodass er für niedrigere Energieüberträge - also niedrigere Rückstoßenergien bzw. niedrigere WIMP-Massen ($> 5 \text{ GeV}/c^2$)- eine höhere Sensitivität aufweist.

Im Gegensatz zum DAMA/LIBRA-Detektor weist der CoGeNT-Detektor Stöße über Ionisation nach.

Auch CoGeNT misst eine Modulation der Ereignisrate (s. Abbildung 3.2), deren Signifikanz allerdings geringer als bei DAMA/LIBRA ist. Dies liegt unter Anderem an der bisher kürzeren Messzeit. Man beachte, dass die Ereignisrate bei DAMA/LIBRA anfangs ebenfalls höhere Abweichungen vom Fit besaß (s. Abbildung 3.1).

XENON100

Das XENON100-Experiment ist ein weiteres Experiment, welches speziell für die Suche nach dunkler Materie entwickelt wurde. Es ist der Nachfolger des Xenon10-Experimentes und eine Zwischenstufe bis zum Ausbau zum Xenon1T-Experiment. Seit Ende 2009 werden mit dem aktuellen Aufbau Daten gesammelt.

Als Detektormaterial werden 62 kg flüssiges und gasförmiges Xenon ($A \approx 131$, $Z = 54$) in zwei voneinander getrennten Bereichen eingesetzt, wobei im aktiven Detektorvolumen flüssiges Xenon verwendet wird (s. Abbildung 3.3 (links)). Die hohe Massenzahl des Xenons macht spinunabhängige Wechselwirkungen besonders effektiv (s. Gleichung 3.8). Au-

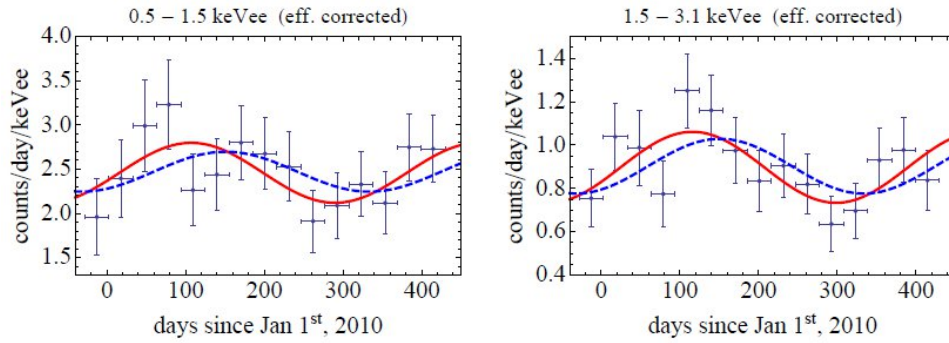


Abbildung 3.2: zeitliche Entwicklung der Ereignisrate für das CoGeNT-Experiment im 0.5-1.5 keV- bzw. 1.5-3.1 keV-Energieintervall aus Fox et al. (2011) [15]; beim Fit an die Daten wurde die Phase t_0 im Falle der roten durchgehenden Kurve frei gelassen ($t_0 \approx 107 d$) und im Falle der blauen gestrichelten Kurve auf $t_0 = 152 d$ festgelegt

ßerdem bietet Xenon von sich aus eine gute Abschirmung gegen störende radioaktive Strahlung.

Der Detektor kann Stöße über Ionisation und Szintillation nachweisen. Trifft ein Teilchen auf ein Xenon-Atom im aktiven Volumen, so erzeugt es zunächst ein Signal S1 und löst weitere Elektronen aus, die durch ein elektrisches Feld zu einer, im mit gasförmigen Xenon gefüllten Bereich liegenden, Anode driften, dort rekombinieren und ein versetztes Signal S2 erzeugen. Die Art des eingehenden Teilchens (Elektron/ γ -Photon oder WIMP/Neutron) macht sich im Signal S2 bemerkbar (s. Abbildung 3.3 (rechts)). Dies erleichtert die Unterscheidung zwischen WIMP-Signalen und Hintergrundsignalen. Des Weiteren wurde stark auf die Abschirmung des Detektors gegen Hintergrundstrahlungen geachtet. Unterstützt wird dies durch die Verwendung spezieller, radioaktiver Bauteile. Durch getestete Modelle für den Hintergrund ist es sogar möglich, letztendlich fast hintergrundfrei zu messen (s. dazu Aprile et al. (2011) [7]).

Im Gegensatz zu DAMA/LIBRA und CoGeNT wurde im XENON100-Experiment keine Modulation der Ereignisrate gemessen. Der Grund könnte in Aussortierung der Hintergrundsignale liegen. XENON100 versucht, nur Signale aus WIMP-Nukleus-Stößen zu messen. Die WIMP-Elektron-Signale könnten aufgrund ihrer Ähnlichkeit zu den Hintergrundsignalen verloren gehen (s. dazu Farina et al. (2011) [13]).

3.1.3 Vergleich der Experimente

Ein Vergleich der Best-Fit Regionen der einzelnen Experimente zeigt, dass diese sich zunächst unter diversen Vereinfachungen und der Verwendung von Standard-Parameterwerten für z.B. den „quenching factor“ ausschließen. Durch Berücksichtigung von

- Unsicherheiten beim „quenching-factor“
- Channeling

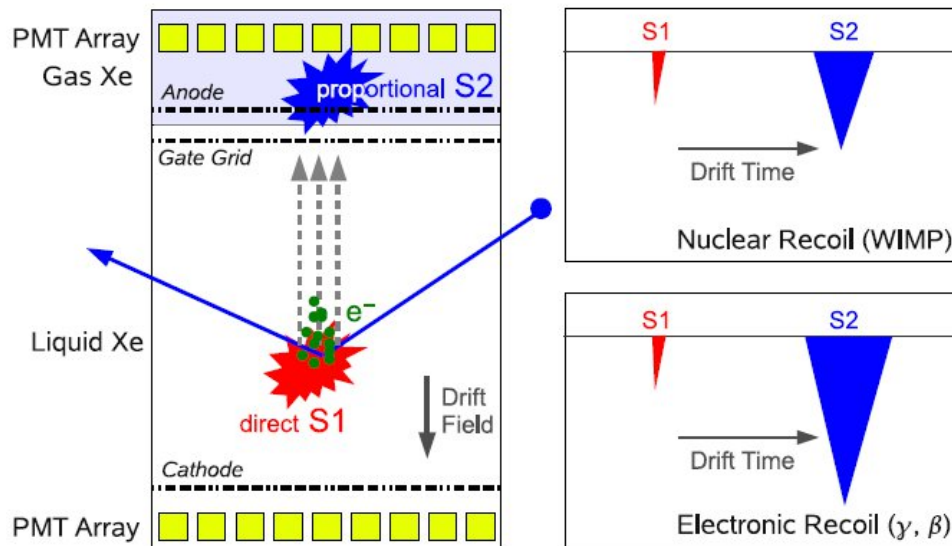


Abbildung 3.3: Abbildung aus Aprile et al. (2011) [7]; (links) Aufbau des XENON100-Detektors; (rechts oben) erwartetes Signal für eingehende WIMPs/Neutronen; (rechts unten) erwartetes Signal für eingehende Elektronen/ γ -Photonen

- spinabhängigen Stößen
- evtl. inelastischen Stößen mit $\Delta E = \delta$

lässt sich unter Umständen allerdings eine Übereinstimmung erreichen. Beim „Channeling“ findet ein Stoß entlang einer Symmetrieachse des Kristalls statt, wodurch die gesamte Rückstoßenergie durch Szintillation in elektromagnetische Strahlung umgewandelt wird. Dieser Effekt ist besonders im Hinblick auf das DAMA/LIBRA-Experiment interessant (s. Farina et al. (2011) [13]). Inelastische Stöße könnten z.B. mit der Möglichkeit der Existenz von angeregten WIMP-Zuständen realisiert werden: $X_{WIMP} + N \rightarrow X_{WIMP}^* + N - \delta$.

Eine Analyse der Ausirkungen der oben genannten Effekte wurde z.B. in Farina et al. (2011) [13] durchgeführt. Die Abbildungen 3.4 und 3.5 zeigen Beispiele aus derselben Referenz.

3.2 Indirekte Suche

Neben der direkten Suche aus dem vorherigen Abschnitt bietet die indirekte Suche nach dunkler Materie vielversprechende Ansätze. Grundlegend hierfür ist der mögliche Zerfall oder die gegenseitige Annihilation von WIMPs in SM-Teilchen.

Zur Aufstellung möglicher Zerfallskanäle muss im Rahmen einer das SM erweiternden Theorie eine Annahme über die Beschaffenheit der WIMPs gemacht werden. Im Rahmen der SUSY-Erweiterung wird z.B. oftmals ein Neutralino χ_0 (ein ungeladener Mischzustand aus den supersymmetrischen Partnern des Z- und Higgs-Bosons und des Photons) als LSP angenommen. Dieses wäre aufgrund der aus dem SM bekannten Erhaltungsgrößen

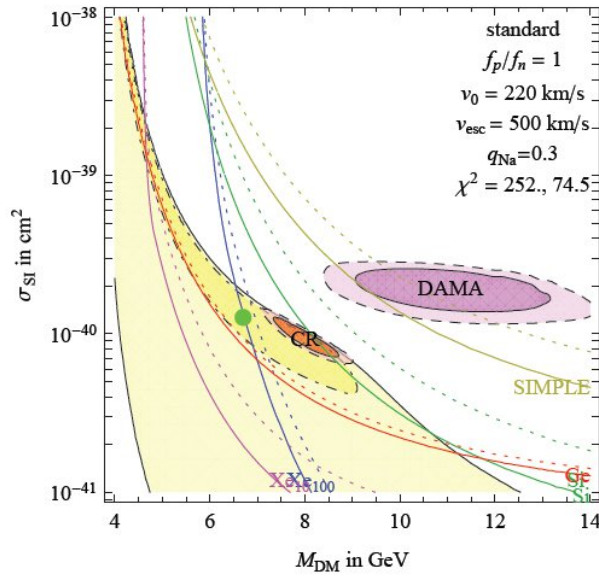


Abbildung 3.4: Das Beispiel zeigt den in Farina et al. (2011) [13] verwendeten „Standard-Fit“ (nur spinunabhängige Wechselwirkung; $F_{DM} = 1$ (Formfaktor); $f_p = f_n = 1$; s. Abb.) an die Messungen der Experimente DAMA/LIBRA (lila), CoGeNT (rot), XENON10(100) und weiterer Experimente

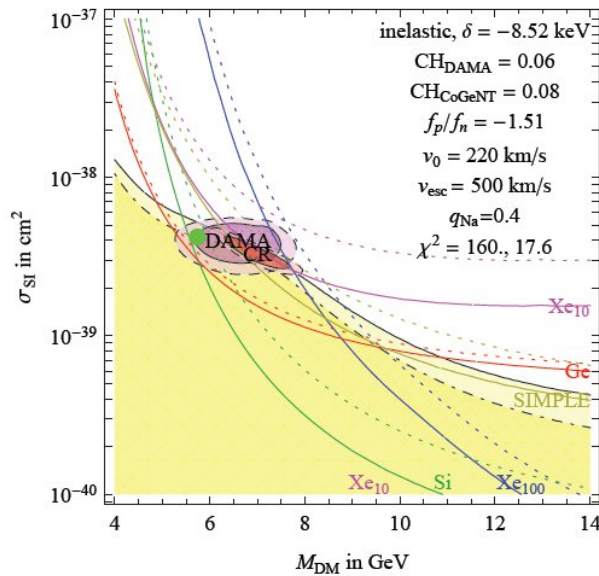


Abbildung 3.5: Das Beispiel zeigt den in Farina et al. (2011) [13] verwendeten Fit mit modifizierten Parameterwerten (s. Abb.) und unter Berücksichtigung von „Channeling“ ($CH_{DAMA} = 0.06$, $CH_{CoGeNT} = 0.08$) und inelastischen Stößen an die Messungen der Experimente DAMA/LIBRA (lila), CoGeNT (rot), XENON10(100) und weiterer Experimente

und der Erhaltung der R-Parität stabil, könnte allerdings durch eine teilweise Verletzung jenes Erhaltungssatzes dennoch in SM-Teilchen zerfallen. Ähnliche Verletzungen von Erhaltungssätzen werden auch innerhalb des SM diskutiert - z.B. der Zerfall des Protons.

Die Methode der indirekten Suche umfasst drei Untermethoden zur spezielleren Suche, die aus der Vielfalt der möglichen Endprodukte aus einem Zerfall oder einer Annihilation

folgen:

- Suche über γ -Photonen
- Suche über Antimaterie
- Suche über Neutrinos

Während bei den Suchen über γ -Photonen und Antimaterie auch Reaktionen im Halo der Milchstraße in Betracht gezogen werden, konzentriert man sich bei der Suche über Neutrinos auf Reaktionen im Zentrum der Sonne, da die Dichte der Neutrinos im Halo bezogen auf ihren Wirkungsquerschnitt zu klein ist. Die Sonne wäre jedoch aufgrund ihres Gravitationspotentials in der Lage, Neutrinos zu fangen und ihre Dichte zu erhöhen.

Die Suche über Antimaterie hat gegenüber den anderen Untermethoden den Nachteil, dass geladene Teilchen unter Anderem an Magnetfeldinhomogenitäten der Milchstraße gestreut und durch Schockfronten beschleunigt werden können (s. Diffusionsmodell, s. Salati et al. (2010) [21]). Dabei geht z.B. die Richtungsinformation verloren.

Eine charakteristische Größe bei den Messungen ist die Teilchenrate bzw. der Fluss.

Von besonderer Bedeutung im Verlauf dieser Bachelor-Arbeit sind die Experimente H.E.S.S. und Fermi, die jeweils Messungen des γ -Photonenflusses durchführen. Auf sie wird später ausführlicher eingegangen. Da die Suchen über Antimaterie und Neutrinos zurzeit nicht in AstroFit eingehen, werden sie in dieser Arbeit nicht ausführlicher behandelt.

Im folgenden Abschnitt werde ich die theoretischen Erwartungen an die Suche über γ -Photonen und Neutrinos nennen.

3.2.1 Theoretische Anmerkungen

Suche über γ -Photonen

Der differentielle γ -Photonen-Fluss aus WIMP-Annihilationen $\frac{d\Phi_{ann}(\Delta\Omega, E_\gamma)}{dE_\gamma}$ ist gegeben durch

$$\frac{d\Phi_{ann}(\Delta\Omega, E_\gamma)}{dE_\gamma} = \underbrace{\frac{1}{8\pi} \frac{\langle\sigma_{ann}v\rangle}{m_\chi^2} \frac{dN_\gamma}{dE_\gamma}}_{\text{Teilchenphysik}} \cdot \underbrace{\frac{1}{\Delta\Omega} \int_{\Delta\Omega} d\Omega \int_{los} \rho^2(\vec{r}(l)) dl}_{\text{Astrophysik}}. \quad (3.14)$$

Durch Integration kann daraus der Fluss gewonnen werden (s. Gleichung 3.15). Die rechte Seite von Gleichung 3.14 ist in zwei Terme aufgeteilt, von denen der eine durch die Teilchenphysik und der andere durch die Astrophysik beschrieben wird. Im teilchenphysikalischen Term gehen unter Anderem der durch die relative WIMP-Geschwindigkeit gewichtete Annihilationswirkungsquerschnitt $\langle\sigma_{ann}v\rangle$ und die WIMP-Masse m_χ ein. Des Weiteren enthält er die differentielle Anzahl an γ -Photonen aus der Annihilation $\frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} = \sum B_f \frac{dN_\gamma^f}{dE_\gamma}$.

Sie ist die Summe aus den differentiellen γ -Photonenzahlen für verschiedene mögliche Endzustände $\frac{dN_\gamma^f}{dE_\gamma}$ gewichtet durch ihre Verzweigungsverhältnisse B_f (Wahrscheinlichkeit für den Zerfall in den Endzustand f). Der astrophysikalische Term ist das Integral über die WIMP-Dichte ρ entlang der Sichtlinie („line of sight“(los)) gemittelt über den Öffnungswinkel $\Delta\Omega$ des Detektors. Dieser Term wird oft mit $\bar{J}(\Delta\Omega)$ abgekürzt.

Aus Gleichung 3.14 folgt der Fluss

$$\Phi_{ann}(E > E_0) = \int_{E_0}^E \frac{d\Phi_{ann}}{dE_\gamma} dE_\gamma = \frac{1}{8\pi} \frac{\langle \sigma_{ann} v \rangle}{m_\chi^2} \underbrace{\int_{E_0}^E \frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} dE_\gamma}_{N_\gamma(E > E_0)} \cdot \bar{J}(\Delta\Omega). \quad (3.15)$$

Als obere Grenze kann m_χ gewählt werden, da die WIMP-Geschwindigkeiten sehr klein sind (s. Abschnitt 3.1.1) und sie die maximale Energie eines Photons aus der Annihilation darstellt (s.u.)

Die Anzahl der vom Detektor gemessenen γ -Photonen oberhalb einer minimalen Energie ist (s. Abramowski et al. (2011) [6])

$$N_{\gamma,D}(E > E_0) = T_{obs} \int_{E_0}^E A_{eff}(E_\gamma) \frac{d\Phi_{ann}}{dE_\gamma} dE_\gamma \quad (3.16)$$

mit der Beobachtungszeit T_{obs} und der effektiven Detektorfläche A_{eff} .

Erhält man aus der Messung die Anzahl der γ -Photonen für ein gegebenes Vertrauensniveau „c.l.“ (z.B. 95%), so kann daraus der Fluss ermittelt werden durch

$$N_{\gamma,D}^{95\%}(E > E_0) = \frac{T_{obs} \int_{E_0}^{m_\chi} A_{eff}(E_\gamma) \frac{d\Phi_{ann}}{dE_\gamma} dE_\gamma}{\int_{E_0}^{m_\chi} \frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} dE_\gamma} \cdot \Phi_{\gamma,D}^{95\%}(E > E_0). \quad (3.17)$$

Die gemessenen Photonen stammen meist nicht direkt (über Schleifenprozesse; s. Abbildung 3.6) aus der Annihilation, sondern aus sekundären Prozessen (weiterer Zerfall der Endprodukte oder „interne Bremsstrahlung“ im Falle geladener Endprodukte). Mögliche Neutralino-Annihilationen sind z.B.:

- $XX \rightarrow \gamma\gamma$ (Schleifenprozess: unterdrückt)
- $XX \rightarrow \gamma Z^0$ (Schleifenprozess: unterdrückt)
- $XX \rightarrow e^- e^+$
- $XX \rightarrow \mu^- \mu^+ / \tau^- \tau^+$
- $XX \rightarrow q\bar{q}$
- $XX \rightarrow W^- W^+$

mit evtl. weiteren Reaktionsprodukten. Das geringe Verzweigungsverhältnis für die direkten Reaktionen in γ -Photonen ist schade, denn gerade diese Reaktionen würden unverwechselbare Signale liefern, bei denen die Photonenenergien festgelegt sind durch

$$E_\gamma = m_\chi (XX \rightarrow \gamma\gamma)$$

$$E_\gamma = m_\chi \left(1 - \frac{m_{Z^0}^2}{m_\chi^2}\right) (XX \rightarrow \gamma Z^0)^2$$

Man beachte, dass bei der Berechnung dieser Energien die Annahme quasi ruhender Neutralinos eingeht.

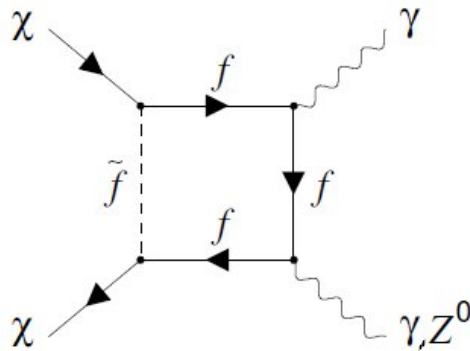


Abbildung 3.6: Zwei Neutralinos annihilieren über einen virtuellen Austausch eines super-symmetrischen Fermions \tilde{f} (Boson) in ein Fermion-Antifermion-Paar f , die anschließend durch den (virtuellen) Austausch eines Fermions in zwei Photonen (bzw. ein Photon- Z^0 -Boson-Paar) zerfallen. Der Schleifenprozess ist virtuell. Die reelle Reaktion besteht in der direkten Annihilation in zwei Photonen (ein Photon- Z^0 -Boson-Paar).

3.2.2 Experimente der indirekten Suche

H.E.S.S

H.E.S.S. (**H**igh **E**nergy **S**tereoscopic **S**ystem) [5] ist ein Verbund aus vier identischen Tscherenkow-Teleskopen, die zur Untersuchung von hochenergetischer kosmischer γ -Strahlung im Energiebereich 100 GeV bis 100 TeV eingesetzt werden. Das erste Teleskop ging bereits im Sommer 2002 in Betrieb. Seit Dezember 2003 werden alle vier Teleskope gemeinsam eingesetzt.

Jedes der Teleskope, die sich jeweils an den Ecken eines Quadrates mit 120 m Seitenlänge befinden, setzt sich aus 382 kreisförmigen Spiegelflächen mit einem Durchmesser von 60 cm zu einer Gesamtspiegelfläche von ca. 108 m² zusammen.

$$\begin{aligned} 2m_\chi &= \sqrt{m_{Z^0}^2 + p_{Z^0}^2} + E_\gamma \quad | p_{Z^0} = p_\gamma, p_\gamma = E_\gamma \\ \implies (2m_\chi - E_\gamma)^2 &= m_{Z^0}^2 + E_\gamma^2 \\ \implies 4m_\chi^2 - 4m_\chi E_\gamma &= m_{Z^0}^2 \\ \implies 1 - \frac{E_\gamma}{m_\chi} &= \frac{m_{Z^0}^2}{4m_\chi^2} \end{aligned}$$

Trifft ein hochenergetisches γ -Photon auf die Atmosphäre der Erde, verringert es durch Stöße seine Energie, die zur Erzeugung neuer Teilchen eingesetzt wird. Geladene Teilchen (Elektronen, Myonen, Pionen,...) mit einer ausreichend großen Lebensdauer und genügend kinetischer Energie, sodass sie sich im Medium „Luft“ über eine längere Strecke hinweg mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen, erzeugen Tscherenkow-Strahlung. Diese wird von den H.E.S.S.-Teleskopen registriert. Jedes Teleskop fokussiert das Tscherenkow-Licht auf eine Kamera mit 960 Photomultiplerröhren. ([5])

Die Position eines Ereignisses, das in der Atmosphäre stattfand und von den Teleskopen registriert wurde, kann mittels stereoskopischer Rekonstruktion ermittelt werden.

Fermi

„Fermi“[17] ist ein Weltraumteleskop zur Untersuchung von kosmischer γ -Strahlung im Energiebereich 8 keV bis 300 GeV. Es trägt die Instrumente Fermi-LAT (**L**arge **A**rea **T**elescope) und Fermi-GBM (**G**LAST **B**urst **M**onitor). Der wissenschaftliche Einsatz von Fermi begann im August 2008.

Fermi-LAT sucht in einem Raumwinkel von 2 sr jederzeit nach Quellen von γ -Strahlung mit einer Energie von 30 MeV bis 300 GeV. Signale durch kosmische Strahlung in Form geladener Teilchen verunreinigen das Signal für die γ -Strahlung. Ein „Antikoinzidenzdetektor“ sortiert diese zu >99.99% aus [17]. In Abbildung 3.7 wird ein schematischer Aufbau und die Funktionsweise des Instruments dargestellt.

Fermi-GMB untersucht den gesamten Himmelsausschnitt, der nicht von der Erde verdeckt ist, jederzeit nach γ -Strahlungsausbrüchen in einem Energieintervall von 8 keV bis 30 MeV. Das Instrument besteht unter anderem aus zwölf scheibenförmigen Detektoren aus NaI mit unterschiedlicher Ausrichtung, die für den Nachweis niedrigerenergetischer γ -Strahlung eingesetzt werden, und zwei zylindrischen Detektoren aus Bismut-Germaniumoxid($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$), die für den Nachweis höherenergetischer γ -Strahlung dienen. Die Detektoren weisen die γ -Strahlung über Szintillation nach. [17]

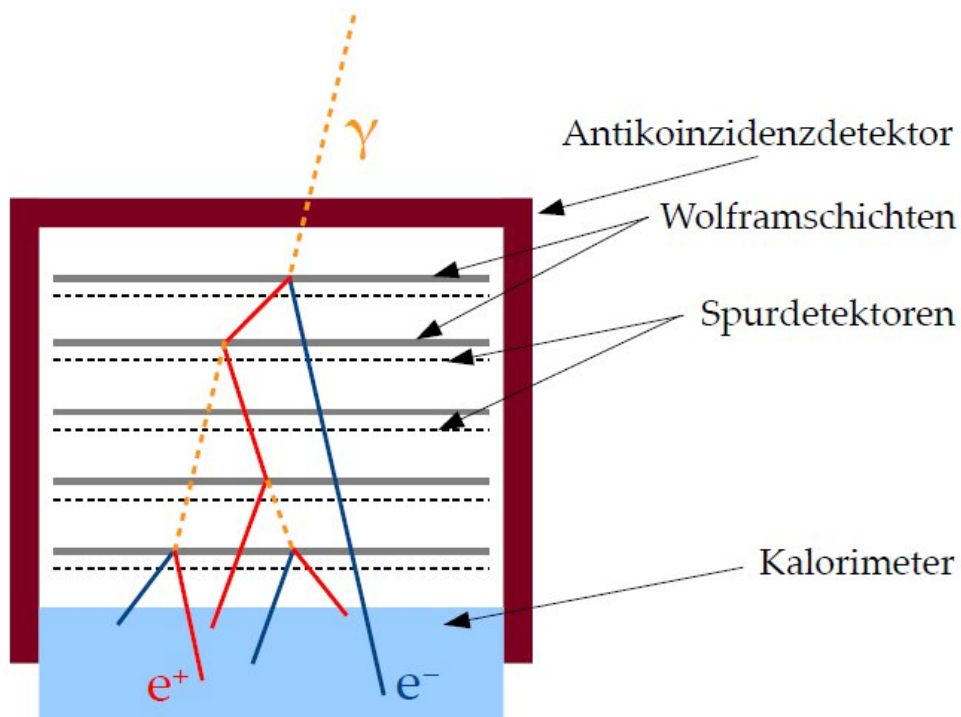


Abbildung 3.7: Schematischer Aufbau des Fermi-LAT; ein eingestrahktes γ -Photon erzeugt in einer Wolframschicht ein Elektron-Positron-Paar, welches durch Bremstrahlung evtl. weitere γ -Photonen erzeugt, die ihrerseits wieder Elektron-Positron-Paare erzeugen usw. (Schauerbildung); die Spur der Elektronen/Positronen wird über die Spurdetektoren aufgezeichnet; im Kalorimeter wird die Energie des γ -Photons durch Summation aller gemessenen anteiligen Energien der Schauerprodukte ermittelt

Kapitel 4

statistische Auswertung in AstroFit

4.1 Eigenschaften der Normal- und Poissonverteilung

Die Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ (auch Gaußverteilung genannt) ist eine kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilung. Sie wird beschrieben durch ihre Dichtefunktion

$$\phi_{\mu, \sigma^2}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.1)$$

die auch als Gaußfunktion oder Glockenfunktion bezeichnet wird. $\mu = E(T)$ ist der Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen $T \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ und $\sigma^2 = V(T)$ ihre Varianz. Eine normalverteilte Zufallsvariable T nimmt mit der Wahrscheinlichkeit $P(a \leq T \leq b) = \int_a^b \phi_{\mu, \sigma^2}(t) dt$ Werte zwischen a und b an.

Die „Standardnormalverteilung“ $\mathcal{N}(0, 1)$ ist ein Spezialfall der Normalverteilung mit der dazugehörigen Dichtefunktion

$$\phi_{0,1}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right). \quad (4.2)$$

Wie zuvor ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine standardnormalverteilte Zufallsvariable $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ Werte zwischen a und b annimmt, durch $P(a \leq Z \leq b) = \int_a^b \phi_{0,1}(t) dt$ gegeben.

Es ist möglich eine normalverteilte Zufallsvariable T in eine standardnormalverteilte

⁰Zur Vorbereitung

Zufallsvariable Z zu transformieren:

$$\begin{aligned}\phi_{\mu,\sigma^2}(t)dt &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)dt \quad | \quad z = \frac{t-\mu}{\sigma} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)d(\sigma z + \mu) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)\sigma d(z) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz = \phi_{0,1}(z)dz\end{aligned}$$

Folglich gilt:

$$T \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \implies \frac{T - \mu}{\sigma} =: Z \sim \mathcal{N}(0, 1). \quad (4.3)$$

Sind $T_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ und $T_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ zwei stochastisch unabhängige normalverteilte Zufallsvariablen, so ist ihre Summe $T = T_1 + T_2$ ebenfalls normalverteilt mit $\mu = \mu_1 + \mu_2$ und $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$.¹ „Stochastisch unabhängig“ bedeutet, dass sich die Wahrscheinlichkeit für den Ausgang eines Versuchs mit s Zufallsvariablen $P(Z_1 = z_1 \wedge \dots \wedge Z_s = z_s)$ als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten $\prod_{i=1}^s P(Z_i = z_i)$ darstellen lässt.

Die Poissonverteilung $\text{Pois}(\lambda)$ ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung, in der eine Zufallsvariable $K \sim \text{Pois}(\lambda)$ mit der Wahrscheinlichkeit

$$P_\lambda(K = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda) \quad (4.4)$$

den Wert k annimmt. $\lambda = E(K) = V(K)$ beschreibt gleichzeitig den Erwartungswert und die Varianz einer poissonverteilten Zufallsvariablen. Für eine größere Anzahl an Ereignissen ($\lambda > 10$) kann die Poissonverteilung durch eine Normalverteilung mit $\mu = \lambda$ und $\sigma^2 = \lambda$ approximiert werden.

Sind $K_1 \sim \text{Pois}(\lambda)$ und $K_2 \sim \text{Pois}(\lambda)$ zwei unabhängige poissonverteilte Zufallsvariablen, so ist ihre Summe $K = K_1 + K_2$ ebenfalls poissonverteilt mit $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.²

4.2 Chi-Quadrat-Statistik

Eine Zufallsvariable X_s heißt χ_s^2 (Chi-Quadrat)-verteilt, wenn sie sich als die Summe von s voneinander unabhängiger quadrierter standardnormalverteilter Zufallsvariablen Z_i

¹Ansatz: für die Summe zweier unabhängiger Zufallsvariablen kontinuierlicher Wahrscheinlichkeitsverteilungen $T = T_1 + T_2$ gilt $\phi_T(t) = \int \phi_{T_1}(t') \phi_{T_2}(t - t') dt'$, mit den entsprechenden Dichtefunktionen ϕ

²Ansatz: für die Summe zweier unabhängiger Zufallsvariablen diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen $K = K_1 + K_2$ gilt $P_\lambda(K_1 + K_2 = k) = \sum_{i=0}^k P_{\lambda_1}(K_1 = i) \cdot P_{\lambda_2}(K_2 = k - i)$ mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeitsfunktionen P

schreiben lässt, d.h.

$$Z_i \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad X_s = \sum_{i=1}^s Z_i^2 \implies X_s \sim \chi_s^2 \quad (4.5)$$

„s“ ist die Anzahl an Freiheitsgraden.

Im Falle normalverteilter Zufallsvariablen T_i lautet die χ_s^2 -Verteilung (s. Gleichung 4.3):

$$X_s = \sum_{i=1}^s \frac{(T_i - \mu_i)^2}{\sigma_i^2} \quad | \quad X_s \sim \chi_s^2, \quad T_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2) \quad (4.6)$$

Die χ_s^2 -Verteilung besitzt die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$\phi_s(z) = \frac{1}{2^{\frac{s}{2}} \Gamma(\frac{s}{2})} z^{\frac{s}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2}), \quad (4.7)$$

wobei $\Gamma(\frac{s}{2}) = \int_0^\infty z^{\frac{s}{2}-1} \exp(-z) dz$ die Gammafunktion beschreibt. Auch hier gilt für die Wahrscheinlichkeit, dass X_s Werte zwischen a und c annimmt,

$$P(a \leq X_s \leq c) = \int_a^c \phi_s(z) dz. \quad (4.8)$$

Wird die untere Grenze a null gesetzt, kann die Wahrscheinlichkeit $P(X_s \leq c) = \int_0^c \phi_s(z) dz = 1 - \alpha \approx c.l.$ mit der Restwahrscheinlichkeit α (α -Fehler) zur Angabe eines Vertrauensniveaus *c.l.* („confidence level“) für eine gegebene Anzahl an Freiheitsgraden verwendet werden. Außerdem kann für ein gegebener α -Fehler und eine gegebene Anzahl an Freiheitsgraden der Wert für die obere Grenze c bestimmt werden - z.B. erhält man für $\alpha = 5\%$ und $s=2$ den Wert $c=5.99$. Es existieren viele Tabellen, die die Werte für c zu steigendem s und α auflisten. Sie besitzen im Zusammenhang mit dem χ^2 -Test eine besondere Relevanz.

Im Prinzip folgen fast alle Daten, die aus den Experimenten zur Suche nach dunkler Materie gewonnen werden, einer Poissonverteilung, da in erster Linie einzelne Ereignisse (z.B. Stöße von WIMPs oder Photonen aus der Annihilation) gemessen werden.

Die χ_s^2 -Verteilung für poissonverteilte Zufallsvariablen $K_i \sim Pois(\lambda_i)$ ist nicht definiert, da sich eine poissonverteilte Zufallsvariable nicht in eine normal- und damit standardnormalverteilte Zufallsvariable transformieren lässt. Allerdings kann im Falle vieler Ereignisse die Poissonverteilung durch eine Normalverteilung approximiert werden, sodass eine Näherung der χ_s^2 -Verteilung für poissonverteilte Zufallsvariablen formuliert werden kann:

$$X_{P,s} = \sum_{i=1}^s \frac{(K_i - \lambda_i)^2}{\lambda_i}. \quad (4.9)$$

Dabei wurden in Gleichung 4.6 μ_i und σ_i^2 durch λ_i substituiert.

Auch die χ_s^2 -Verteilung besitzt die Eigenschaft, dass die Summe χ^2 -verteilter Zufallsvariablen wiederum χ_s^2 -verteilt ist:

$$X_j \sim \chi_{s_j}^2 \implies \sum_{j=1}^n X_j = X \sim \chi_{\sum_{j=1}^n s_j}^2. \quad (4.10)$$

4.3 Astrofit-Input

Die durch Stöße mit WIMPs oder Zerfälle bzw. Annihilation von WIMPs erzeugten Signale in den Detektoren (Wechselwirkungsraten R, Teilchenzahlen N) werde ich im Folgenden abgekürzt als „Signale“ bezeichnen. Ihnen gegenüber stehen die Hintergrundsignale. Zusammen ergeben sie das Gesamtsignal.

In AstroFit gehen drei verschiedene Arten von Daten ein:

- einzelne Datenpunkte mit Fehlern
- Signalgrenzen auf einem bekannten Vertrauensniveau
- Signalregionen innerhalb eines bekannten Vertrauensniveaus

Diese werden in den folgenden Unterabschnitten anhand von Beispielen aus Experimenten erläutert.

4.3.1 einzelne Datenpunkte

Beispiel: $\rho_{relic} = 0.1123 \pm 0.0035$

Einzelne Datenpunkte gehen z.B. aus der Bestimmung der Reliktdichte ρ_{relic} - die Dichte der dunklen Materie, die aus der Entstehungszeit des Universum stammt - hervor.

4.3.2 Signalgrenzen

Beispiel: s. *Abbildung 4.2*

In den meisten Experimenten werden Signalgrenzen ermittelt - z.B. in den Experimenten zur indirekten Suche oder im XENON100-Experiment.

Praktisch ist es nicht möglich, Hintergrundsignale mit 100%-iger Wahrscheinlichkeit auszusortieren. Hinzu kommt, dass die Wechselwirkung mit WIMPs ein stochastischer Prozess ist. Die Signalgrenzen besagen, wie groß ein gemessenes Signal maximal sein darf,

um innerhalb des angegebenen Vertrauensniveaus als Schwankung um einen Erwartungswert, gegeben durch die Hintergrundsignale, Detektoreigenschaften etc., angesehen bzw. nicht entdeckt zu werden. Oft werden Werte wie z.B. 90% und 95% oder 2σ ($\hat{=}95,5\%$) und 3σ ($\hat{=}99,7\%$) als Vertrauensniveau angegeben. Kennt man beispielsweise eine Signalgrenze für den Photonenfluss auf dem 95%-Vertrauensniveau, so ist die Aussage, dass ein gegebener Wert für den Fluss oberhalb der Grenze nicht als Schwankung um den Erwartungswert angesehen wird, mit einer Fehlerwahrscheinlichkeit von maximal $\approx 5\%$ behaftet.

Signalgrenzen bei der indirekten Suche

Bei der indirekten Suche über γ -Photonen kann unter Umständen ein Abgleich mit einer Hintergrundregion durchgeführt werden. Dabei werden die Gesamtsignale N_{on} eines Himmelsausschnittes, in dem eine Ansammlung von dunkler Materie vermutet wird (on), und N_{off} eines umgebenden Ausschnittes, in dem keine dunkle Materie vermutet wird (off), betrachtet (s. Abbildung 4.1). N_{off} entspricht dem Hintergrundsignal. Das Signal N_γ ergibt sich aus der Differenz der jeweils auf den beobachteten Raumwinkel $\Delta\Omega$ bezogenen Gesamtsignale:

$$\frac{N_\gamma}{\Delta\Omega_{on}} = \frac{N_{on}}{\Delta\Omega_{on}} - \frac{N_{off}}{\Delta\Omega_{off}} \quad | \quad \alpha = \frac{\Delta\Omega_{on}}{\Delta\Omega_{off}} \quad (4.11)$$

$$N_\gamma = N_{on} - \alpha N_{off} \quad (4.12)$$

Enthält der Himmelsausschnitt „on“ keine dunkle Materie, so erwartet man eine Schwankung von N_γ um Null. Allerdings kann N_γ innerhalb eines gegebenen Vertrauensniveaus auch nach einem Beitrag durch dunkle Materie als Schwankung um Null angesehen werden. Im Rahmen der Poisson-Statistik lässt sich dies wie folgt beschreiben (s. Abschnitt 4.1):

$$\begin{aligned} N_{on} &\sim Pois(\lambda_1), \quad N_{off} \sim Pois(\lambda_2) \\ N_{on} - \alpha N_{off} &= N_\gamma \\ \implies E(N_\gamma) &= \lambda_1 - \alpha\lambda_2, \quad V(N_\gamma) = \lambda_1 + \alpha^2\lambda_2 \quad ^1 \\ \implies \sigma_{N_\gamma} &= \sqrt{\lambda_1 + \alpha^2\lambda_2} \end{aligned} \quad (4.13)$$

N_γ ist nicht poissonverteilt ($E(N_\gamma) \neq (N_\gamma)$). Folglich ist eine Berechnung des X_s über Gleichung 4.9 nicht möglich.

¹für unabhängige Zufallsvariablen X und Y diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen gilt:
 $V(aX + b) = a^2V(X)$
 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$
 $E(aX + b) = aE(X) + b$
 $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

Für $\lambda_{1,2} > 10$ sind N_{on} und N_{off} jedoch annähernd normalverteilt. Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
 N_{on} &\sim \mathcal{N}(\lambda_1, \lambda_1), \quad N_{off} \sim \mathcal{N}(\lambda_2, \lambda_2) \\
 \implies \alpha N_{off} &\sim \mathcal{N}(\alpha\lambda_2, \alpha^2\lambda_2) \quad ^2 \\
 \implies N_{on} - \alpha N_{off} = N_\gamma &\sim \mathcal{N}(\lambda_1 - \alpha\lambda_2, \lambda_1 + \alpha^2\lambda_2)
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Somit kann X_s über Gleichung 4.6 berechnet werden.

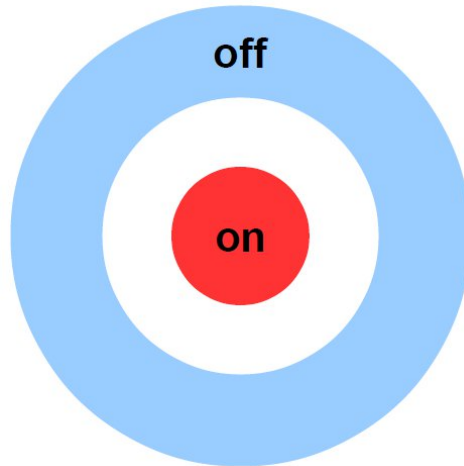


Abbildung 4.1: Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt „on“ im Raumwinkel $\Delta\Omega_{on}$ mit dem Gesamtsignal N_{on} und einen umgebenden Ausschnitt „off“ im Raumwinkel $\Delta\Omega_{off}$ mit dem Gesamtsignal N_{off}

Wurde die Signalgrenze zu einem gegebenen Vertrauensniveau gefunden, kann z.B. mit Gleichung 3.17 eine Flussgrenze berechnet werden. Dieser kann mit dem theoretischen Fluss verglichen werden.

Bei der indirekten Suche über Antimaterie und Neutrinos wird im Gegensatz zum zuvor beschriebenen Verfahren kein Abgleich mit einer Hintergrundregion durchgeführt. Es wird nach einer Abweichung vom erwarteten Gesamtsignal gesucht.

Signalgrenzen bei der direkten Suche

Die Bestimmung der Signalgrenzen bei der direkten Suche erfolgt ähnlich zur Bestimmung bei der indirekten Suche über Antimaterie und Neutrinos. Aufgrund der sorgfältigen Abschirmung der Detektoren können bei der direkten Suche jedoch genauere Abschätzungen für das erwartete Hintergrundsignal gemacht werden. Im Falle der Experimente DAMA/LIBRA und CoGeNT, die eine Modulation des Gesamtsignals fanden, wird das unmodulierte Gesamtsignal zur Abschätzung der Signalgrenzen verwendet.

²Folgt aus dem Satz zur linearen Transformation für eine kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilung. Für eine normalverteilte Zufallsvariable $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ besagt er:
 $Y = aX + b$ ($a \neq 0$) ist die lineare Transformation von $X \implies Y \sim \mathcal{N}(a\mu + b, a^2\sigma^2)$

Beobachtete Wechselwirkungsraten, die aus den Experimenten folgen und mit Fehlern behaftet sind, können mit theoretischen, durch WIMPs verursachte, Raten verglichen werden. Verschiedene Wertepaare für die WIMP-Masse m_χ und die Wechselwirkungsquerschnitte σ_{SI} können mit Gleichung 3.1, 3.5 und 3.6 in Raten umgerechnet werden. Mit der Annahme, dass die Vorhersage die beobachtete Rate nicht übersteigt, können innerhalb eines gegebenen Vertrauensintervalls mehrere Wertepaare für σ_{SI} und die m_χ möglich sein. Daraus ergibt sich eine Signalgrenze in Form einer Kurve im σ_{SI} - m_χ -Diagramm.

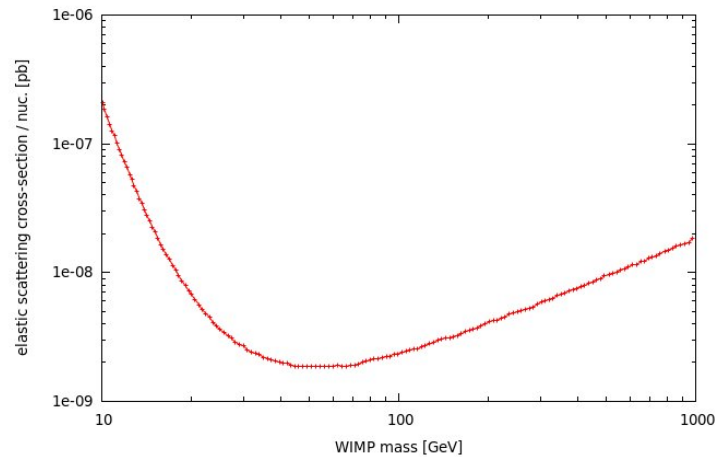


Abbildung 4.2: Beispiel für Signalgrenzen aus dem XENON100-Experiment

4.3.3 Signalregionen

Beispiel: s. Abbildung 4.3

Die Experimente DAMA/LIBRA und CoGeNT sammeln Daten über die jährliche Modulation, deren Erklärung zurzeit nur über die Annahme der Existenz von WIMPs möglich ist. Folglich geschieht die Messung hintergrundfrei und die Modulation lässt sich direkt auf ein Signal zurückführen.

Die beobachtete Modulation (s. Abbildung 3.1) kann über Gleichung 3.4 mit der theoretisch durch WIMPs verursachten Modulation verglichen werden. Ein Fit in Form der theoretischen Modulation besitzt für diverse Paare von Periodendauer T und Phase t_0 unterschiedliche Werte für X_s . Paare, die dieselben Werte für X_s ergeben, liegen auf einer geschlossenen Kurve in der T - t_0 -Ebene. Durch Minimierung von X_s für T und t_0 als freie Parameter erhält man den bestmöglichen Fit an die Daten.

Das Wertepaar für die erwartete, durch WIMPs verursachte, Modulation ($t_0 \approx 153$ d, $T = 1$ a) liegt für DAMA/LIBRA und CoGeNT innerhalb des 1σ -Vertrauensniveaus um den bestmöglichen Fit. Während bei DAMA/LIBRA die Aussage, dass keine Modulation vorliegt, im Energiebereich 2-6 keV innerhalb des 8.9σ -Vertrauensniveaus ausgeschlossen werden kann, kann sie bei CoGeNT im Energieintervall 0.5-3 keV lediglich innerhalb des

2.8 σ -Vertrauensniveaus ausgeschlossen werden. (s. Fox et al. (2011) [15])

Möchte man aus den gemessenen Raten Aussagen über die Wirkungsquerschnitte der WIMPs machen, muss beachtet werden, dass auch ein Teil des unmodulierten Gesamtsignals zum Signal beitragen kann. Es können Signalregionen für das unmodulierte und das modulierte Gesamtsignal gefunden werden. Im Falle des unmodulierten Gesamtsignals wird angenommen, dass sich Abweichungen von der Vorhersage (nach Abzug des Hintergrundes etc.) ausschließlich aus WIMP-Beiträgen zusammensetzt.

In AstroFit gehen Daten in Form zweier geschlossener Kurven auf unterschiedlichen Vertrauensniveaus im m_χ - σ_{SI} -Diagramm ein (s. Abbildung 4.3). Mitunter wird zusätzlich ein Best-Fit-Punkt angegeben.

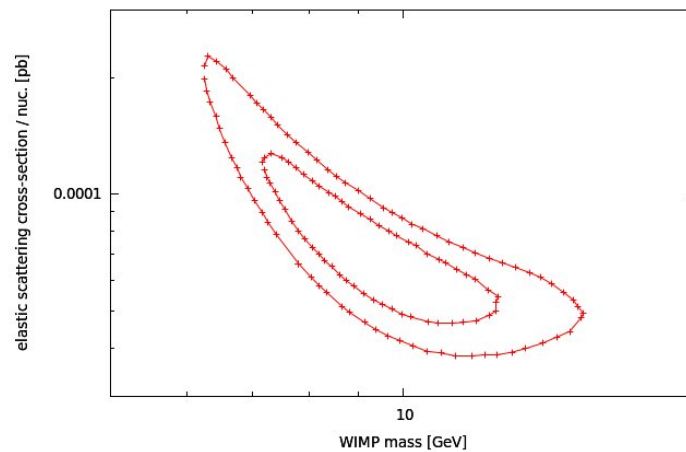


Abbildung 4.3: Beispiel für Signalregionen aus dem CoGeNT-Experiment

4.4 Chi-Quadrat-Statistik und AstroFit

In diesem Abschnitt werde ich die Berechnung der Beiträge X_j in $X = \sum_{j=1}^n X_j$ aus Vergleichen von theoretischen und experimentellen Daten beschreiben.

4.4.1 einzelne Datenpunkte

Die Berechnung des X_j erfolgt über Gleichung 4.6 bzw. 4.9.

4.4.2 Signalgrenzen

Signalgrenzen bei der indirekten Suche

Im Falle der γ -Photonen-Flüsse ist die Berechnung des X_j über Gleichung 4.6 möglich. Es wird angenommen, dass der Erwartungswert $\mu = 0$ ist und die Standardabweichung σ aus der Kenntnis des Vertrauensniveaus bestimmt werden kann. Aus einem

95%-Vertrauensniveau bei einem Freiheitsgrad folgt z.B.:

$$\begin{aligned} 95\% &\implies X_{1,95\%} = 3.84 = \frac{(\Phi_{ann}^{95\%} - 0)^2}{\sigma^2} \\ &\implies \sigma = \frac{\Phi_{ann}^{95\%}}{\sqrt{3.84}} \\ &\implies X_j = 3.84 \left(\frac{\Phi_{ann}}{\Phi_{ann}^{95\%}} \right)^2 \end{aligned}$$

und für beliebige Vertrauensniveaus (c.l.)

$$\implies X_j = X_{1,c.l.} \left(\frac{\Phi_{ann}}{\Phi_{ann}^{c.l.}} \right)^2 \quad (4.15)$$

Signalgrenzen bei der direkten Suche

σ_{SI} und m_χ folgen keiner Poisson- bzw. Normalverteilung. Eine Berechnung des X_j über Gleichung 4.9 oder 4.6 ist daher nicht angebracht. Bei der Erstellung der Kurven wurden allerdings die für diverse $\sigma_{SI} - m_\chi$ -Wertepaare zu erwartenden Raten $\frac{dR}{dE_R}$ mit der beobachteten Rate $(\frac{dR}{dE_R})_{exp}$ verglichen, die einer Normalverteilung folgt, und die entsprechenden Werte für X_i berechnet, aus denen der Wert des Vertrauensniveaus folgt. Die Werte für X_i folgen im Bezug auf $\frac{dR}{dE_R}$ - also im $X_i - \frac{dR}{dE_R}$ -Diagramm - einer Parabelform um $(\frac{dR}{dE_R})_{exp}$: $X_i = \left(\frac{(\frac{dR}{dE_R})_{exp} - \frac{dR}{dE_R}}{\sigma_{exp}} \right)^2 = a \left(\frac{dR}{dE_R} - b \right)^2$. Da die Wechselwirkungsrate proportional zum Wirkungsquerschnitt ist (s. Abschnitt 3.1.1), folgen die Werte für X_j im Bezug auf σ_{SI} und bei festem m_χ ebenfalls einer Parabelform: $X_j = \alpha (\sigma_{SI}|_{m_\chi} - \beta)^2$. „ $|_{m_\chi}$ “ zeigt an, dass m_χ festgehalten wird. Um eine konservative Berechnung des X_j durchzuführen - sodass $X_j \leq X_i$ - wird angenommen, dass $X_j = 0$ gilt für $\sigma_{SI} = 0$, d.h. $\beta = 0$. Die Breite der Parabel α kann aus der Kenntnis des Vertrauensniveaus berechnet werden. Wird z.B. eine Kurve auf dem 95%-Vertrauensniveau gegeben, so besitzt ein Punkt auf der Kurve bei einem Freiheitsgrad den Wert $X_{1,95\%} = 3.84$. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} X_{1,95\%} = 3.84 &= \alpha (\sigma_{SI}^{95\%}|_{m_\chi})^2 \\ \implies \alpha &= \frac{3.84}{(\sigma_{SI}^{95\%}|_{m_\chi})^2} \end{aligned}$$

und

$$X_j = 3.84 \frac{(\sigma_{SI}|_{m_\chi})^2}{(\sigma_{SI}^{95\%}|_{m_\chi})^2}$$

für beliebige σ_{SI} . Die allgemeine Darstellung lautet

$$X_j = X_{1,c.l.} \frac{(\sigma_{SI}|_{m_\chi})^2}{(\sigma_{SI}^{c.l.}|_{m_\chi})^2} \quad (4.16)$$

Gleichung 4.16 und 4.15 zeigen eine äquivalente Berechnung des X_j .

4.4.3 Signalregionen

Die Berechnung des X_j für Signalregionen erfordert die Kenntnis der Abhängigkeit der Ereignisrate von der WIMP-Masse $\frac{dR}{dE_R} \propto \sigma_{SI} f(m_\chi)$. $f(m_\chi)$ ist eine Funktion der WIMP-Masse (s. Abschnitt 3.1.1). Aus dieser Abhängigkeit folgt (s.o.) $X_j = \alpha(\sigma_{SI} f(m_\chi) - \beta)^2$. α und β können wiederum aus der Kenntnis der Vertrauensniveaus berechnet werden. Normalerweise werden die Vertrauensniveaus für Signalregionen im Bezug auf einen herausragenden Punkt - z.B. dem Best-Fit-Punkt - angegeben, der selbst einen Beitrag $X_i > \Delta X_i = 0$ haben kann. Punkte auf den Vertrauensniveaus besitzen dann die Werte $\Delta X_i < X_i$. Für eine konservative Berechnung wird angenommen, dass $X_j = \Delta X_i$ gilt.

Es sollten diejenigen Punkte $(\sigma_{SI}, m_\chi)|_{c.l.1/c.l.2}$ auf den dazugehörigen Kurven in die Berechnung eingehen, die auf einer geraden Verbindung mit dem zu vergleichenden Punkt (σ_{SI}, m_χ) liegen.

Falls kein Best-Fit-Punkt $(\sigma_{SI}, m_\chi)|_{bf}$ gegeben ist und (σ_{SI}, m_χ) außerhalb der inneren Kurve liegt, sollte die Gerade die kürzeste Verbindung zwischen (σ_{SI}, m_χ) und der inneren Kurve im $\log(\sigma_{SI})$ - $\log(m_\chi)$ -Diagramm darstellen - d.h.

$|(log(\sigma_{SI}), log(m_\chi)) - (log(\sigma_{SI}), log(m_\chi))|_{c.l.1}|$ ist minimal. Hier wird der Logarithmus verwendet, da der Abstand im σ_{SI} - m_χ -Diagramm von der Wahl der Einheiten abhängt und im Prinzip nicht definiert ist. Liegt (σ_{SI}, m_χ) innerhalb der inneren Kurve, wird aufgrund der Unsicherheiten $X_j = 0$ gesetzt.

Ist $(\sigma_{SI}, m_\chi)|_{bf}$ gegeben, sollte die Gerade ihn mit (σ_{SI}, m_χ) verbinden.

Als Beispiel seien die 95%- und 99%-Vertrauensniveaus gegeben. Bei zwei Freiheitsgraden besitzen Punkte auf den dazugehörigen Kurven - gekennzeichnet durch $|_{95\%/99\%}$ - die Werte $X_{2,95\%} = 6$ und $X_{2,99\%} = 9.2$. Daraus folgt das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} (i) \quad X_{2,95\%} = 6 &= \alpha(\sigma_{SI} f(m_\chi)|_{95\%} - \beta)^2 \\ (ii) \quad X_{2,99\%} = 9.2 &= \alpha(\sigma_{SI} f(m_\chi)|_{99\%} - \beta)^2 \end{aligned}$$

und dessen Lösung

$$\stackrel{(i)}{\implies} \alpha = \frac{6}{(\sigma_{SI} f(m_\chi)|_{95\%} - \beta)^2}$$

$$\begin{aligned}
\stackrel{(ii)}{\implies} 9.2 &= \frac{6}{(\sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%} - \beta)^2} (\sigma_{SI}f(m_\chi)|_{99\%} - \beta)^2 \\
\implies \beta &= \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%} - \sqrt{6} \cdot \frac{\sigma_{SI}f(m_\chi)|_{99\%} - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%}}{\sqrt{9.2} - \sqrt{6}} \\
\implies \alpha &= \frac{(\sqrt{9.2} - \sqrt{6})^2}{(\sigma_{SI}f(m_\chi)|_{99\%} - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%})^2}
\end{aligned}$$

Für beliebige σ_{SI} und m_χ ergibt sich X_j zu

$$\begin{aligned}
X_j &= \frac{(\sqrt{9.2} - \sqrt{6})^2}{(\sigma_{SI}f(m_\chi)|_{99\%} - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%})^2} \cdot (\sigma_{SI}f(m_\chi) - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%} \\
&\quad + \sqrt{6} \cdot \frac{\sigma_{SI}f(m_\chi)|_{99\%} - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%}}{\sqrt{9.2} - \sqrt{6}})^2 \\
\implies X_j &= \left(\frac{\sigma_{SI}f(m_\chi) - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%}}{\sigma_{SI}f(m_\chi)|_{99\%} - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{95\%}} (\sqrt{9.2} - \sqrt{6}) + \sqrt{6} \right)^2
\end{aligned}$$

Die allgemeine Darstellung für Vertrauensniveaus $c.l._1 \leq c.l._2$ lautet:

$$X_j = \left(\frac{\sigma_{SI}f(m_\chi) - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{c.l._1}}{\sigma_{SI}f(m_\chi)|_{c.l._2} - \sigma_{SI}f(m_\chi)|_{c.l._1}} (\sqrt{X_{2,c.l._2}} - \sqrt{X_{2,c.l._1}}) + \sqrt{X_{2,c.l._1}} \right)^2 \quad (4.17)$$

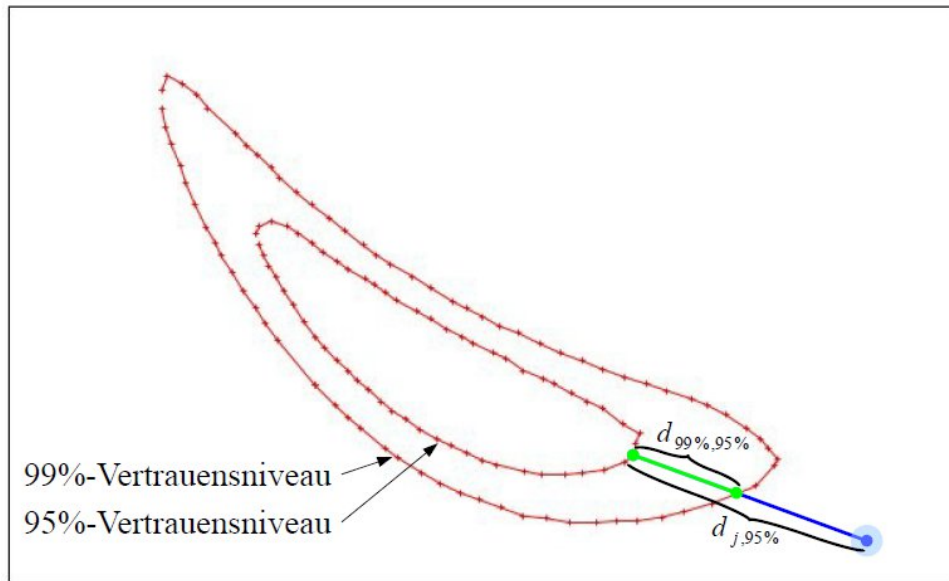
für (σ_{SI}, m_χ) außerhalb der inneren Kurve.

Ein Problem bei dieser Betrachtung ist, dass $f(m_\chi)$ aus Abschnitt 3.1.1 eine transzendente Gleichung ist, die eine weitere Unbekannte im Argument besitzt, nach der nicht aufgelöst werden kann. Folglich ist ihre Bestimmung zurzeit nicht möglich.

In AstroFit wird momentan eine andere Berechnung des X_j durchgeführt. Zwar sind durch sie insbesondere im Bereich stark von der Erwartung abweichender WIMP-Massen zu hohe X_j anzunehmen, jedoch gilt das Interesse ohnehin eher den WIMP-Massen in der Nähe der Erwartung (innerhalb des 3σ - bis 5σ -Vertrauensniveaus). Die Grundannahme bei jener Berechnung ist, dass ein Erwartungswert μ existiert, auf dem $X_j = 0$ gilt und bezüglich dem eine Normalverteilung des Abstands d (im $\log(\sigma_{SI})$ - $\log(m_\chi)$ -Diagramm) eines Punktes von ihm entlang einer Geraden vorliegt. Der Fehler σ der Normalverteilung wird aus der Kenntnis der Vertrauensniveaus berechnet. In Abbildung 4.4 wird dies veranschaulicht.

$(\sigma_{SI}, m_\chi)|_{c.l._1/c.l._2/bf}$ und (σ_{SI}, m_χ) sollten dieselben Bedingungen erfüllen, die bereits bei der vorherigen Methode erläutert wurden. Falls $(\sigma_{SI}, m_\chi)|_{bf}$ gegeben ist, wird bei dieser Methode zudem eine Berechnung des X_j für (σ_{SI}, m_χ) innerhalb der inneren Kurve durchgeführt, wobei angenommen wird, dass auf $(\sigma_{SI}, m_\chi)|_{bf}$ $X_j = 0$ gilt.

Als Beispiel seien wiederum zwei Kurven auf den 95%- und 99%-Vertrauensniveaus gegeben. Bei ursprünglich zwei Freiheitsgraden besitzen Punkte auf diesen Kurven die


 Abbildung 4.4: Abbildung zur Berechnung des X_j für Signalregionen

Werte $X_{2,95\%} = 6$ und $X_{2,99\%} = 9.2$. Es folgt das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}
 (i) \quad X_{2,95\%} &= 6 = \left(\frac{d_{95\%,\mu} - \mu}{\sigma} \right)^2 \\
 (ii) \quad X_{2,99\%} &= 9.2 = \left(\frac{d_{99\%,\mu} - \mu}{\sigma} \right)^2 \\
 (iii) \quad X_j &= \left(\frac{d_{j,\mu} - \mu}{\sigma} \right)^2 = \left(\frac{d_{95\%,\mu} + d_{j,95\%}}{\sigma} - \mu \right)^2 = \left(\frac{d_{j,95\%}}{\sigma} + \sqrt{6} \right)^2
 \end{aligned}$$

wobei $d_{95\%/99\%,\mu}$ die Abstände von Punkten auf den 95%- und 99%-Vertrauensniveaus zu μ und $d_{j,\mu}$ der Abstand eines beliebigen Punktes zu μ sind. Das Gleichungssystem besitzt die Lösung

$$\begin{aligned}
 \sqrt{(ii)} - \sqrt{(i)} &\implies \sigma = \frac{d_{99\%,\mu} - d_{95\%,\mu}}{\sqrt{9.2} - \sqrt{6}} = \frac{d_{99\%,95\%}}{\sqrt{9.2} - \sqrt{6}} \\
 \stackrel{(iii)}{\implies} X_j &= \left(\frac{d_{j,95\%}}{d_{99\%,95\%}} (\sqrt{9.2} - \sqrt{6}) + \sqrt{6} \right)^2
 \end{aligned}$$

Allgemein gilt

$$X_j = \left(\frac{d_{j,c.l.1}}{d_{c.l.2,c.l.1}} (\sqrt{X_{2,c.l.2}} - \sqrt{X_{2,c.l.1}}) + \sqrt{X_{2,c.l.1}} \right)^2 \quad (4.18)$$

für (σ_{SI}, m_χ) außerhalb der inneren Kurve und

$$X_j = \left(\frac{d_{j,bf}}{d_{c.l.1,bf}} (\sqrt{X_{2,c.l.1}}) \right)^2 \quad (4.19)$$

für (σ_{SI}, m_χ) innerhalb der inneren Kurve.

Gleichung 4.18 zeigt einen parabelförmigen Anstieg des X_j sowohl in Richtung von

σ_{SI} als auch in Richtung von m_χ . Ein derartiges Verhalten ließe sich durch Gleichung 4.17 beschreiben, indem $f(m_\chi) = m_\chi$ gesetzt wird. Angesichts der Betrachtungen im Abschnitt 3.1.1 stellt dies jedoch im Allgemeinen keine akkurate Näherung dar. Folglich dürfte auch die Berechnung des X_j nach der soeben beschriebenen Methode nicht sehr akkurat sein.

Kapitel 5

Ergebnisse

Um die im letzten Kapitel vorgeschlagenen Berechnungen in AstroFit einzubinden wurde der dazugehörige Quelltext in der Programmiersprache FORTRAN-77 geschrieben. Nach einigen Tests zur Funktionsweise der Berechnungen konnten reale Testläufe von AstroFit im Zusammenspiel mit DarkSUSY und Fittino durchgeführt werden.

5.1 Constraints mit AstroFit

Im Folgenden werden die Ergebnisse eines Testlaufs von AstroFit, in dem die Daten des XENON100-Experimentes eingingen, gezeigt und jeweils den Ergebnissen eines Testlaufs von Fittino - ohne Berücksichtigung von AstroFit - gegenübergestellt. Die Ergebnisse liegen in Form von Diagrammen für unterschiedliche Paare der vier freien Parameter des mSUGRA-Modells vor ¹: m_0 - $m_{1/2}$ (s. Abbildung 5.1), m_0 - $\tan(\beta)$ (s. Abbildung 5.2), $m_{1/2}$ - $\tan(\beta)$ (s. Abbildung 5.3), A_0 - m_0 (s. Abbildung 5.4), A_0 - $m_{1/2}$ (s. Abbildung 5.5), A_0 - $\tan(\beta)$ (s. Abbildung 5.6). Verschiedene Paare von Parameterwerten besitzen einen unterschiedlichen Grad der Übereinstimmung mit den Daten aus Beschleunigerexperimenten. Der Grad der Übereinstimmung eines bestimmten Punktes in einem Diagramm nimmt mit dem Anstieg des Vertrauensniveaus, in dem er noch liegt, ab (da sein entsprechender Beitrag X_j zunimmt). Punkte auf dem 95%-Vertrauensniveau besitzen eine geringere Übereinstimmung als jene auf dem 68%-Vertrauensniveau. Der Best-Fit-Punkt besitzt die beste Übereinstimmung mit den Beschleunigerdaten.

In allen Diagrammen muss beachtet werden, dass eventuell zu wenig Punkte (Einzeltestwerte) bei ihrer Erstellung vorhanden waren, sodass die Formen der eingezeichneten Vertrauensniveaus nur näherungsweise gelten. Die Formen ergeben sich aus der linearen Interpolation zwischen den Punkten auf den 68%- bzw. 95%-Vertrauensniveaus. Sind zu wenig Punkte vorhanden, werden die Abstände zwischen ihnen im Allgemeinen größer und die lineare Interpolation ungenau.

Genauere Testläufe mit einer höheren Anzahl an Einzeltestwerten können in Zukunft

¹An dieser Stelle möchte ich mich bei Nelly Nguyen für die Bereitstellung der Diagramme bedanken

durchgeführt werden. Bereits jetzt zeichnen sich allerdings Tendenzen zu weiter eingeschränkten Parameterregionen um die Best-Fit-Region bzw. den Best-Fit-Punkt im Testlauf von AstroFit ab. Besonders gut erkennbar wird dies in Abbildungen 5.1, 5.2 und 5.4.

Im Gegensatz zu den Fittino-Testläufen zeigen die AstroFit-Testläufe mitunter weitere bzw. ausgeprägtere Parameterregionen bei höheren Werten für m_0 und kleineren Werten für $m_{1/2}$ (s. Abbildungen 5.1, 5.2, 5.4 und 5.5). XENON100 scheint demnach besonders hohe Werte für m_0 und kleine Werte für $m_{1/2}$ zu bevorzugen.

In einem weiteren Testlauf von AstroFit wurden die Daten des CoGeNT-Experimentes berücksichtigt. Allerdings waren in diesem Fall die Abweichungen von Theorie (DarkSUSY) und Experiment (CoGeNT) sehr groß ($X_j > 150$), sodass nichts für die Kombination mit Beschleunigerdaten in Fittino übrig blieb.

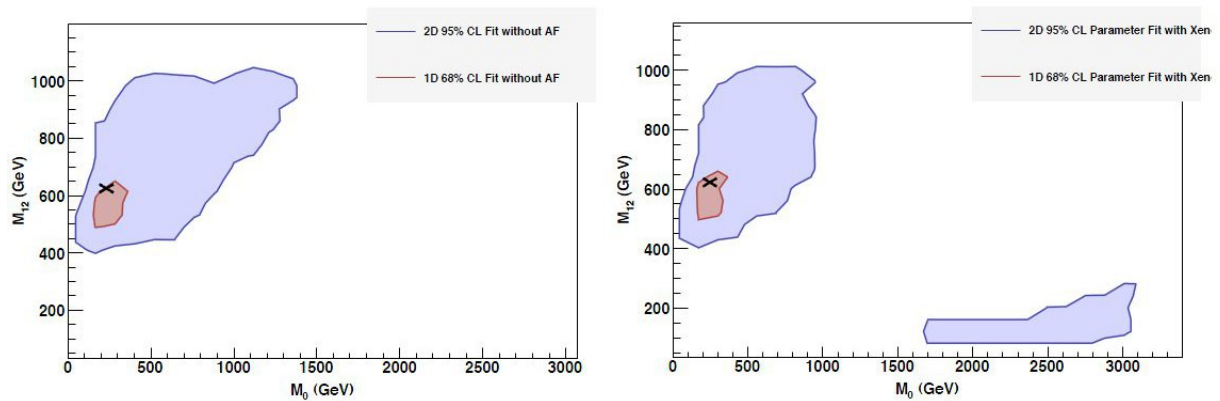


Abbildung 5.1: Parameterregionen für die universelle skalare Masse m_0 und die universelle Gauginomasse $m_{1/2}$ aus dem Fittino-Testlauf (links) und dem AstroFit-Testlauf (rechts); rote Kurven geben das 68%-Vertrauensniveau wieder, blaue das 95%-Vertrauensniveau; Kreuze markieren die Best-Fit-Punkte

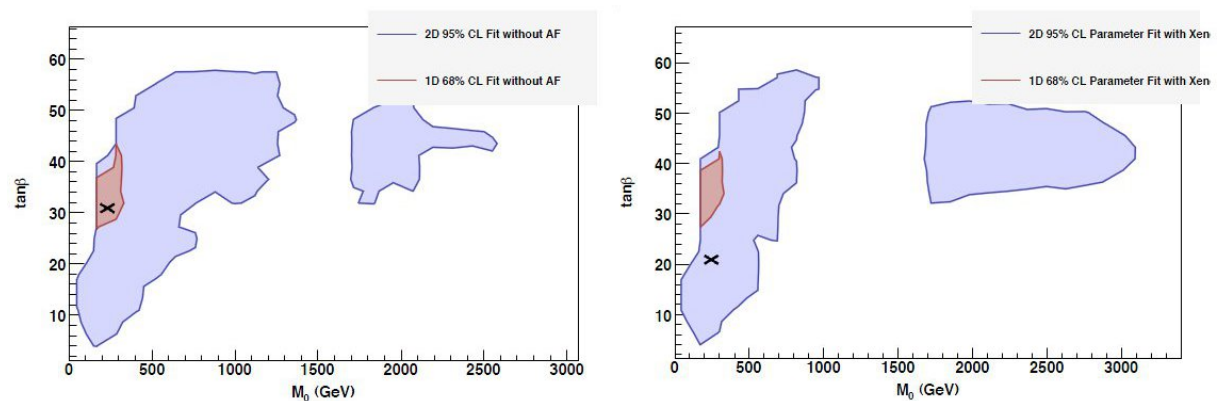


Abbildung 5.2: Parameterregionen für die universelle skalare Masse m_0 und das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder $\tan(\beta)$ aus dem Fittino-Testlauf (links) und dem AstroFit-Testlauf (rechts); rote Kurven geben das 68%-Vertrauensniveau wieder, blaue das 95%-Vertrauensniveau; Kreuze markieren die Best-Fit-Punkte

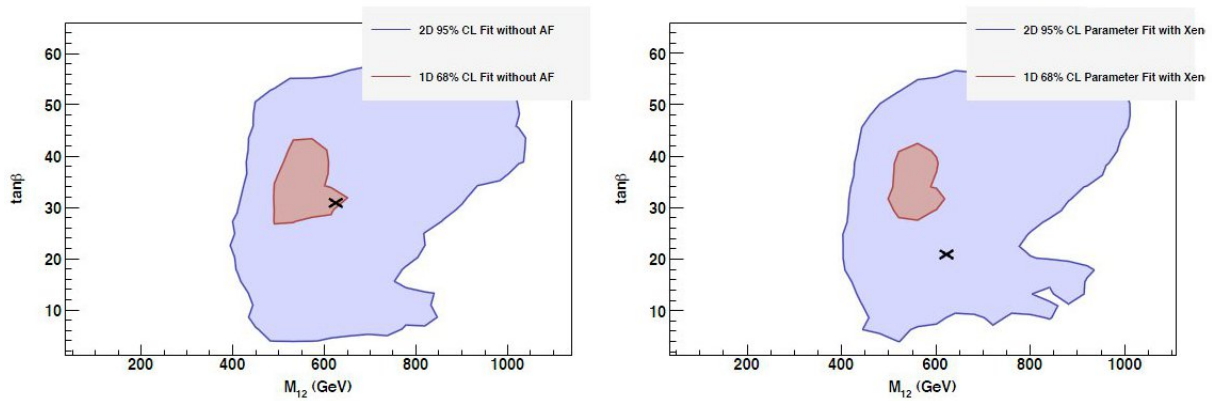


Abbildung 5.3: Parameterregionen für die universelle Gauginomasse $m_{1/2}$ und das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder $\tan(\beta)$ aus dem Fittino-Testlauf (links) und dem AstroFit-Testlauf (rechts); rote Kurven geben das 68%-Vertrauensniveau wieder, blaue das 95%-Vertrauensniveau; Kreuze markieren die Best-Fit-Punkte

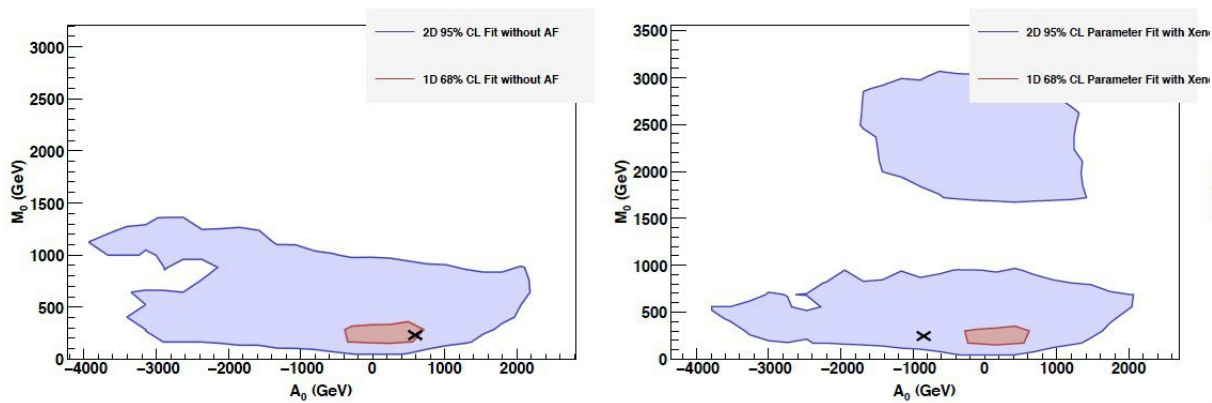


Abbildung 5.4: Parameterregionen für die universelle trilineare Kopplung A_0 und die universelle skalare Masse m_0 aus dem Fittino-Testlauf (links) und dem AstroFit-Testlauf (rechts); rote Kurven geben das 68%-Vertrauensniveau wieder, blaue das 95%-Vertrauensniveau; Kreuze markieren die Best-Fit-Punkte

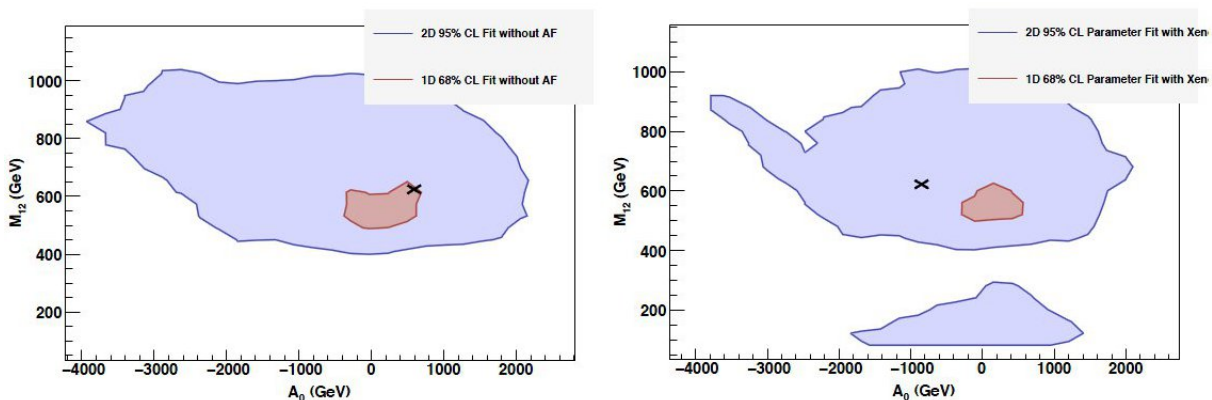


Abbildung 5.5: Parameterregionen für die universelle trilineare Kopplung A_0 und die universelle Gauginomasse $m_{1/2}$ aus dem Fittino-Testlauf (links) und dem AstroFit-Testlauf (rechts); rote Kurven geben das 68%-Vertrauensniveau wieder, blaue das 95%-Vertrauensniveau; Kreuze markieren die Best-Fit-Punkte

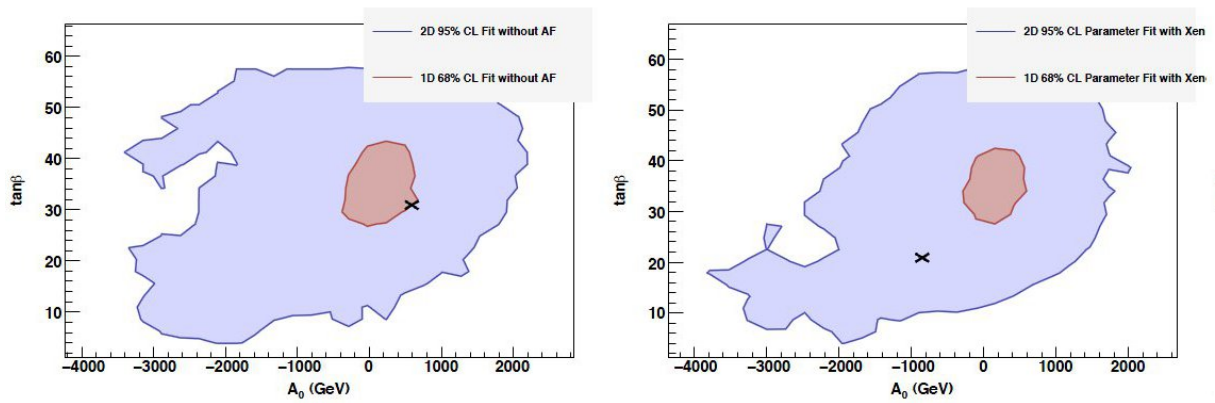


Abbildung 5.6: Parameterregionen für die universelle trilineare Kopplung A_0 und das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder $\tan(\beta)$ aus dem Fittino-Testlauf (links) und dem AstroFit-Testlauf (rechts); rote Kurven geben das 68%-Vertrauensniveau wieder, blaue das 95%-Vertrauensniveau; Kreuze markieren die Best-Fit-Punkte

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Nach einem kurzen Überblick des Standardmodells und seiner Erweiterung, ausgewählter Experimente zur Suche nach dunkler Materie, ihrer theoretischen Grundlagen und der theoretischen Grundlage zur Anwendung der χ^2 -Statistik in AstroFit in den einleitenden Kapiteln, habe ich in den letzten Kapiteln gezeigt, in welcher Form die aus den Experimenten folgenden Daten in AstroFit eingehen, wie sie mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden und welche Folgen die Vergleiche haben.

Es gibt drei verschiedene Arten von eingehenden Daten: einzelne fehlerbehaftete Datenpunkte und Signalgrenzen bzw. Signalregionen auf bekannten Vertrauensniveaus. Für jede dieser Arten erfolgt eine unterschiedliche Berechnung der aus der χ^2 -Statistik folgenden Größe X_j beim Vergleich mit theoretischen Vorhersagen. Während die Berechnung des X_j für einzelne Datenpunkte und Signalgrenzen eindeutig ist, bestehen für Signalregionen Unklarheiten, sodass ein näherungsweise Ansatz gewählt wurde.

Theoretische Vorhersagen sind meist für die WIMP-Masse m_χ und den spinunabhängigen Wirkungsquerschnitt σ_{SI} in Experimenten zur direkten Suche oder den γ -Photonenfluss aus WIMP-Annihilationen Φ_{ann} bzw. den gewichteten Annihilationswirkungsquerschnitt $\langle\sigma_{ann}v\rangle$ in Experimenten zur indirekten Suche gegeben.

Vergleiche mit realen theoretischen Vorhersagen zeigten unter Anderem, dass astrophysikalische Experimente tatsächlich Möglichkeiten bergen, Constraints für das SM zu liefern.

Die Berechnung des X_j könnte insbesondere für gegebene Daten in Form von Signalregionen durch die Kenntnis der Abhängigkeit der differentiellen Wechselwirkungsrate bei einer bestimmten Rückstoßenergie $\frac{dR}{dE_R}$ von m_χ verbessert werden. Während bei den aktuellen Berechnungen X_j auch bei hohen m_χ unvermindert ansteigt, sollte es nach einer Verbesserung mit zunehmenden m_χ langsamer ansteigen und schließlich einen konstanten Wert annehmen.

Wie bereits erwähnt wurde befindet sich AstroFit noch in der Entwicklungsphase. In Zukunft werden nicht nur genauere Testläufe möglich sein, sondern weitere Optionen ver-

füßbar werden, was die Wahl der zugrunde liegenden Erweiterung des Standardmodells oder der verwendeten Datensätze betrifft. Dazu gehört z.B. die Einbindung von Daten aus indirekten Suchen über Antimaterie.

Obschon bis heute der eindeutige Nachweis von dunkler Materie fehlt, ist die Hoffnung noch lange nicht aufzugeben. Es ist naheliegend, dass Experimente wie DAMA/LIBRA und CoGeNT, die jeweils Signale dunkler Materie aus der Modulation des Gesamtsignals ableiteten, weiterhin verbessert werden. Aber auch Experimente wie XENON100 werden durch weitere Verbesserungen (z.B. Ausbau zu XENON1T) interessante Ergebnisse liefern können. Sollten sie keine Signale für dunkle Materie nachweisen, so wären sie dennoch in der Lage Constraints zu liefern. Zusätzlich werden neue Experimente wie IceCube schon bald erste Daten liefern. Da längere Beobachtungszeiten schließlich die Genauigkeiten verbessern können, gilt es weiterhin abzuwarten und gespannt zu bleiben.

Literaturverzeichnis

- [1] Cogent site at kicp, university of chicago. Available online at <http://kicp.uchicago.edu/research/projects/cogent.html>; visited on September 15th 2011.
- [2] The dama project website. Available online at http://people.roma2.infn.it/~dama/web/ind_libra.html; visited on September 15th 2011.
- [3] Wikipedia, the free encyclopedia. <http://www.wikipedia.org>.
- [4] The xenon100 dark matter experiment. APS spring meeting, April 2008.
- [5] Webseite von h.e.s.s. Website, August 2011. Available online at <http://www.mpi-hd.mpg.de/hfm/HESS/>; visited on September 12th 2011.
- [6] A. Abramowski et al. H.E.S.S. constraints on Dark Matter annihilations towards the Sculptor and Carina Dwarf Galaxies. *Astropart.Phys.*, 34:608–616, 2011.
- [7] E. Aprile et al. The XENON100 Dark Matter Experiment. 2011.
- [8] A. Büchter and H.-W. Henn. *Elementare Stochastik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [9] Lars Bergstrom. Nonbaryonic dark matter: Observational evidence and detection methods. *Rept.Prog.Phys.*, 63:793, 2000.
- [10] R. Bernabei et al. First results from DAMA/LIBRA and the combined results with DAMA/NaI. *Eur.Phys.J.*, C56:333–355, 2008.
- [11] Gianfranco Bertone. *Particle Dark Matter*. Cambridge University Press, 2010.
- [12] Torsten Bringmann. Gamma rays from dark matter. 2010.
- [13] Marco Farina, Duccio Pappadopulo, Alessandro Strumia, and Tomer Volansky. Can CoGeNT and DAMA Modulations Be Due to Dark Matter? 2011. * Temporary entry *.
- [14] R. Foot. A CoGeNT confirmation of the DAMA signal. *Phys.Lett.*, B692:65–69, 2010.
- [15] Patrick J. Fox, Joachim Kopp, Mariangela Lisanti, and Neal Weiner. A CoGeNT Modulation Analysis. 2011. * Temporary entry *.

- [16] ACFA Linear Collider Working Group. Website. Available online at <http://acfahep.kek.jp/acfareport/node66.html>; visited on September 15th 2011.
- [17] Lynn Jenner. Webseite der nasa. Website, August 2011. Available online at http://www.nasa.gov/mission_pages/GLAST/spacecraft/index.html; visited on September 12th 2011.
- [18] P. Wienemann P. Bechtle. Website. Available online at <http://www-flc.desy.de/fittino/>; visited on September 12th 2011.
- [19] P. Ullio L. Bergström M. Schelke E.A. Baltz T. Bringmann P. Gondolo, J. Edsjö and G. Duda. Website. Available online at <http://www.darksusy.org>; visited on September 12th 2011.
- [20] Maxim Perelstein and Bibhushan Shakya. Dark Matter Identification with Gamma Rays from Dwarf Galaxies. *JCAP*, 1010:016, 2010.
- [21] P. Salati, F. Donato, and N. Fornengo. Indirect Dark Matter Detection with Cosmic Antimatter. 2010. * Temporary entry *.
- [22] R.W. Schnee. Introduction to dark matter experiments. 2011. * Temporary entry *.
- [23] Thomas Schwetz and Jure Zupan. Dark Matter attempts for CoGeNT and DAMA. *JCAP*, 1108:008, 2011.
- [24] N. Nguyen T. Bringmann. Documentation and Website not available yet, September 15th 2011.
- [25] Mathias Uhlenbrock. *Studie zur Rekonstruktion der mSUGRA-Parameter aus LHC-Observablen mit Fittino*. PhD thesis, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, 2010. Available online at <http://lhc-ilc.physik.uni-bonn.de/thesis/uhlenbrockdiplom.pdf>; visited on September 12th 2011.
- [26] Jan Uphoff. Supersymmetrie. Presentation, 2008. Available online at <http://th.physik.uni-frankfurt.de/~uphoff/media/susy.pdf>; visited on September 12th 2011.

Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel - insbesondere keine im Quellenverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen - benutzt habe und die Arbeit von mir vorher nicht einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht wurde. Die eingereichte schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium. Ich bin damit einverstanden, dass die Bachelorarbeit veröffentlicht wird.

Ellerau, 16. September 2011

Nils Plambeck