

Einschränkung der Mischungsparameter verborgener Photonen durch Analyse sehr hochenergetischer Gamma-Spektren des Krebsnebels

Diplomarbeit

vorgelegt von
Hannes-Sebastian Zechlin

Institut für Experimentalphysik
Universität Hamburg

Hamburg,
Februar 2009

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	iii
Abstract	iv
1 Einleitung	1
2 Die Theorie verborgener Photonen	5
2.1 Eichtheorie	6
2.2 Verborgene Photonen	8
2.3 Verborgene Fermionen	14
2.4 Vorhandene Einschränkungen des Parameterraumes	14
2.5 Kohärenz	17
3 Gamma-Astronomie und Astroteilchenphysik	23
3.1 VHE-Quellen	24
3.2 Mechanismen zur Erzeugung nicht-thermischer Strahlung	25
3.3 Beobachtungstechniken für VHE-Photonen	27
3.3.1 Luftschauder und Cherenkov-Licht	27
3.3.2 Experimente	28
4 Der Krebsnebel	31
4.1 Spektrum und Entstehungsmechanismen der Strahlung	32
4.1.1 Theoretische Modelle	33
4.1.2 Einfluss des Pulsars	34
4.2 Messdaten des VHE-Spektrums des Krebsnebels	35
4.3 Kohärenzlänge der TeV-Photonen des Krebsnebels	37
4.3.1 Produktionsprozess	38
4.3.2 Detektionsprozess	41
4.3.3 Kohärenz	43
5 Analyse der TeV-Spektren des Krebsnebels	45
5.1 Methode zur Suche nach Signaturen verborgener Photonen	45
5.2 Methode der kleinsten Quadrate	49
5.2.1 Chi-Quadrat und p -Wert	50
5.2.2 Konfidenz-Intervalle	51
5.3 Auswertung der Spektren	52
5.3.1 Chi-Quadrat-Anpassung	52
5.3.2 Reskalierung der rekonstruierten Energie	54
5.3.3 Diskussion der Ergebnisse	55
5.3.4 Fehler der Masse μ	58

6	Generische Einschränkung der optischen Tiefe	61
6.1	Die optische Tiefe	61
6.2	Spektrale Signatur und Einfluss des Detektors	62
6.3	Auswertung der Datensätze	63
6.4	Ergebnisse	64
7	Zusammenfassung und Ausblick	67
7.1	Zusammenfassung und Vergleich der Einschränkungen	67
7.2	Ausblick	68
A	Ergänzungen	69
A.1	Lösung der Bewegungsgleichungen (2.17)	69
A.2	Berechnung der Funktion $\hat{y}_\tau(E_0)$ aus Kapitel 6.2	70
A.3	Gleichung für den Parameter τ_m	70
B	Programmcode	73
	Literaturverzeichnis	79

Kurzfassung

Einschränkung der Mischungsparameter verborgener Photonen durch Analyse sehr hochenergetischer Gamma-Spektren des Krebsnebels

Aufgrund der starken Evidenzen für physikalische Phänomene, die im Rahmen des Standardmodells der Teilchenphysik nicht erklärbar sind, besteht die Notwendigkeit, Theorien zu entwickeln, die das Standardmodell erweitern. Folgend aus der Betrachtung verschiedener String Theorien bestehen derartige Vorschläge zur Beschreibung neuer physikalischer Phänomene in der Einführung zusätzlicher $U(1)$ -Eichsymmetrien in einem verborgenen Sektor, d.h., deren Wechselwirkung mit Teilchen des Standardmodells verschwindet bzw. ist sehr schwach. Die Eichbosonen der neuen $U(1)$ -Eichsymmetrie, die als verborgene Photonen oder Paraphotonen bezeichnet werden, mischen mit Standardmodell-Photonen über den Mechanismus der kinetischen Mischung (*kinetic mixing*), was zu Oszillationen zwischen Photonen und verborgenen Photonen führt. Diese Oszillationen hängen von zwei Mischungsparametern ab, dem Mischungswinkel und der Masse verborgener Photonen. Inzwischen gibt es einige Experimente und Überlegungen, die Teilmengen dieses zweidimensionalen Parameterraumes ausgeschlossen haben.

In der vorliegenden Arbeit wird die oben eingeführte Theorie diskutiert und phänomenologische Auswirkungen derer betrachtet. Es wird eine neue Methode entwickelt, neue Einschränkungen der Mischungsparameter verborgener Photonen auf Basis astrophysikalischer Messungen des sehr hochenergetischen γ -Spektrums des Krebsnebels zu berechnen, dessen breitbandiger Verlauf gut verstanden ist. Durch diese Methode ist es möglich, Einschränkungen unter Ausnutzung einer neuen Energie- und Distanzskala zu erhalten. Zudem werden die Oszillationseffekte durch Anwendung dieser Methode direkt betrachtet. Benutzt werden Messung verschiedener abbildender Cherenkov-Teleskope (IACTs) und von Luftschauer-Arrays (EAS-Arrays). Die so erhaltenen Einschränkungen der Mischungsparameter verborgener Photonen werden am Ende der Arbeit diskutiert.

Desweiteren ist es möglich, durch Anwendung der erarbeiteten Methode allgemeine, modellunabhängige Einschränkungen der (energieabhängigen) optischen Tiefe beliebiger spektraler Signaturen im sehr hochenergetischen Spektrum des Krebsnebels zu berechnen. Darauf wird im Anschluss an die oben erklärte Diskussion eingegangen.

Abstract

New Constraints on Hidden Photons using Very High Energy Gamma-Rays from the Crab Nebula

Extensions of the standard model of particle physics, in particular those based on string theory, often predict a new $U(1)$ gauge symmetry in a hidden sector. The corresponding gauge boson, called hidden photon, naturally interacts with the ordinary photon via gauge kinetic mixing, leading to photon–hidden photon oscillations. In this framework, one expects photon disappearance as a function of the mass of the hidden photon and the mixing angle. Several experiments have been carried out or are planned to constrain the mass-mixing plane.

In this diploma thesis I consider the theory introduced above and phenomenological effects of it. Providing a new method based on astrophysical implications, this work derives new constraints on the hidden photon parameters, using very high energy γ -rays detected from the Crab Nebula. The broad-band spectral characteristics of this object are well understood. The very high energy γ -ray observations offer the possibility to provide bounds in a broad mass range at a previously unexplored energy and distance scale. Furthermore, the oscillation effect is considered directly by using this method. Using existing data that were taken with several Cherenkov telescopes (IACTs) and air-shower arrays (EAS-arrays), the results are discussed at the end of this work.

Continuing, the method introduced can be applied to get generic constraints on the (energy dependent) optical depth for arbitrary signatures in the very high energy spectrum of the Crab Nebula.

Kapitel 1

Einleitung

Seit Anbeginn der Zivilisation versucht der Mensch eine Erklärung seiner Existenz und der Entstehung seines Lebensraumes zu finden. Menschen haben immer versucht, die Gesetze, denen die Natur und deren zahlreiche Phänomene folgen, zu studieren und zu beschreiben. Neben dem dadurch erzielbaren Fortschritt stellte sich schon immer die Frage nach der Ursache und den Grundlagen.

Mit der Zeit entwickelten sich aufgrund der Forschung immer detailliertere Weltbilder. Zur Beschreibung und Erklärung von logischen Zusammenhängen und Naturgesetzen entwickelten sich unter anderem die Wissenschaften der Mathematik und Physik. Das heutzutage etablierte Bild der Entstehung und Entwicklung des Universums ist das Urknallmodell der Kosmologie. Die Materie und deren Wechselwirkung wird durch das Standardmodell der Teilchenphysik beschrieben.

Aktuelle Beobachtungen und Experimente in jüngerer Vergangenheit liefern allerdings unübersehbare Evidenzen, dass die vorhandenen Modelle und Theorien die bekannten physikalischen Beobachtungsergebnisse und Phänomene nicht vollständig beschreiben bzw. erklären können. Dies führt zu der zwingenden Schlussfolgerung, dass unter anderem das Standardmodell der Teilchenphysik erweitert werden muss. Inzwischen gibt es eine Vielzahl teilweise stark unterschiedlicher physikalischer Theorien, die Erweiterungen des Standardmodells vorschlagen.

Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit ist es, eine vorgeschlagene Erweiterung des Standardmodells zu untersuchen und zu überprüfen bzw. einzuschränken. Die betrachtete Erweiterung des Standardmodells besteht in der Einführung einer zusätzlichen $U(1)$ -Eichsymmetrie, deren Eichbosonen als verborgene Photonen (*Hidden Photons*) bezeichnet werden. Deren Kopplung an Materie, die durch das Standardmodell beschrieben wird, verschwindet bzw. ist sehr gering. Es stellt sich heraus, dass in diesem Modell (normale) Photonen in verborgene Photonen oszillieren können, woraus eine messbare Signatur verborgener Photonen resultiert. Die Arbeit entwickelt eine neue Methode, Signaturen verborgener Photonen auf Basis astrophysikalischer Beobachtungen zu untersuchen.

Es werden Beobachtungsergebnisse von Experimenten benutzt, die Objekte des Universums im Energiebereich der sehr hochenergetischen γ -Astronomie untersuchen. Konkret werden Beobachtungen des Krebsnebels (M 1) im Energiebereich $\mathcal{O}(\text{TeV})$ betrachtet, die mit Cherenkov-Teleskopen und Luftschauer-Arrays erzielt wurden. Durch Auswertung dieser Messungen lassen sich die Parameter der verborgenen Photonen, der Mischungswinkel χ und eine mögliche Masse μ , einschränken.

Ein weiteres Ziel der vorliegenden Arbeit besteht in der Betrachtung modellunabhängiger Signaturen im sehr hochenergetischen Spektrum des Krebsnebels, die allgemeine obere

Schranken der energieabhängigen optischen Tiefe liefern.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert. Kapitel 2 beschreibt die Theorie verborgener Photonen und deren Folgen. Zudem werden mögliche Anwendungen der Theorie und bestehende Einschränkungen der zugrunde liegenden Parameter diskutiert, während der letzte Abschnitt des Kapitels auf Bedingungen der Gültigkeit der aus der Theorie folgenden Phänomenologie eingeht. Grundlagen der sehr hochenergetischen γ -Astronomie werden unter Berücksichtigung entsprechender Quellen und Beobachtungsmethoden in Kapitel 3 besprochen. Die in der Arbeit ausgewertete Quelle, der Krebsnebel, wird im Zusammenhang mit der Überprüfung der Anwendbarkeit der Theorie auf diese Quelle in Kapitel 4 behandelt. Kapitel 5 ist der Analyse der Spektren gewidmet, während in Kapitel 6 generische Einschränkungen der optischen Tiefe diskutiert werden. Es folgen eine Zusammenfassung, die einen Vergleich der Ergebnisse mit bestehenden Einschränkungen enthält, und ein Ausblick im letzten Kapitel.

Die Arbeit wurde unter anderem auf einer Konferenz über γ -Astronomie, dem *4th Heidelberg International Symposium on High Energy Gamma-Ray Astronomy*, im Juli des Jahres 2008 als Poster vorgestellt. Die zugehörigen *Proceedings* sind kürzlich erschienen und im Literaturverzeichnis dieser Arbeit unter Zechlin *et al.* (2008) gelistet.

Es folgt ein kurzer Überblick über die häufig in dieser Arbeit verwendeten Einheiten und Naturkonstanten.

Häufig verwendete Naturkonstanten und Einheiten

Symbol	Bedeutung	Wert
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$2,9979 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
h	Planck-Konstante	$6,6261 \times 10^{-34} \text{ J s}$
$\hbar \equiv h/(2\pi)$	reduzierte Planck-Konstante	$1,0546 \times 10^{-34} \text{ J s}$
e	Ladung eines Elektrons (Absolutbetrag)	$1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}$
m_e	Masse eines Elektrons	$0,511 \text{ MeV}/c^2 = 9,1094 \times 10^{-31} \text{ kg}$
u	atomare Masseneinheit	$931,494 \text{ MeV}/c^2 = 1,661 \times 10^{-27} \text{ kg}$
α	Feinstruktur-Konstante	$7,2974 \times 10^{-3}$
σ_T	Thomson-Wirkungsquerschnitt	$0,6652 \text{ barn} = 0,6652 \times 10^{-28} \text{ m}^2$
N_A	Avogadro-Konstante	$6,0221 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
k_B	Boltzmann-Konstante	$1,3807 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
AE	Astronomische Einheit	$1,496 \times 10^{11} \text{ m}$
pc	Parallaxensekunde (Parsec)	$3,0857 \times 10^{16} \text{ m}$

Tabelle 1.1: Häufig verwendete Naturkonstanten und deren Werte in SI-Einheiten (Bureau International des Poids et Mesures 2006). Die Werte sind jeweils auf vier Dezimalstellen gerundet und ohne experimentellen Fehler angegeben. Man beachte, dass einige Konstanten aus anderen Konstanten zusammengesetzt sind. Details können beispielsweise Amsler *et al.* (2008) entnommen werden.

Wenn nicht anders angegeben bzw. explizit ausgeschrieben, werden natürliche Einheiten verwendet, d.h. für die Konstanten \hbar und c gilt $\hbar = c = 1$. In diesem System ist

$$[\text{Länge}] = [\text{Zeit}] = [\text{Energie}]^{-1} = [\text{Masse}]^{-1}. \quad (1.1)$$

Aufgrund der Äquivalenz zwischen Energie und Masse, $E = mc^2$, und des obigen Einheitssystems, kann die Masse in Einheiten der Energie angegeben werden.

Eine weitere Einheiten der Energie, die häufig verwendet wird, ist das Elektronvolt. Dabei ist ein Elektronvolt der Absolutbetrag der kinetischen Energie eines Elektrons, das aus dem ruhenden Zustand eine elektrostatische Potenzialdifferenz von 1 Volt durchläuft. Es gilt $1 \text{ eV} = 1,6022 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Im Verlauf der Arbeit werden zudem einige SI-Präfixe verwendet. An dieser Stelle sei daher ein Auszug aus der Tabelle der SI-Präfixe gegeben.

Faktor	Name	Symbol	Faktor	Name	Symbol
10^1	Deka	da	10^{-1}	Dezi	d
10^2	Hekto	h	10^{-2}	Zenti	c
10^3	Kilo	k	10^{-3}	Milli	m
10^6	Mega	M	10^{-6}	Mikro	μ
10^9	Giga	G	10^{-9}	Nano	n
10^{12}	Tera	T	10^{-12}	Piko	p
10^{15}	Peta	P	10^{-15}	Femto	f

Tabelle 1.2: Auszug aus der Tabelle der SI-Präfixe (Bureau International des Poids et Mesures 2006).

Abschließend seien zwei verwendete Einheiten des CGS-Systems (Gauß'sches Einheitensystem) definiert. Es gilt $1 \text{ G} \equiv 10^{-4} \text{ T}$ und $1 \text{ erg} \equiv 10^{-7} \text{ J}$.

Kapitel 2

Die Theorie verborgener Photonen

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik ist in dem heute zugänglichen Energiebereich von Energien bis zur $\mathcal{O}(m_t)$ eine der experimentell am besten bestätigten Theorien der Physik¹. Sowohl theoretische als auch experimentelle Ansätze und Ergebnisse legen allerdings nahe, dass das Standardmodell weder vollständig noch für beliebig hohe Energiebereiche zutreffend ist. Fundamentale Defizite des Standardmodells sind unter anderem die große Zahl freier Parameter ($\mathcal{O}(30)$). Obgleich das kein Argument für Inkonsistenzen des Standardmodells ist, so ist von einer fundamentalen Theorie der Natur eine kleine Zahl an freien Parametern zu erwarten, möglicherweise auch nur einer oder keiner. Zudem sollte eine fundamentale Theorie auch die Gravitation und damit die Allgemeine Relativitätstheorie einbinden, was im Rahmen des Standardmodells aufgrund des mangelnden Verständnisses der Quantisierung dieser bis heute nicht erfolgen konnte. Neben dem fehlenden Grund für 3 Generationen von Teilchen im Standardmodell ist auch die Masse dieser durch ein Teilchen erklärt, was im Rahmen der heutigen Experimente noch nicht nachgewiesen werden konnte (Higgs-Teilchen). Auch unter der Annahme dessen Existenz weist das Standardmodell bei hohen Energieskalen Divergenzen auf. Die Vermutung, dass alle in der Natur auftretenden Kräfte im frühen Universum aus einer einzigen Urkraft hervorgingen, die sich bei abnehmender Temperatur in die einzelnen Kräfte aufspaltete (*Grand Unification*, engl. “Große Vereinheitlichung”), ist im Standardmodell ebenfalls nicht beschrieben.

Für Erweiterungen des Standardmodells gibt es auch experimentell eine große Anzahl erstzunehmender Evidenzen. So liefern eingehende astronomische und kosmologische Beobachtungen klare Hinweise, dass unser Universum deutlich mehr Materie aufweisen muss, als vom Standardmodell vorgesehen. Der Anteil sogenannter Dunkler Materie beträgt ungefähr 20%, während der aus Berechnungen der primordialen Nukleosynthese vermutete und bis heute nicht vollständig nachgewiesene Anteil baryonischer Materie nur 4% ausmacht (beispielsweise Amsler *et al.* (2008)). Die Beobachtungen legen zudem eindeutig nahe², dass unser Universum beschleunigt expandiert, d.h., dass die kosmologische Konstante Λ ungleich Null ist. Der Anteil dieser sog. Dunklen Energie umfasst die fehlenden 76%. Der aktuell gemessene Wert von Λ ist durch Anwendung des Standardmodells nicht erklärbar. Abschließend sei noch die Frage nach unserer Existenz genannt: Im frühen Universum gab es geringfügig mehr Materie als Antimaterie, so dass ein kleiner Teil der damals vorhandenen Materie nicht durch Annihilation zerstrahlen konnte. Das gemessene

¹Die Masse des Top-Quarks m_t weist den Wert $m_t = (171, 2 \pm 2, 1)$ GeV (Amsler *et al.* 2008) auf.

²Beispielsweise die Beobachtungen entfernter Supernovae und Auswertung des Spektrums des kosmischen Mikrowellenhintergrundes CMB.

Verhältnis kann durch das Standardmodell der Teilchenphysik jedoch nicht erklärt werden.

Die beschriebenen Forderungen und Beobachtungen (beispielsweise Jaeckel (2008a)) legen eindeutig nahe, nach Erweiterungen und Ergänzungen des Standardmodells zu suchen. Ein Teil dieser Theorien soll in dieser Arbeit näher diskutiert und eingeschränkt werden.

Abschnitt 2.1 dient zur kurzen Einführung und Diskussion der benötigten Größen und Zusammenhänge der Quantenfeldtheorie. Daran anschließend soll in Kapitel 2.2 die Theorie verborgener Photonen eingeführt werden und die daraus folgende Phänomenologie abgeleitet werden, was in Teil 2.3 vervollständigt wird. Einige Teilmengen von Parametern verborgener Photonen sind sowohl theoretisch als auch experimentell ausgeschlossen. Diese werden in Abschnitt 2.4 betrachtet. Abschließend sind der Gültigkeitsbereich und Bedingungen zur Anwendbarkeit der abgeleiteten Phänomene in Kapitel 2.5 abzuleiten.

2.1 Eichtheorie

Die Theorie, die das Standardmodell der Teilchenphysik bildet, ist eine Quantenfeldtheorie. Abgesehen von der Gravitation beschreibt sie alle uns bekannten Kräfte, also die elektromagnetische, die schwache und die starke Kraft durch Eichtheorien. Die Kraftwirkungen werden durch (virtuelle) Eichbosonen mit Spin 1 übertragen, wobei das Photon (γ) das Feldquant der elektromagnetischen Wechselwirkung ist, W^\pm und Z^0 die Feldquanten der schwachen Wechselwirkung sind und die starke Wechselwirkung durch (acht verschiedene) Gluonen (g) übertragen wird. Im Folgenden sollen die später verwendeten Grundgrößen und die Eichtheorie kurz erläutert werden.

Während für ein quantenmechanisches System der Hamiltonoperator die definierende Größe darstellt, wird eine Quantenfeldtheorie durch eine Wirkung S beschrieben. Diese erlaubt unter anderem eine nicht-störungstheoretische Definition der Theorie (Quantisierung durch Pfadintegrale). Die Wirkung, das zeitliche Integral der Lagrangefunktion L , lässt sich in der lokalen Feldtheorie als raum-zeitliches Integral über die Lagrangedichte \mathcal{L} schreiben, die eine Funktion von einem oder mehreren Feldern $\phi(x) : M^4 \rightarrow T$ und deren (ersten) Ableitungen ist. Das Urbild M^4 ist hier der vier-dimensionale Minkowski-Raum, während T für die Menge des Bildes steht. Zum Beispiel ist T für ein skalares Feld entweder der Körper der reellen Zahlen \mathbb{R} oder der komplexen Zahlen \mathbb{C} .

$$S = \int L dt = \int \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) d^4x, \quad (2.1)$$

mit der partiellen Ableitung $\partial_\mu = \partial/\partial x^\mu = (\partial_t, \nabla)$ und den Koordinaten des Minkowski-Raumes x^μ , $\mu = 0, 1, 2, 3$. Aufgrund dieser Beziehung kann auch die Lagrangedichte als definierende Größe einer Quantenfeldtheorie angesehen werden.

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird die Ableitung der Bewegungsgleichungen für die Felder aus der Lagrangedichte benötigt. Nach dem Hamilton'schen Prinzip der extremalen Wirkung muss die Variation der Wirkung verschwinden ($\delta S = 0$). Unter der Annahme, dass räumliche Oberflächenintegrale verschwinden, lassen sich daraus die Euler-Lagrange-Gleichungen³ ableiten:

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0. \quad (2.2)$$

³Es existiert eine Gleichung für jedes Feld.

Die Quantisierung der Feldtheorie erfolgt entweder kanonisch oder, wie oben schon erwähnt, durch die Methode der Quantisierung durch Pfadintegrale. Kanonisch quantisiert man, indem die Felder als Operatoren definiert werden, die auf geeigneten Zustands-Räumen (Fock-Raum) operieren. Die jeweilige Algebra wird durch die Definition geeigneter Kommutator-Relationen der Feld-Operatoren eingeführt.

In Analogie zur Mechanik führen globale, kontinuierliche Symmetrietransformationen der Felder $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha}\phi(x)$ mit konstantem Parameter α auf Erhaltungsgrößen (Noether-Theorem). Als Symmetrie bezeichnet man hier die Invarianz der Wirkung unter diesen Transformationen ($S(\phi) = S(\phi')$), was auf die Invarianz der Lagrangedichte (bis auf Oberflächenterme) unter dieser Symmetrie führt. Ist der Parameter α eine Funktion von Zeit und Ort, $\alpha = \alpha(x)$, so spricht man von einer lokalen Symmetrie oder Eichsymmetrie.

Die Quantenfeldtheorie beschreibt Wechselwirkungen, d.h. den Einfluss von Kräften, über das Eichprinzip: Es wird postuliert, dass die Lagrangedichte invariant unter einer beliebigen lokalen Phasentransformation ist. Dies ist im feldfreien Raum unmöglich, vielmehr ist die Existenz eines Vektorfeldes erforderlich, das gleichzeitig eichtransformiert wird⁴. Die Quantisierung dieser Felder führt auf oben genannte Austausch-Bosonen, die die Kraftwirkung übertragen.

Am Beispiel der Quantenelektrodynamik (QED) soll dies kurz erläutert werden. Die freie Lagrangedichte eines Dirac-Feldes ist

$$\mathcal{L}_D = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi, \quad (2.3)$$

wobei $\psi(x)$ Dirac-Spinoren sind, die Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen beschreiben, und $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0$, so dass $\bar{\psi}\psi$ ein Skalar unter Lorentztransformationen ist. Die Matrizen γ^μ sind die Dirac'schen Gamma-Matrizen (siehe z.B. Peskin und Schroeder (1995)), m steht für die Masse der Teilchen mit der (elektrischen) Ladung q . Unter einer $U(1)$ -Eichtransformation,

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\alpha(x)}\psi(x), \quad (2.4)$$

wird Gleichung (2.3) verändert, weil die partielle Ableitung einen zusätzlichen Term zur Folge hat. Die Ankopplung der Dirac-Gleichung an das elektromagnetische Feld⁵ $A_\mu = (\Phi, -\mathbf{A})$, das der Eichbedingung

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu\alpha(x) \quad (2.5)$$

genügt, erfolgt durch die Einführung einer kovarianten Ableitung

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu. \quad (2.6)$$

Die vollständige Lagrangedichte der QED ist damit

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\rlap{D} - m)\psi = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\rlap{D} - m)\psi - q\bar{\psi}\mathbf{A}\psi, \quad (2.7)$$

wobei der kinetische Term für das Photon⁶ ergänzt wurde. Man beachte, dass für die Differentialoperatoren und Felder die Notation $\rlap{D} \equiv \gamma^\mu D_\mu$ eingeführt wurde. Der eichinvariante Feldstärke-Tensor $F_{\mu\nu}$ ist durch $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ definiert. Wie gewünscht,

⁴Der physikalische Sinn dieses Postulates lässt sich gut anhand des Aharonov-Bohm-Effekts verstehen (siehe Schmüser (1995), Kap. 9.2).

⁵ Φ ist das elektrische Potenzial, \mathbf{A} das Vektorpotenzial.

⁶Der kinetische Term lässt sich einfach verstehen: Durch Anwendung von Gleichung (2.2) auf den kinetischen Term folgen die freien Maxwell-Gleichungen.

erhält man den Wechselwirkungsterm $q\bar{\psi}A\psi$, der die elektromagnetische Wechselwirkung der Fermionen, d.h. die Kopplung der Fermionen an Photonen, beschreibt. Die Terme der Lagrangedichte der QED sind somit jeweils invariant unter den Eichbedingungen (2.4) und (2.5), wie durch das Eichprinzip gefordert.

Über selbiges Prinzip lassen sich auch die schwache und die starke Wechselwirkung beschreiben. Die (nicht-abelschen) Lie-Gruppen $SU(2) \times U(1)$ bilden die Eichgruppe für die Vereinigung von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung, der elektroschwachen Wechselwirkung, während die $SU(3)$ die Eichgruppe für die starke Wechselwirkung darstellt. Die Eichgruppe des Standardmodells ist damit

$$G_{\text{SM}} = SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y, \quad (2.8)$$

wobei L für die Kopplung der schwachen Wechselwirkung an linkshändige Teilchen steht und Y die Hyperladung beschreibt.

Eine ausführliche Darstellung der Quantenfeldtheorie und des Standardmodells findet man zum Beispiel in Peskin und Schroeder (1995). Als weitere Quelle ist Schmüser (1995) zu nennen.

2.2 Verborgene Photonen

Viele Erweiterungen des Standardmodells bestehen in der Einführung zusätzlicher Symmetrien und damit zusätzlicher Freiheitsgrade. Aufgrund der genauen Vermessung der Quantenchromodynamik (QCD), der Theorie der starken Wechselwirkung (siehe oben), wird beispielsweise gefolgert, dass diese die CP-Symmetrie mit großer Genauigkeit erhält. CP steht hier für die Verkettung zweier diskreter Symmetrie-Operationen, der Ladungs- und Spiegelsymmetrie⁷. Genauer fordert die Betrachtung des elektrischen Dipolmoments des Neutrons, dass der Vorfaktor des CP verletzenden Anteils der QCD-Lagrangedichte kleiner als 10^{-9} sein muss (Steffen 2009). Da die Quantenchromodynamik theoretisch einen CP verletzenden Term zulässt, ist die Frage nach dem physikalischen Grund dieser starken Unterdrückung des Terms zu beantworten. Eine Lösung dieses sogenannten Starken CP-Problems liefert die Einführung einer zusätzlichen *globalen*, chiralen $U(1)$ -Symmetrie, der Peccei-Quinn-Symmetrie. Die spontane Brechung dieser Symmetrie bei der Peccei-Quinn-Skala f_a führt auf ein dazugehöriges pseudo-Nambu-Goldstone-Boson, das Axion. Zur Zeit wird nach diesem Teilchen, das auch als Kandidat für die Dunkle Materie in Frage kommt, und dessen Parametern intensiv gesucht. Details können zum Beispiel in Steffen (2009) gefunden werden.

In dieser Arbeit soll eine weitere typische Erweiterung des Standardmodells betrachtet werden, die im Folgenden vorgestellt wird. Wenn nicht explizit genannt, richtet sich dieser Teil im Wesentlichen nach den Quellen Okun (1982), Holdom (1986), Ahlers *et al.* (2007), Jaeckel *et al.* (2008), Jaeckel und Ringwald (2008) und Zechlin *et al.* (2008).

Motiviert durch Kompaktifizierung einiger String-Theorien, enthalten diese Art von Ergänzungen zusätzliche $U(1)$ -Eichsymmetrien. Zusätzliche $U(1)$ -Eichfreiheitsgrade lassen sich auch durch Große Vereinheitlichte Feldtheorien motivieren und zudem durch die Tatsache, dass die unten besprochenen Terme keine Verletzung der Eich- und Lorentzinvarianz der Lagrangedichte darstellen, weshalb es immer möglich ist, diese auch ohne weitere Begründung zu betrachten.

⁷C steht für *Charge*, engl. ‐Ladung‐, P für *Parity*, engl. ‐Parität‐.

Es gibt zwei Möglichkeiten, eine derartige Symmetrie einzuführen. Eine ist, dass direkte renormierbare Kopplungen zwischen Standardmodell und dem neuen Eichboson, das in diesem Fall als Z' bezeichnet wird, existieren. Durch präzise Vermessung der elektroschwachen Theorie ist es allerdings gelungen, die Masse des Z' auf Werte $m_{Z'} > \mathcal{O}(500 \text{ GeV})$ einzuschränken (Amsler *et al.* 2008). Die in dieser Arbeit betrachtete Möglichkeit ist, dass die Kopplung zwischen Standardmodell und dem neuen Eichboson verschwindet bzw. sehr schwach ist. In diesem Fall gehören die neuen $U(1)$ -Eichbosonen, die in der Literatur dann als verborgene Photonen⁸ oder Paraphotonen⁹ bezeichnet werden, zu einem verborgenen Sektor (*Hidden Sector*). Ein verborgener Sektor ist eine experimentell nicht beobachtete Menge von Teilchen (bzw. Feldern), die ungeladen unter der Eichgruppe des Standardmodells sind. Allerdings können Teilchen sehr hoher Masse, sogenannte *Mediatoren* (engl. "Vermittler"), existieren, die unter beiden Sektoren geladen sind und sehr schwache Wechselwirkungen zwischen beiden Sektoren erzeugen (siehe auch Holdom (1986) und Abbildung 2.1).

Es besteht die Möglichkeit, dass verborgene Photonen massebehaftet sind. Generell ist diese Masse beliebig, einige String-Theorien legen allerdings nahe, dass diese klein sein kann. Gerade wenn diese Masse klein ist, wird es erforderlich, Experimente mit großer Genauigkeit durchzuführen (siehe Kapitel 2.4), um solche oder ähnliche Teilchen zu finden. Heutige Hochenergie-Beschleuniger-Experimente weisen im Bereich von Teilchen mit geringer Masse keine hohe Sensitivität auf. Diese Arbeit betrachtet verborgene Photonen, deren Massen im Sub-eV-Bereich liegen. Allgemein ausgedrückt sind diese dann der Klasse der WISPs (*Weakly Interacting Sub-eV Particles*, engl. "schwach wechselwirkende Sub-eV Teilchen") zuzuordnen.

Im Folgenden wird das einfachste Modell mit *einer* zusätzlichen $U(1)_h$ Eichgruppe¹⁰ betrachtet. Die allgemeinste durch Symmetrien erlaubte Lagrangedichte dieser Theorie ist dann (ohne Dirac- und Wechselwirkungsterme)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} - \frac{\sin\chi}{2}F^{\mu\nu}B_{\mu\nu} + \frac{\cos^2\chi}{2}\mu^2 B^\mu B_\mu, \quad (2.9)$$

wobei $F_{\mu\nu}$ der oben eingeführte Feldstärketensor des Photonfeldes A_μ ist und $B_{\mu\nu}$ selbiger Tensor für das Eichfeld der verborgenen Photonen B_μ . Die ersten beiden Terme sind somit die normalen kinetischen Terme. Der dritte Term¹¹ repräsentiert einen nicht-diagonalen kinetischen Term, den sogenannten kinetischen Mischterm, der eine Wechselwirkung zwischen Photon und verborgenem Photon zulässt. Im englischen Sprachgebrauch bezeichnet man dieses Phänomen als *kinetic mixing*. Der dimensionslose Parameter χ ist der Mischungswinkel zwischen Photonen und verborgenen Photonen. Der letzte Term ist der Massenterm der verborgenen Photonen, deren Masse mit μ bezeichnet wird. Auftreten kann der Massenterm durch spontane Brechung der $U(1)_h$ durch einen Higgs-Mechanismus (Ahlers *et al.* 2008). Des Weiteren kann es ein Stückelberg-Massenterm sein.

Der Mischungswinkel χ ist aus der Sicht der effektiven Lagrangedichte (2.9) ein beliebiger Parameter. Eingebettet in eine fundamentalere Theorie bei hohen Energieskalen

⁸In englischer Sprache bezeichnet man diese als *Hidden Photons* oder *Hidden Sector Photons*.

⁹Diese Bezeichnung ist für unter dem Standardmodell ungeladene Eichbosonen eigentlich nicht ganz korrekt. Okun (1982) betrachtete eine Theorie mit zwei massiven Photonen, die beide (verschiedene) elektrische Ladungen haben. Diese nannte er Paraphotonen.

¹⁰Natürlich sind weitere $U(1)$ -Gruppen zulässig, in diesem Fall wird die Theorie jedoch komplizierter.

¹¹Es sei angemerkt, dass das beliebige Vorzeichen des dritten Terms unterschiedlich definiert wird. Die Notation in dieser Arbeit entspricht der eines negativen Vorzeichens.

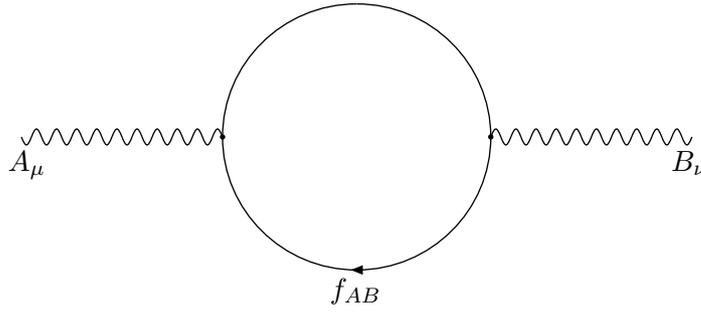


Abbildung 2.1: 1-Loop Beitrag zur Kopplung zwischen sichtbarem und verborgenem Sektor. Die Felder A_μ bzw. B_ν sind die Eichfelder von Photon bzw. verborgenem Photon. Die Quantenkorrekturen werden durch Mediator-Fermionen f_{AB} erzeugt, die unter beiden Sektoren geladen sind. Die Auswertung aller Diagramme führt auf einen nicht-verschwindenden Mischungswinkel χ zwischen Photon und verborgenem Photon, siehe Gleichung (2.10).

ergibt sich allerdings, dass dieser durch Integration von Quantenfluktuationen, d.h. der oben beschriebenen Mediator-Fermionen, die zwischen beiden Sektoren umlaufen, generiert wird. Das dazugehörige Feynman-Diagramm ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Nach einem Modell von Holdom (1986) liefert die Integration

$$\chi = \frac{ee_h}{6\pi^2} \sum_{f_{AB}} Q_A Q_B \ln \left(\frac{m'_{AB}}{m_{AB}} \right), \quad (2.10)$$

wobei e die elektrische Ladung eines Positrons, e_h die Eich-Kopplung des verborgenen Sektors und Q_A bzw. Q_B die elektrische bzw. verborgene Ladung der Mediator-Fermionen dividiert durch e bzw. e_h ist. Für die Massen der Mediatoren f_{AB} und der zugehörigen Partner f'_{AB} , die unter der Eichgruppe $U(1) \times U(1)_h$ die Ladungen (e, e_h) bzw. $(e, -e_h)$ tragen, gilt $m_{AB} < m'_{AB}$.

Der nicht-verschwindende kinetische Mischterm zeigt, dass die Felder A_μ und B_μ nicht orthogonal sind. Schließlich folgt daraus, dass Photonen keine masselosen Propagationseigenzustände mehr sind und Oszillationen zwischen Photonen und deren verborgenen Partnern auftreten können. Dies soll im Folgenden erläutert werden. Eine orthogonale Basis von Feldern lässt sich durch folgende Diagonalisierung finden:

$$\begin{aligned} A_\mu &\rightarrow \frac{1}{\cos \chi} A_\mu^R \\ B_\mu &\rightarrow S_\mu - \sin \chi A_\mu. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Setzt man diese Transformation in Gleichung (2.9) ein, so ergibt sich die transformierte Lagrangedichte (ohne Betrachtung des Massenterms) zu

$$\mathcal{L}'_{kin} = -\frac{1}{4} F_R^{\mu\nu} F_{\mu\nu,R} - \frac{1}{4} S^{\mu\nu} S_{\mu\nu}, \quad (2.12)$$

d.h., es treten nur kanonische kinetische Terme auf. Damit ist gezeigt, dass die Felder A_μ^R und S_μ eine orthogonale Basis bilden. Die nötige Transformation von A_μ liefert nur eine multiplikative Renormierung der elektrischen Ladung, $e \rightarrow e/\cos \chi$, so dass im Folgenden der Index R ignoriert werden kann. Betrachtet man den Massenterm in (2.9), so findet

man jetzt eine nicht-diagonale Massenmatrix vor. Der Massenterm wird unter Verwendung beider Transformationen aus Gleichung (2.11) zu

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_m &= \frac{1}{2}\mu^2(\cos\chi S_\mu - \sin\chi A_\mu)^2 \\ &= \frac{1}{2}\mu^2(\cos^2\chi S^\mu S_\mu - 2\sin\chi\cos\chi S^\mu A_\mu + \sin^2\chi A^\mu A_\mu),\end{aligned}\quad (2.13)$$

d.h., Photonen und verborgene Photonen mischen. Dies führt zu γ - γ_s -Oszillationen, wobei γ_s die Quanten des Feldes S_μ sind. Da dies orthogonal zu A_μ ist, koppeln die verborgenen Photonen γ_s nicht an die elektromagnetische Ladung.

Um die Propagationseigenzustände der Photonen und daraus die Oszillationswahrscheinlichkeit berechnen zu können, ist es notwendig, aus der Lagrangedichte $\mathcal{L}' = \mathcal{L}'_{kin} + \mathcal{L}'_m$ in der Basis $\{A, S\}$ durch Anwendung der Euler-Lagrange-Gleichungen (2.2) die Bewegungsgleichungen der Felder abzuleiten. Um die Übersicht zu wahren, sei \mathcal{L}'_m in Matrixnotation gegeben:

$$\mathcal{L}'_m = \frac{1}{2}\tilde{A}^T \mathcal{M} \tilde{A} \quad \text{mit} \quad \mathcal{M} = \mu^2 \begin{pmatrix} \sin^2\chi & -\sin\chi\cos\chi \\ -\sin\chi\cos\chi & \cos^2\chi \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

wobei der Vektor $\tilde{A} = (A_\mu, S_\mu)^T$ und $\tilde{A}^T = (A^\mu, S^\mu)$ ist. Die Rechnung soll am Beispiel des Photonfeldes A_μ vorgestellt werden. Die beiden Terme von (2.2) lauten somit:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} &= -\frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial(\partial_\mu A_\nu)}(F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}) = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial(\partial_\mu A_\nu)}(\partial^\mu A^\nu\partial_\mu A_\nu - \partial^\nu A^\mu\partial_\mu A_\nu) \\ &= -\frac{1}{2}g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}\frac{\partial}{\partial(\partial_\mu A_\nu)}(\partial_\rho A_\sigma\partial_\mu A_\nu - \partial_\sigma A_\rho\partial_\mu A_\nu) \\ &= -\frac{1}{2}g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}(\delta_\rho^\mu\delta_\sigma^\nu\partial_\mu A_\nu + \partial_\rho A_\sigma - \delta_\sigma^\mu\delta_\rho^\nu\partial_\mu A_\nu - \partial_\sigma A_\rho) \\ &= -(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = F^{\nu\mu} \\ \frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial A_\nu} &= \frac{1}{2}g^{\nu\sigma}\frac{\partial}{\partial A_\nu}(A_\sigma\mathcal{M}_{11}A_\nu + A_\sigma\mathcal{M}_{12}S_\nu + S_\sigma\mathcal{M}_{21}A_\nu + S_\sigma\mathcal{M}_{22}S_\nu) \\ &= \frac{1}{2}g^{\nu\sigma}(\delta_\sigma^\nu\mathcal{M}_{11}A_\nu + A_\sigma\mathcal{M}_{11} + \delta_\sigma^\nu\mathcal{M}_{12}S_\nu + S_\sigma\mathcal{M}_{21}) \\ &= \frac{1}{2}(\mathcal{M}_{11}A^\nu + \mathcal{M}_{11}A^\nu + \mathcal{M}_{12}S^\nu + \mathcal{M}_{21}S^\nu) \\ &= \mathcal{M}_{11}A^\nu + \mathcal{M}_{12}S^\nu,\end{aligned}\quad (2.15)$$

wobei $g_{\mu\nu}$ die Komponenten des metrischen Tensors, \mathcal{M}_{ij} die Komponenten der Matrix \mathcal{M} und δ_ν^μ ist das Kronecker-Symbol bezeichnen. Im letzten Schritt wurde die Symmetrie von \mathcal{M} ausgenutzt ($\mathcal{M} = \mathcal{M}^T$). Damit liefern die Euler-Lagrange-Gleichungen durch eine analoge Rechnung für S_μ die Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned}\square A^\nu + \mathcal{M}_{11}A^\nu + \mathcal{M}_{12}S^\nu &= 0 \\ \square S^\nu + \mathcal{M}_{22}S^\nu + \mathcal{M}_{21}A^\nu &= 0,\end{aligned}\quad (2.16)$$

wobei $\partial_\mu F^{\nu\mu} = \partial_\mu(\partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu) = -\partial_\mu\partial^\mu A^\nu = -\square A^\nu$ unter Ausnutzung der Lorenzbedingung $\partial_\mu A^\mu = 0$ ist (analog für $S^{\nu\mu}$). In Matrixdarstellung folgt also

$$(\square\mathbf{1} + \mathcal{M})\tilde{A} = (\partial_t^2\mathbf{1} - \Delta\mathbf{1} + \mathcal{M})\tilde{A} = 0, \quad (2.17)$$

wobei $\mathbf{1}$ die Einheitsmatrix und t die Zeit ist. Die Lösungen dieser gekoppelten linearen Differential-Gleichung sind zwei Propagationseigenzustände (zur Berechnung dieser siehe Anhang A.1). An dieser Stelle wird der Effekt der nicht-diagonalen Massenmatrix noch einmal deutlich: Wäre diese diagonal, so würden die Gleichungen mit der Folge einer verschwindenden Mischung entkoppeln. Zur Vereinfachung sei z als Propagationsrichtung angenommen.

$$\begin{aligned} V_1(z, t) &= \begin{pmatrix} 1 \\ \tan \chi \end{pmatrix} \exp(-i(\omega t \pm k_1 z)) \\ \text{mit } k_1^2 &= \omega^2, \\ V_2(z, t) &= \begin{pmatrix} -\tan \chi \\ 1 \end{pmatrix} \exp(-i(\omega t \pm k_2 z)) \\ \text{mit } k_2^2 &= \omega^2 - \mu^2. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Der Parameter ω ist die Winkelgeschwindigkeit und k_1 bzw. k_2 sind die Wellenvektoren. Im Vergleich zu Ahlers *et al.* (2007) liefert meine genaue Rechnung ohne die Nutzung von Näherungen, dass das Ergebnis $k_2^2 = \omega^2 - \mu^2$ exakt ist¹². Man beachte, dass die hier angegebenen Zustände der Einfachheit halber nicht normiert sind.

Unter Ausnutzung der Quantenmechanik lässt sich daraus die Wahrscheinlichkeit bestimmen, dass Photonen in verborgene Photonen oszillieren. Die normierten Wechselwirkungs-Eigenzustände (Flavor-Eigenzustände), d.h. der rein photonische Zustand $A(z, t)$ bzw. der Zustand, der verborgene Photonen beschreibt $S(z, t)$, erfüllen jeweils die freien Bewegungsgleichungen. Definitionsgemäß ist $S(z, t)$ orthonormal zu $A(z, t)$.

$$\begin{aligned} A(z, t) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(-i(\omega t \pm k_1 z)) \\ S(z, t) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(-i(\omega t \pm k_2 z)). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Ausgehend von dem photonischen Anfangszustand $A'(0, 0)$ soll die Propagation dieses Zustandes betrachtet werden. Dazu wird die Superposition des Zustandes aus den Propagationseigenzuständen gebildet:

$$A'(0, 0) = A'_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = A'_0 \left(\frac{1}{1 + \tan^2 \chi} V_1(0, 0) - \frac{\tan \chi}{1 + \tan^2 \chi} V_2(0, 0) \right), \quad (2.20)$$

wobei A'_0 die Amplitude ist. Die Propagationszustände lassen sich in die Flavor-Eigenzustände zerlegen:

$$\begin{aligned} V_1(z, t) &= A(z, t) + \tan \chi e^{i\Delta k z} S(z, t) \\ V_2(z, t) &= -\tan \chi e^{-i\Delta k z} A(z, t) + S(z, t), \end{aligned} \quad (2.21)$$

mit $\Delta k = k_1 - k_2$. Die Propagationsrichtung der Wellenfunktionen (2.19) wurde hierbei einheitlich festgelegt. Damit lässt sich $A'(z, t)$ in Abhängigkeit der Wechselwirkungs-Zustände durch Einsetzen von (2.21) bestimmen:

$$A'(z, t) = \frac{A'_0}{1 + \tan^2 \chi} \left[(1 + \tan^2 \chi e^{-i\Delta k z}) A(z, t) + (\tan \chi e^{i\Delta k z} - \tan \chi) S(z, t) \right]. \quad (2.22)$$

¹²Ahlers *et al.* (2007) erhalten $k_2^2 = \omega^2 - \mu^2 + \mathcal{O}(\chi^2)$.

Sei $A'(z, t) = a_1 A(z, t) + a_2 S(z, t)$, dann ist die Oszillationswahrscheinlichkeit $P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(z)$, d.h. die Wahrscheinlichkeit, Photonen nach Propagation über eine Distanz z als verborgene Photonen γ_s vorzufinden,

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(z) = \frac{|a_2|^2}{|A'_0|^2} = 1 - \frac{|a_1|^2}{|A'_0|^2}. \quad (2.23)$$

Berechnung dieses Terms liefert

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(z) = \sin^2(2\chi) \sin^2\left(\frac{\Delta k z}{2}\right). \quad (2.24)$$

Für $\mu \ll \omega$ lässt sich Δk entwickeln, so dass

$$\Delta k = k_1 - k_2 \approx \frac{\mu^2}{2\omega}. \quad (2.25)$$

Aus Verständnisgründen ist es günstig, die Notation an dieser Stelle leicht zu ändern. Da hier natürliche Einheiten benutzt werden, schreiben wir für ω die Energie E und die Distanz ist $L \equiv z$. Damit ergibt sich

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(L) = \sin^2(2\chi) \sin^2\left(\frac{\mu^2}{4E} L\right). \quad (2.26)$$

Diese Gleichung wird im weiteren Verlauf der Arbeit häufig benötigt. Umwandlung in geeignete Einheiten ergibt

$$\begin{aligned} P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(L) &= \sin^2(2\chi) \sin^2\left(\frac{\mu^2 c^3}{4\hbar E} L\right) \\ &= \sin^2(2\chi) \sin^2\left(0,3909 \left(\frac{\mu}{10^{-7}\text{eV}}\right)^2 \left(\frac{E}{\text{TeV}}\right)^{-1} \left(\frac{L}{\text{kpc}}\right)\right). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Für späteren Gebrauch sei hieraus die Oszillationslänge abgeleitet. Es ist $L = L_{\text{osz}}$, falls das Argument des zweiten Sinus der Oszillationswahrscheinlichkeit (2.26) π ist. Damit ergibt sich

$$L_{\text{osz}} = \frac{4\pi E}{\mu^2} \simeq 8 \left(\frac{E}{\text{TeV}}\right) \left(\frac{\mu}{10^{-7}\text{eV}}\right)^{-2} \text{kpc}. \quad (2.28)$$

Abschließend sei hier der Gültigkeitsbereich der Oszillationswahrscheinlichkeit (2.26) diskutiert:

- Die hier betrachteten Photon-Oszillationen finden im Vakuum¹³ statt. In Materie, z.B. in einem Plasma, muss statt des Mischungswinkels χ ein effektiver Mischungswinkel χ_{eff} betrachtet werden. Es stellt sich heraus, dass dieser resonanzartige Phänomene aufweist (Redondo 2008a,b).
- Wie durch die Näherung $\mu \ll \omega$ angenommen, ist die Formel nur für relativistische Teilchen korrekt. Bei nicht-relativistischen Teilchen ist die Näherung von Δk , Gleichung (2.25), nicht zulässig.

¹³An dieser Stelle sei vorweg angemerkt, dass das Vakuum des Interstellaren Mediums ausreichend ist.

- Des Weiteren ist zu beachten, dass bei der Herleitung der Gleichung (2.26) ebene Wellen angenommen wurden. Dies ist nur korrekt für Teilchen, die, verglichen mit ihrer Propagationslänge, eine ausreichend große Kohärenzlänge aufweisen. Falls diese Bedingung nicht gegeben ist, so müssen Wellenpakete für die Rechnung benutzt werden. Darauf wird in Kapitel 2.5 eingegangen.

An dieser Stelle sei noch angemerkt, dass die Phänomenologie der Photon-Oszillationen analog zu der der Neutrino-Oszillationen ist. Dies lässt sich auch gut anhand der Gleichung (2.26) erkennen: diese entspricht der Formel für die Oszillationswahrscheinlichkeit eines Neutrinos (z. B. Lohrmann (2005)).

2.3 Verborgene Fermionen

Im Folgenden sollen die Auswirkungen der Transformation (2.11) auf Fermionen des verborgenen Sektors, also verborgene Fermionen, diskutiert werden. Es stellt sich heraus, dass diese eine geringe elektrische Ladung besitzen und daher auch als *minicharged particles* bezeichnet werden.

Sei h der Spinor eines verborgenen Fermions, das über die Ladung e_h an das Eichfeld verborgener Photonen B_μ koppelt. Durch die Transformation (2.11) des Feldes verborgener Photonen $B_\mu \rightarrow S_\mu - \sin \chi A_\mu$ wird der Wechselwirkungsterm (siehe auch Kapitel 2.1) zu

$$e_h \bar{h} \not{B} h \rightarrow e_h \bar{h} \not{S} h - \sin \chi e_h \bar{h} \not{A} h. \quad (2.29)$$

Daraus folgt, dass das verborgene Teilchen mit der Ladung

$$\epsilon e = -\sin \chi e_h \quad (2.30)$$

an A_μ koppelt, d.h., eine elektrische Ladung ϵe aufweist. Da χ eine beliebige Zahl ist, ist ϵ nicht notwendigerweise in \mathbb{Z} . Ist $|\epsilon| \ll 1$, wird h zu einem Teilchen sehr schwacher elektrischer Ladung (*minicharged particle*)¹⁴.

Die nicht-verschwindende elektrische Ladung der verborgenen Fermionen lässt eine direkte Kopplung zwischen Photon und den verborgenen Fermionen zu. Bei Betrachtung der beiden beitragenden Diagramme (Abbildung 2.2) stellt sich heraus, dass die Kopplung für Photonen auf der Massenschale (*on shell*) verschwindet, da das linke Diagramm in diesem Fall durch das Rechte aufgehoben wird.

2.4 Vorhandene Einschränkungen des Parameterraumes

Verborgene Photonen sind bisher in keiner Art von Experimenten nachgewiesen worden. Daher sind, wie oben schon angemerkt, die Werte ihrer Mischungsparameter χ und μ experimentell unbekannt und auch die Theorie ist im Wesentlichen nicht in der Lage, diese einzuschränken. Inzwischen gibt es eine große Zahl an Experimenten auf der Suche nach verborgenen Photonen und ähnlichen Teilchen, die durch ihre Messungen die Mischungsparameter verborgener Photonen einschränken können. Auch theoretische Überlegungen führen zu Möglichkeiten, Teile des zwei-dimensionalen Parameterraumes auszuschließen. Im Folgenden sollen die wesentlichen Grenzen näher erläutert werden.

¹⁴Leichte Teilchen mit der Ladung $\epsilon = \mathcal{O}(1)$ sind von verschiedenen Experimenten ausgeschlossen worden (Davidson *et al.* 1991, 2000).

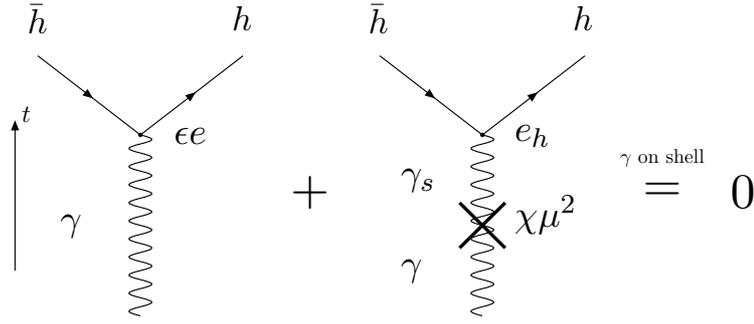


Abbildung 2.2: Die zur Kopplung eines Photons γ mit Fermionen des verborgenen Sektors h beitragenden Diagramme. Das linke Diagramm repräsentiert die direkte Kopplung des Photons über die Ladung ee . Der rechte Feynman-Graph tritt aufgrund der Mischung der Photonen mit verborgenen Photonen γ_s auf, wenn die Masse der verborgenen Photonen nicht verschwindet ($\mu^2 \neq 0$). Die Summe beider Diagramme verschwindet, wenn sich das Photon auf der Massenschale (*on shell*) befindet und masselos ist, d.h., falls für den Viererimpuls des Photons $q^2 = 0$ gilt. (Man beachte, dass hier für $\chi \ll 1$ entwickelt wurde.) Quelle: Ahlers *et al.* (2007)

Die aktuell existierenden Parameterbereiche, die ausgeschlossen werden können, sind in Abbildung 2.3 dargestellt. Gezeigt sind die einzelnen Ausschlussregionen von Mischungsparametern in der χ - μ -Ebene, die im Folgenden diskutiert werden (von links nach rechts). Die ersten beiden Parameterräume stammen aus Messungen der magnetischen Felder der Planeten Jupiter und Erde, aus denen eine obere Schranke auf die Photonmasse gewonnen werden kann (Goldhaber und Nieto 1971).

Eine große Region von Einschränkungen kann aus der Suche nach Abweichungen vom Coulomb'schen Kraftgesetz gewonnen werden. Da die elektromagnetische Wechselwirkung, wie in Teil 2.1 beschrieben, durch virtuelle Photonen übertragen wird, muss eine Oszillation dieser zu Abweichungen vom Coulomb-Potenzial führen. Quantitative Berechnung des modifizierten Coulomb-Potentials führt zu einem zusätzlichen Yukawa-Term (siehe Okun (1982), Popov (1999) und Redondo (2008b))

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r}(\cos^2 \chi + e^{-\mu r} \sin^2 \chi), \quad (2.31)$$

wobei $\alpha = e^2/(4\pi) \approx 1/137$ die Feinstruktur-Konstante ist. Dies hat ein nicht-verschwindendes elektrisches Feld innerhalb einer homogen geladenen Kugelschale zur Folge. Derartige Experimente, die auf Methoden analog des Aufbaus von Cavendish¹⁵ zurückgreifen, sind sensitiv auf Abstände $\mathcal{O}(10 \text{ cm})$ (Popov 1999), was nach der Heisenberg'schen Unschärferelation auf Massen μ im Bereich von μeV führt. Der Beitrag verborgener Photonen mit Massen, die sehr viel kleiner als $\mathcal{O}(\mu\text{eV})$ sind, ist von dem masseloser Photonen ununterscheidbar. Sind die Massen wesentlich größer, so ist der Beitrag exponentiell unterdrückt. Weitere Präzisionsmessungen des Coulomb'schen Kraftgesetzes können in Bartlett und Lögl (1988) gefunden werden.

Desweiteren können kosmologische Effekte von Photon-Oszillationen auftreten. Möglich ist ein Szenario, dass kurz nach dem Urknall, genauer *nach* der Bildung der leichten

¹⁵Henry Cavendish, 1731 - 1810

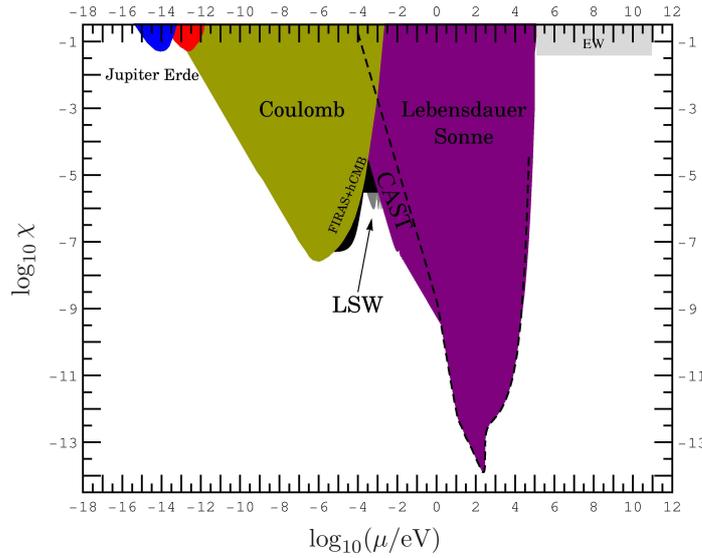


Abbildung 2.3: Einschränkungen der Mischungsparameter verborgener Photonen. Die farblich markierten Bereiche des Parameterraumes χ - μ können aufgrund von verschiedenen Überlegungen bzw. Experimenten ausgeschlossen werden. Nähere Erläuterungen dieser sind im Text zu finden. Entnommen aus Ahlers *et al.* (2008).

Elemente (*Big Bang Nucleosynthesis (BBN)*) und vor der Entkopplung der Photonen (kosmischer Mikrowellenhintergrund CMB¹⁶), ein Teil der Photonen resonant in verborgene Photonen umgewandelt wurde. Diese formen dann einen verborgenen kosmischen Hintergrund (hCMB, engl. *hidden CMB*). Damit wird in den Messungen des kosmischen Mikrowellenhintergrundes (beispielsweise Dunkley *et al.* (2009)) eine zusätzliche Neutrino-Generation vorgetäuscht ($N_{\nu}^{eff} > 3$). Zudem sollte, verglichen mit dem Wert, der durch die BBN-Rechnungen vorgeschlagen wird, das gemessene Verhältnis η von Baryonen zu Photonen zu hoch sein. Ausnutzung dieser Phänomene im Vergleich zu den Messungen ergibt die Möglichkeit, den hCMB und damit die Mischungsparameter verborgener Photonen einzuschränken (siehe Jaeckel *et al.* (2008)). Auch aus der Untersuchung der Einflüsse verborgener Photonen auf das Spektrum des CMB lassen sich im Vergleich mit Ergebnissen der experimentellen Messungen Einschränkungen der Mischungsparameter verborgener Photonen ableiten (vgl. Mirizzi *et al.* (2009)).

Für die Suche nach neuen exotischen Teilchen im Labor kommt eine weitere Möglichkeit in Frage. Da, wie in Teil 2.2 erläutert, verborgene Photonen nicht an Standardmodell-Teilchen koppeln, ergibt sich die Möglichkeit, Licht durch Wände¹⁷ scheinen zu lassen (Okun (1982), Ahlers *et al.* (2007)). Unter Ausnutzung vorhandener Laser-Technologie lassen sich damit sehr präzise Experimente durchführen (LSW-Experimente, engl. *light shining through a wall*). Vor dem Hindernis oszillierte Photonen passieren dieses ungehindert und können hinter der Wand reoszillieren. Diese Photonen können mit sehr empfindlichen Detektoren nachgewiesen werden. Durch geeignete Anordnungen von Spiegeln vor

¹⁶Der CMB (*Cosmic Microwave Background*) ist ein kosmischer Mikrowellenhintergrund, dessen Ursache die Entkopplung der Photonen etwa 380 000 Jahre nach dem Urknall ist, was einer Rotverschiebung von etwa $z = 1090$ entspricht. Das gemessene Spektrum entspricht dem eines Schwarzen Körpers der Temperatur $T = 2,73$ K.

¹⁷Materialien mit sehr hoher Opazität.

der Wand lässt sich die Anzahl oszillierender Photonen deutlich erhöhen, so dass derartige Experimente sehr sensitiv sein können. Weltweit gibt es verschiedene Experimente dieser Art, unter anderem ALPS bei DESY¹⁸ (Ehret *et al.* (2007)), BMV (Robilliard *et al.* (2007)) und LIPSS (Afanasev *et al.* (2008)). Weitere sind vorgeschlagen bzw. in Planung (siehe z.B. Jaeckel und Ringwald (2008)).

Durch Betrachtung von Oszillationsprozessen innerhalb der Sonne lassen sich weitere Einschränkungen der Parameter gewinnen. Innerhalb der Sonne können Photonen resonant zu verborgenen Photonen oszillieren, die das Plasma ungehindert verlassen können. Dadurch findet ein zusätzlicher Energieverlust statt, der die Dauer des Wasserstoffbrennens deutlich vermindert. Studien von Raffelt und Dearborn (1987) ergeben, dass dieser nicht höher als die aktuelle Leuchtkraft der Sonne sein kann. Aufgrund von Gleichung (2.26) lassen sich daraus Schranken gewinnen, wobei zu beachten ist, dass sich der Mischungswinkel χ in einem Plasma aufgrund der effektiven Masse der Photonen in einem Plasma ändert. Für nähere Betrachtungen sei auf Redondo (2008a,b) verwiesen.

Sofern vorhanden, kann ein kleiner Fluss verborgener Photonen von der Sonne auch direkt nachgewiesen werden. Das Experiment CAST (Cern Axion Solar Telescope) am Forschungszentrum CERN bei Genf versucht diese und vor allem auch Axionen (Kapitel 2.2) nachzuweisen. Als Konversionskammer dient ein evakuierter LHC-Dipolmagnet (Länge ca. 10 m), da Axionen innerhalb eines Magnetfeldes durch den inversen Primakoff-Effekt in Photonen konvertieren können. Dieses Experiment ist unabhängig vom Magnetfeld auch sensitiv auf verborgene Photonen. Bezüglich des CAST-Experiments sei auf Zioutas *et al.* (2005, 2007) verwiesen.

Im Bereich sehr hoher Massen μ lassen sich die möglichen Mischungswinkel schließlich durch Vermessungen der Elektroschwachen Theorie (EW) einschränken (Feldman *et al.* 2007). Wesentliche Beiträge hierzu hat das LEP-Experiment (*Large Electron-Positron Collider*) bei CERN geliefert, das im Jahr 2000 für den Bau des Folgeexperiments LHC (*Large Hadron Collider*) abgeschaltet wurde.

Für die zukünftige Suche nach verborgenen Photonen und anderen exotischen Teilchen sind weitere Experimente vorgeschlagen (Jaeckel 2008b). Beispielsweise lassen sich verborgene Photonen durch Vermessung magnetischer Felder innerhalb von Supraleitern nachweisen (Jaeckel und Redondo 2008), da ein Bruchteil dieser durch vorherige Oszillation in den Supraleiter eindringt (ohne exponentielle Unterdrückung) und darin reoszilliert.

Bei Betrachtung aller Experimente stellt sich heraus, dass die Schranken auf Experimenten beruhen, die Energien von maximal $\mathcal{O}(100 \text{ GeV})$ (EW) und Entfernungen von maximal $\mathcal{O}(1 \text{ AE})$ (CAST) benutzen. Im Rahmen dieser Arbeit sollen Einschränkungen unter Ausnutzung neuer Energie- und Entfernungsskalen berechnet werden. Durch Analyse sehr hochenergetischer γ -Spektren des Krebsnebels erhält man astronomische Beschränkungen der Parameter verborgener Photonen im Energiebereich TeV und Entfernungsbereich kpc.

2.5 Kohärenz

Wie am Schluss von Kapitel 2.2 dargestellt, gilt Gleichung (2.26) für die Oszillationswahrscheinlichkeit nur unter der Annahme ebener quantenmechanischer Wellen, was eine ausreichende Kohärenz der Teilchen erfordert. Für reale physikalische Prozesse ist diese Annahme im Allgemeinen nicht erfüllt (siehe Kapitel 4.3). Daher erweist es sich als er-

¹⁸Deutsches Elektronen Synchrotron, Hamburg

forderlich, die Oszillationswahrscheinlichkeit unter Aufgabe dieser idealisierten Annahme zu betrachten und die Teilchen als quantenmechanische Wellenpakete darzustellen. Somit wird den oszillierenden Teilchen eine Kohärenzlänge zugewiesen. Im Rahmen dieser Arbeit soll dies eingehend betrachtet werden. Dazu ist es erforderlich, zunächst die theoretischen Aspekte der Betrachtung auszuarbeiten und zusammenzustellen. In Kapitel 4.3 wird die Kohärenz für die in dieser Arbeit diskutierte TeV-Quelle im Rahmen dieser Arbeit hergeleitet.

Wie oben angemerkt, ist der Formalismus von Photon-Oszillationen analog zu dem von Neutrino-Oszillationen. Kohärenz-Effekte sind für die Propagation von Neutrinos genau studiert worden, daher können diese Studien im Folgenden auf Photonen übertragen werden.

In Analogie zu einem Vorschlag von Nussinov (1976) lässt sich die Kohärenzlänge einfach definieren: Angenommen, das Photon wird durch ein (gaußförmiges) Wellenpaket der Breite σ_x in Propagationsrichtung beschrieben. Da Photonen masselose Teilchen sind und wir verborgene Photonen der Masse μ betrachten, unterscheiden sich deren Ausbreitungsgeschwindigkeiten¹⁹ um $\Delta\beta$. Nach einer Entfernung L sind beide Pakete um $L\Delta\beta$ separiert (Verbreiterungseffekte der Wellenpakete können vernachlässigt werden). Falls

$$L \geq L_{\text{coh}} = \frac{\sigma_x}{\Delta\beta} \quad (2.32)$$

gilt, findet keine Überlagerung der Wellenpakete mehr statt und insofern können sich keine weiteren Oszillationen ausbilden. Damit beschreibt die Kohärenzlänge L_{coh} die maximale Propagationsdistanz, auf der Photon-Oszillationen stattfinden können. Mit

$$\Delta\beta = \beta_{\text{P}} - \beta_{\text{VP}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\mu^2}{E^2}} \approx 1 - 1 + \frac{\mu^2}{2E^2} = \frac{\mu^2}{2E^2}, \quad (2.33)$$

wobei die Wurzel für $\mu^2/E^2 \ll 1$ entwickelt ist, findet man

$$L_{\text{coh}} = \frac{2\sigma_x E^2}{\mu^2}. \quad (2.34)$$

Durch genauere theoretische Betrachtungen lassen sich diese physikalischen Phänomene quantifizieren. Für Neutrinos sind in jüngerer Vergangenheit eingehende Studien durchgeführt worden und somit sind eine Vielzahl unterschiedlicher Referenzen vorhanden. Im Folgenden sollen hier die wichtigen Details und Ergebnisse vorgestellt werden. Dieser Teil nutzt im Wesentlichen die Referenzen Giunti *et al.* (1991), Kim und Pevsner (1993) und Giunti und Kim (1998).

Für relativistische Neutrinos reicht es aus, die Oszillationswahrscheinlichkeit unter Ausnutzung der Regeln der Quantenmechanik zu berechnen, indem man die Teilchen als Wellenpakete beschreibt. Sind die Neutrinos nicht-relativistisch, so ist ein feldtheoretischer Zugang notwendig (siehe z. B. Grimus *et al.* (1999)). Der Grund ist, dass für relativistische Teilchen der beobachtete Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung als Produkt von Oszillationswahrscheinlichkeit und masselosem Wirkungsquerschnitt dargestellt werden kann. Für nicht-relativistische Neutrinos hängt der Wirkungsquerschnitt von den Masseneigenwerten ab, die Oszillation kann nicht ausfaktoriert werden. Da diese Arbeit verborgene

¹⁹Gemeint ist hier die Gruppengeschwindigkeit der Wellenpakete.

Photonen mit Massen im Bereich μeV und Energien im Bereich TeV betrachtet, sind diese ultra-relativistisch und der quantenmechanische Zugang ist ausreichend.

Für das vollständige Verständnis von Neutrino-Oszillationen bzw. Photon-Oszillationen ist es entscheidend, in der Rechnung sowohl die Kohärenz des Produktionsprozesses (P) der Teilchen als auch die des Detektionsprozesses (D) der Teilchen zu betrachten. Die räumlichen Unschärfen dieser Prozesse seien σ_{xP} bzw. σ_{xD} . Die folgende Betrachtung ergibt $\sigma_x^2 = \sigma_{xP}^2 + \sigma_{xD}^2$, d.h., beide Prozesse beeinflussen die Kohärenzlänge L_{coh} in gleicher Weise.

Als Ergänzung von Bedingung (2.32) lassen sich vorab weitere Bedingungen für das Stattfinden der Oszillationen formulieren. Die erste ist, dass beide, sowohl der Produktionsprozess als auch der Detektor, separat in einer Region wesentlich kleiner als die Oszillationslänge lokalisiert sein müssen, d.h.

$$\sigma_x \ll L_{\text{osz}}. \quad (2.35)$$

Zweitens werden Oszillationen nur beobachtet, wenn die Masseneigenzustände kohärent detektiert werden, d.h., wenn die Differenzen der Energien bzw. Impulse der Masseneigenzustände kleiner sind als die Energie- bzw. Impulsunschärfe des Detektionsprozesses selbst. Eine dritte (triviale) Bedingung ist, dass

$$L_{\text{osz}} < L_{\text{coh}} \quad (2.36)$$

sein muss, damit Teilchenoszillationen auftreten können.

An dieser Stelle sollen kurz die Ansätze der vollständigen quantenmechanischen Berechnung der Oszillationswahrscheinlichkeit und damit der Kohärenzlänge von Neutrino-Oszillationen nach Giunti und Kim (1998) zum besseren Verständnis illustriert werden. Betrachtet wird ein Neutrino des Flavorzustandes α , das am Ursprung der Raum-Zeit-Koordinaten durch einen schwachen Prozess mit der Impulsunschärfe σ_{pP} produziert wird und nach einer Propagationsdistanz L und Zeit T durch einen schwachen Prozess, der sensitiv auf Neutrinos des Flavors β ist, detektiert werden soll. Im Schrödinger-Bild der Quantenmechanik, in dem die Zustände zeitabhängig sind, lautet daher der Zustand des propagierenden Neutrinos

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_a U_{\alpha a}^* \int dp \psi_a(p; p_a, \sigma_{pP}) e^{-iE_a(p)t} |\nu_a(p)\rangle, \quad (2.37)$$

wobei $E_a(p) = \sqrt{p^2 + m_a^2}$ und $U_{\alpha a}^*$ die komplex-konjugierten Komponenten der Mischungsmatrix bezeichnen, die die Flavoreigenzustände mit den Masseneigenzuständen ($|\nu_a(p)\rangle$, durch den Index a bezeichnet) verknüpft (die Mischungsmatrix U ist z. B. bei Lohrmann (2005) erklärt). Der Zustand ist eine Superposition aus Wellenpaketen der Masseneigenzustände unter der Annahme, dass die Amplituden ihrer Wellenfunktionen im Impulsraum $\psi_a(p; p_a, \sigma_{pP})$ die folgende gauß'sche Form haben:

$$\psi_a(p; p_a, \sigma_{pP}) = (2\pi\sigma_{pP}^2)^{-1/4} \exp\left[-\frac{(p - p_a)^2}{4\sigma_{pP}^2}\right], \quad (2.38)$$

wobei p_a die mittleren Impulse der Masseneigenzustände sind und σ_{pP} die Impulsbreite der Wellenpakete ist. Diese sind über die Unschärferelation, $\sigma_{xP}\sigma_{pP} = \frac{1}{2}$, mit der Ortsunschärfe verbunden. Alle Masseneigenzustände werden als relativistisch angenommen,

d.h. $p_a \gg m_a$. Durch Ausführen der Integration in (2.37) erhält man so die Wellenfunktion des Neutrinos im Ortsraum, $|\nu_\alpha(x, t)\rangle$. Auch das detektierte Neutrino ν_β ist als Wellenpaket darzustellen.

$$|\nu_\beta\rangle = \sum_a U_{\beta a}^* \int dp \psi_a(p; p_a, \sigma_{pD}) |\nu_a(p)\rangle \quad (2.39)$$

$|\nu_\beta\rangle$ ist nicht zeitabhängig, da dieses Neutrino nicht propagiert, sondern lediglich die Detektionsreaktion auslöst. Unter Beachtung, dass der Detektionsprozess bei L stattfindet, lässt sich die Amplitude berechnen, dass $|\nu_\beta\rangle$ gemessen wird:

$$\begin{aligned} A_{\alpha\beta}(L, T) &= \int dx \langle \nu_\beta(x - L) | \nu_\alpha(x, T) \rangle \\ &= \sqrt{\frac{2\sigma_x P \sigma_x D}{\sigma_x^2}} \sum_a U_{\alpha a}^* U_{\beta a} \exp \left[-iE_a T + ip_a L - \frac{(L - v_a T)^2}{4\sigma_x^2} \right], \end{aligned} \quad (2.40)$$

wobei v_a die Gruppengeschwindigkeit der Wellenpakete ist. An dieser Stelle wird die oben genannte Beziehung $\sigma_x^2 = \sigma_{xP}^2 + \sigma_{xD}^2$ offensichtlich. Unter Approximation der Energie der Masseneigenzustände, die einen dimensionslosen Parameter ξ mit Werten $\mathcal{O}(1)$ benötigt, lässt sich die Oszillationswahrscheinlichkeit $P_{\alpha\beta}(L, T)$ berechnen. Zu beachten ist, dass diese von der Detektionszeit T abhängt. Im Prinzip ist diese messbar. Da jedoch in den meisten Experimenten nur L gemessen wird, muss in einem letzten Schritt über T gemittelt werden. Ausführung der Integration und Normierung der Wahrscheinlichkeit ergibt schließlich

$$P_{\alpha\beta}(L) = \sum_{a,b} U_{\alpha a}^* U_{\beta a} U_{\alpha b} U_{\beta b}^* \exp \left[-2\pi i \frac{L}{L_{ab}^{\text{osz}}} - \left(\frac{L}{L_{ab}^{\text{coh}}} \right)^2 \right] F_{ab}, \quad (2.41)$$

wobei

$$L_{ab}^{\text{osz}} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{ab}^2} \quad \text{und} \quad L_{ab}^{\text{coh}} = \frac{4\sqrt{2}\sigma_x E^2}{|\Delta m_{ab}^2|} \quad (2.42)$$

die Beziehungen für die Oszillations- bzw. Kohärenzlänge sind. Es gilt $\Delta m_{ab}^2 \equiv m_a^2 - m_b^2$. Desweiteren findet man

$$F_{ab} = \exp \left[-2\pi^2 \xi^2 \left(\frac{\sigma_x}{L_{ab}^{\text{osz}}} \right)^2 \right]. \quad (2.43)$$

Aus Gleichung (2.41) wird die Bedeutung der Kohärenzlänge offensichtlich. Läuft $L \rightarrow L_{ab}^{\text{coh}}$, so wird das Oszillationsverhalten gedämpft und verschwindet schließlich. Durch Analyse des Terms (2.43) wird die oben diskutierte Forderung (2.35) bestätigt. Ist $\sigma_x \ll L_{ab}^{\text{osz}}$, so konvergiert F_{ab} gegen 1, Oszillationen können beobachtet werden. Falls (2.35) nicht zutrifft, wird das Oszillationsverhalten in (2.41) gedämpft und es kann lediglich eine konstante Übergangswahrscheinlichkeit $P_{ab} = \sum_a |U_{\alpha a}|^2 |U_{\beta a}|^2$ gemessen werden.

Bedingung (2.35) legt über Gleichung (2.42) eine obere Schranke für die Kohärenzlänge fest. Einsetzen von $\sigma_x = L_{ab}^{\text{osz}}$ ergibt

$$L_{ab}^{\text{coh}} \leq \frac{16\sqrt{2}\pi E^3}{(\Delta m_{ab}^2)^2}. \quad (2.44)$$

Verglichen mit der oben definierten Kohärenzlänge (2.34) liefert die genaue Berechnung (2.42) also ein sehr ähnliches Resultat. Übertragen auf die hier betrachteten Photon-Oszillationen gilt also $\Delta m^2 = \mu^2$ und die gesuchte Beziehung für die Kohärenzlänge lautet

$$L_{\text{coh}} = \frac{4\sqrt{2}\sigma_x E^2}{\mu^2} \simeq 1,8 \times 10^{19} \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right)^2 \left(\frac{\mu}{10^{-7}\text{eV}} \right)^{-2} \left(\frac{\sigma_x}{\text{m}} \right) \text{kpc}. \quad (2.45)$$

Kapitel 3

Gamma-Astronomie und Astroteilchenphysik

Noch vor 100 Jahren war das Forschungsgebiet der Astronomie und Astrophysik auf das verhältnismäßig schmale Frequenzband des optischen Lichtes, dessen Wellenlängen etwa zwischen 380 und 750 Nanometern liegen, beschränkt. Durch neuartige physikalische Erkenntnisse und daraus resultierenden Technologien entwickelten sich erst Mitte des 20. Jahrhunderts unserer Zeitrechnung Methoden, um auch die anderen Bereiche des elektromagnetischen Spektrums beobachten zu können. Es stellte sich heraus, dass das beobachtbare Universum und die Objekte, die es beinhaltet, in weit mehr Frequenzbändern emittieren, als zuvor angenommen. Heute sind astronomische Beobachtungen (mit wenigen Ausnahmen) im gesamten bekannten Bereich des elektromagnetischen Spektrums möglich, die sich somit vom Radiobereich über den Infrarot-Bereich, dem optischen Band bis hin zum Röntgenbereich und sehr hochenergetischen γ -Bereich erstrecken. Aufgrund der frequenzabhängigen Absorption der Atmosphäre der Erde lassen sich einige Bereiche des elektromagnetischen Spektrums nicht vom Boden aus beobachten. Die Möglichkeit, trotzdem alle Frequenzbänder beobachten zu können, ist abgesehen von der Entwicklung der Detektoren somit auch der Entwicklung von Satelliten zu verdanken, mit deren Hilfe sich ein Standort der Experimente außerhalb der Atmosphäre der Erde wählen lässt.

Das Teilgebiet der Astronomie, das sich mit der Erforschung hochenergetischer und sehr hochenergetischer Photonen beschäftigt, wird γ -Astronomie genannt. Heute erstreckt sich der der γ -Astronomie zugängliche Energiebereich über mehr als 8 Dekaden der Photonenenergie, von Energien im MeV-Bereich bis hin zu Energien von 100 TeV. Ist die Energie $E > 100$ GeV, so spricht man von sehr hochenergetischer γ -Astronomie (Benutzt wird oft die Abkürzung VHE für *very high energy*). Der Energiebereich der γ -Astronomie ist durch verschiedenartige Beobachtungsmethoden zugänglich, von denen die für diese Arbeit und allgemein bedeutenden Techniken in Kapitel 3.3 vorgestellt werden.

Es stellt sich heraus, dass die Strahlung im Energie-Bereich der γ -Astronomie im Wesentlichen nicht-thermischen Ursprungs ist und durch (astro-) physikalische Prozesse von geladenen Teilchen höchster Energie hervorgerufen wird, die durch stochastische Beschleunigungsprozesse beschleunigt werden (Details und Referenzen können Horns (2008) entnommen werden). Somit folgt der beobachtete differenzielle Photonenfluss $\frac{dN}{dE}$ meist einem Potenzgesetz in der Energie E

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\alpha}, \quad (3.1)$$

wobei α eine positive Konstante ist. Kapitel 3.2 behandelt unter anderem die für diese

Arbeit wichtigen Entstehungsmechanismen hochenergetischer und sehr hochenergetischer Photonen.

Seit der Entdeckung der geladenen kosmischen Strahlung durch die Ballonexperimente von Viktor Hess im Jahre 1912 (Hess 1912) ist die Untersuchung der Zusammensetzung und der Quellen der kosmischen Strahlung ein umfangreiches Gebiet der Astroteilchenphysik geworden. Bis heute ist die vollständige Herkunft der geladenen kosmischen Strahlung, die isotrop auf der Erde einfällt, ungeklärt. Aufgrund von Sekundärreaktionen der kosmischen Strahlung in der Atmosphäre konnten wesentliche Grundbausteine der Materie und des Standardmodells entdeckt werden. Das sind im Detail das Neutron, das Positron und das Myon (siehe Referenzen in Beilicke (2005)). Somit ist ersichtlich, dass Astrophysik und Teilchenphysik eng miteinander verknüpft sind. Dies ist ein Grund dafür, dass sich in jüngerer Vergangenheit das Forschungsgebiet der Astroteilchenphysik (siehe auch Komitee für Astroteilchenphysik (KAT) (2006)) bildete. Die wesentlichen Fragen, die die Astroteilchenphysik untersucht, beinhalten neben der Untersuchung der kosmischen Strahlung das Verständnis der verschiedenen γ -Quellen im Universum, von denen die wesentlichen Klassen in Kapitel 3.1 vorgestellt werden, und der innerhalb der Quellen ablaufenden Beschleunigungsmechanismen und Produktionsmechanismen (siehe auch Kapitel 3.2). Die Frage nach der Verteilung dieser Quellen ist eng verknüpft mit der Einschränkung der Energiedichte der extragalaktischen Hintergrundstrahlung (EBL, *extragalactic background light*). Wie auch in dieser Arbeit können die Methoden der Astroteilchenphysik dazu beitragen, nach Physik zu suchen, die über das Standardmodell hinausgeht. Darunter fällt die Suche nach neuen Teilchen, beispielsweise nach Axionen oder verborgenen Photonen (Kapitel 2), die allgemein mit der Suche nach Dunkler Materie verknüpft ist. Auch nach Effekten wie zum Beispiel der Verletzung der Lorentzinvarianz auf hohen Energieskalen wird mit Hilfe der γ -Astronomie gesucht. Referenzen können zum Beispiel in Horns (2008) gefunden werden.

3.1 VHE-Quellen

Die bekannten Quellen sehr hochenergetischer γ -Strahlung (VHE-Quellen) sind sowohl galaktischer als auch extra-galaktischer Natur. Bis heute¹ sind über 70 verschiedene VHE-Quellen bekannt, von denen über 50 galaktische Objekte sind und über 20 extra-galaktischen Ursprungs sind. Die galaktischen Quellen lassen sich verschiedenen Klassen zuordnen. Bekannt sind 5 schalenförmige Supernova-Überreste (*shell-type SNRs*²), 2 SNRs gemischter Morphologie (*mixed-morphology SNRs*), 2 *composite* SNRs, 20 Pulsar-Windnebel, 2 Sternenhaufen, 4 Röntgen Binär-Systeme (*X-ray binary systems*) und ca. 18 Quellen, bei denen eine Zuordnung zu bekannten Quell-Typen bisher nicht zweifelsfrei möglich gewesen ist. Extra-galaktischen Ursprungs sind 23 der bekannten Objekte. Darunter befinden sich 21 Blazare, eine Fanaroff-Riley Typ I Galaxie (M 87) und ein Quasar mit flachem Radio-Spektrum (3C279).

Der in Kapitel 4 diskutierte Krebsnebel (M 1, *Crab Nebula*) gehört der Kategorie der Pulsar-Windnebel an. Genaue Erklärungen der anderen genannten Quell-Typen sind in Horns (2008) zu finden. Die Quellen und ihre Positionen sind in Abbildung 3.1 dargestellt.

¹Stand: September 2008

²Die Abkürzung SNR steht für *supernova remnant*, engl. für Supernova-Überrest.

- **Krümmungsstrahlung.** Sind die Magnetfelder stark, folgen die geladenen Teilchen durch ihre spiralförmigen Bewegungen um die Feldlinien dem Verlauf der Feldlinien. Sind die Feldlinien gekrümmt, so strahlen die Teilchen aufgrund dieser “extrinsischen” gekrümmten Bewegung Photonen ab.
- **Inverser Comptoneffekt (IC).** Als inversen Comptoneffekt bezeichnet man die inelastische Streuung von relativistischen Elektronen der Energie E_e an Photonen der Energie ε , wobei $\varepsilon \ll E_e$ ist. Dadurch findet ein Energieübertrag der Energie der Elektronen auf die Photonen statt, sodass im Endzustand hochenergetische Photonen auftreten.

$$e^- + \gamma_\varepsilon \rightarrow e^- + \gamma \quad (3.4)$$

Die beitragenden Feynman-Graphen niedrigster Ordnung Störungstheorie sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Durch Einführung des Parameters $\xi = \varepsilon E_e / (m_e c^2)^2$ können zwei Grenzfälle unterschieden werden. Ist $\xi \ll 1$, das sog. Thomson-Limit, wird der Streuprozess klassisch und der Wirkungsquerschnitt kann mit dem Thomsonquerschnitt $\sigma_T = 0,665 \times 10^{-28} \text{m}^2 = 0,665 \text{b}$ approximiert werden. Die mittlere Energie der emittierten Photonen ist dann

$$\langle E_\gamma \rangle = \frac{4}{3} \langle \varepsilon \rangle \gamma^2, \quad (3.5)$$

wobei $\gamma = E_e / (m_e c^2)$ der Lorentzfaktor der Elektronen ist. Ist $\xi \gg 1$, der Klein-Nishina-Fall, so gibt das Elektron fast seine gesamte Energie an das Photon ab: $E_\gamma \approx E_e$. Der Wirkungsquerschnitt wird bei diesen Energien deutlich kleiner und kann mit der Klein-Nishina-Formel dargestellt werden.

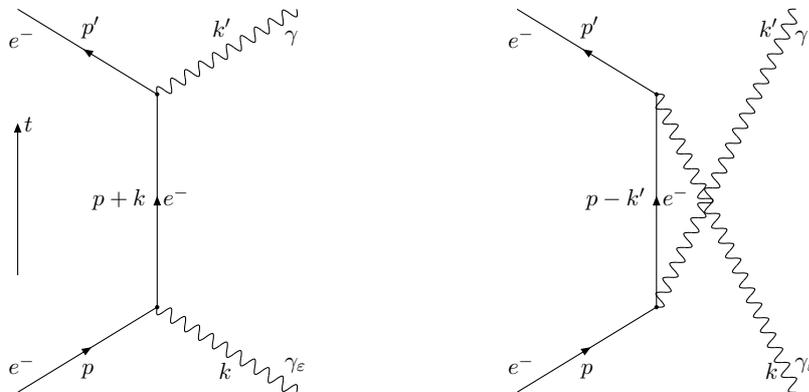


Abbildung 3.2: Die zum Wirkungsquerschnitt der (inversen) Compton-Streuung beitragenden Feynman-Diagramme niedrigster Ordnung Störungstheorie. Das linke Diagramm stellt den s -Kanal, das rechte den u -Kanal dar. Mit p und p' sind die Viererimpulse des einlaufenden bzw. auslaufenden Elektrons bezeichnet. Die Viererimpulse k und k' bezeichnen den Anfangs- bzw. Endzustand des Photons. Der Pfeil gibt die Richtung der Zeitkoordinate an.

- **Andere.** Es gibt weitere Möglichkeiten, γ -Strahlung zu emittieren. An dieser Stelle sollen zwei weitere Erwähnung finden. Durch Wechselwirkung zweier Protonen, von Protonen mit Antiprotonen und Protonen mit Photonen können neutrale Pionen π^0

entstehen. Im Folgenden sind die dominanten Kanäle dargestellt:

$$\begin{aligned}
 p + p &\longrightarrow p + p + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-), \\
 p + p &\longrightarrow p + n + \pi^+ + a\pi^0 + b(\pi^+ + \pi^-), \\
 p + \bar{p} &\longrightarrow c\pi, \\
 p + \gamma &\longrightarrow p + \pi^0,
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

wobei $a, b \in \mathbb{N}_0$ sind und $c \in \mathbb{N}$ ist. Die entstandenen neutralen Pionen zerfallen anschließend in zwei Photonen, $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$.

Weiterhin kann nicht-thermische Strahlung zum Beispiel durch Elektron-Positron Annihilation entstehen ($e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$).

3.3 Beobachtungstechniken für VHE-Photonen

3.3.1 Luftschauder und Cherenkov-Licht

Aufgrund der Absorption der Erdatmosphäre ist ein direkter Nachweis von Photonen der Energie $\mathcal{O}(\text{TeV})$ physikalisch nicht möglich. Da der Fluss dieser Photonen sehr niedrig ist, erfordert die Messung derer große effektive Detektorflächen, so dass ein Nachweis mit Instrumenten auf Satelliten bis heute technologisch nicht realisierbar ist (Abschnitt 3.3.2). Vom Boden aus ist allerdings eine indirekte Detektion der TeV-Photonen möglich. Trifft ein TeV-Photon auf die Atmosphäre der Erde, so findet durch den QED-Prozess der Paarbildung eine Wechselwirkung mit dem Coulomb-Feld eines Kern A der Erdatmosphäre statt und das Photon bildet ein Elektron-Positron-Paar⁴: $\gamma + A \longrightarrow e^- + e^+ + A^*$. Details des Prozesses sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Das gebildete Elektron-Positron-Paar wechselwirkt anschließend aufgrund der jeweiligen elektromagnetischen Ladung mit den Coulombfeldern der Kerne und strahlt über den Prozess der Bremsstrahlung Photonen ab, die anschließend wieder e^-e^+ -Paare bilden. Es bildet sich somit eine Teilchenkaskade, die als elektromagnetischer Luftschauder bezeichnet wird (Heitler 1954). Die Kaskade erreicht ein Maximum, wenn sich die Energieverluste durch Bremsstrahlung und Ionisation einander gleichen und stirbt danach aus energetischen Gründen aus. Die Energie der Teilchen im Schauermaximum ist für die Erdatmosphäre $E_{\text{krit}} \approx 80 \text{ MeV}$ (Berger und Seltzer 1964). Um eine Vorstellung der Größe einer solchen Kaskade zu vermitteln, sei noch angemerkt, dass sich für die Prozesse der Bremsstrahlung und Paarbildung materialabhängige Strahlungslängen $X_{0,e}$ und X_γ definieren lassen, die typischerweise in der Einheit g/cm^2 gemessen werden. Beispielsweise entspricht eine Strahlungslänge $X_{0,e}$ dem zurückgelegten Weg eines Teilchens, dessen Energie durch Bremsstrahlungsverluste um den Faktor e abgenommen hat, wobei e an diese Stelle die Euler'sche Zahl bezeichnet. Es gilt $X_\gamma = \frac{9}{7}X_{0,e}$. Die Dicke der Atmosphäre entspricht ungefähr 27 Strahlungslängen.

Die Teilchenzahl des Luftschauders ist somit proportional zur Primärenergie des Photons. Damit lässt sich die Atmosphäre als Kalorimeter zur Bestimmung der Primärenergie des Photons verwenden.

Eine Möglichkeit, den Luftschauder nachzuweisen und auf die Primärenergie des Photons zu schließen, ist die Emission von Cherenkov-Licht der geladenen Sekundärteilchen. Propagiert ein geladenes Teilchen mit einer Geschwindigkeit $\beta = v/c$ durch ein Medium,

⁴Aufgrund der im Vergleich zur Elektron-Positron-Paarbildung (bei den betrachteten Energien) niedrigen Wirkungsquerschnitte ist eine Bildung anderer Lepton-Antilepton-Paare vernachlässigbar. Ebenfalls können andere Wechselwirkungen bei diesen Energien vernachlässigt werden.

das den von der Dichte des Mediums ρ und der betrachteten Frequenz ν abhängigen Brechungsindex $n(\rho, \nu)$ aufweist, so tritt im Fall $v > c' = c/n$ eine Emission von Licht der Frequenz ν durch das Medium auf. Hierbei ist c' die Geschwindigkeit des Lichtes in dem Medium. Die Abstrahlung dieses sog. Cherenkov-Lichts (beispielsweise Jackson (2006)) geschieht aufgrund der im Fall $v > c'$ konstruktiven Überlagerung der durch Polarisierung des Mediums entstandenen elektromagnetischen Kugelwellen. Da das Teilchen mit \mathbf{v} propagiert, erfolgt die Abstrahlung in einen Kegel, dessen Öffnungswinkel Θ_c von n und β abhängt:

$$\cos \Theta_c = \frac{1}{\beta n}. \quad (3.7)$$

Für die hier betrachteten Photonen sind die entstehenden Teilchen relativistisch und damit gilt $\beta \approx 1$. Typischerweise findet man für die Luftschauber von TeV-Photonen einen Winkel Θ_c von etwa 1° . Die Wellenlängen des abgestrahlten Cherenkov-Lichts, das von der Atmosphäre nicht absorbiert wird, liegen zwischen 300 und 600 nm, wobei die Intensität mit $1/\lambda^2$ abfällt.

Da sich aus der Teilchenzahl der am Luftschauber beteiligten Teilchen auf die Primärenergie des Photons, das den Luftschauber initialisiert hat, schließen lässt, ist auch die Intensität des abgestrahlten Cherenkov-Lichts ein Maß für die Primärenergie des Photons.

3.3.2 Experimente

Wie in der Einleitung dieses Kapitels erwähnt, generieren nicht-thermische γ -Quellen typischerweise Spektren, deren Fluss mit wachsender Energie einem fallenden Potenzgesetz folgt. Daher ist der direkte Nachweis von γ -Photonen durch satelliten-gestützte Experimente aufgrund der kleinen Detektionsflächen $\mathcal{O}(\text{m}^2)$ auf Energien $E < 100 \text{ GeV}$ limitiert. Die Detektion von VHE-Photonen erfordert effektive Flächen $\mathcal{O}(10^5 \text{ m}^2)$, die nur durch bodengestützte Observatorien erreicht werden können.

Bodengestützte Methoden basieren immer auf der Vermessung der durch Photonen mit Energien $E > 5 \text{ GeV}$ initialisierten Luftschauber (Kapitel 3.3.1). Im Wesentlichen sind in dem für diese Arbeit relevanten Energiebereich zwei Methoden⁵ zu unterscheiden:

- (i) Direkter Nachweis der Teilchen oder Cherenkov-Photonen der Schauber-Front am Boden (EAS-Arrays),
- (ii) Abbildung des Luftschaubers durch Ausnutzung seiner Emission von Cherenkov-Licht (IACTs).

Beide Methoden unterscheiden sich wesentlich in der erreichbaren Sensitivität, der Auflösung und Schwelle der Energie, der Winkelauflösung und des Gesichtsfeldes (*field of view*). Für Details sei auf Horns (2008) verwiesen. Die vorliegende Arbeit verwendet Ergebnisse beider Nachweismethoden. Daher sollen im Folgenden beide Klassen von Experimenten kurz diskutiert werden.

- (i) **EAS-Arrays**⁶. Durch eine großflächige Anordnung von Teilchendetektoren in definierten Abständen wird die Ankunftszeit und Teilchenverteilung der Schauber-Front vermessen. Aus der Gesamtzahl der Teilchen und den relativen Ankunftszeiten kann die Primärenergie und Richtung des Luftschaubers bestimmt werden. Die Experimente

⁵Für höhere Energien sind weitere Detektionsmethoden möglich: Detektion des Fluoreszenzlichtes und der Geosynchrotron-Strahlung.

⁶EAS-Array steht für *extended air-shower array*.

MILAGRO (Atkins *et al.* 2004) und TIBET-III (Amenomori *et al.* 2009) gehören zu dieser Kategorie. Die wesentliche Detektorkomponente des MILAGRO-Detektors ist ein lichtdichtes Wasserbecken, das mit Photomultipliern bestückt ist⁷. Geladene Teilchen des Luftschauers emittieren bei der Propagation durch das Wasser Cherenkov-Licht (Kapitel 3.3.1), das durch die Photomultiplier detektiert wird. Die Energieauflösung derartiger Experimente liegt typischerweise bei $\Delta E/E \approx 30 - 100\%$. Der Fluss einer Quelle kann mit einer Sensitivität von $\approx 10^{-12} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ bei einem Jahr Belichtungszeit bestimmt werden. Eine Übersicht über EAS-Arrays wird in Lorenz (2007) gegeben.

- (ii) **IAC**Ts. Die Abkürzung IACT steht für *imaging air Cherenkov telescope* - abbildendes, atmosphärisches Cherenkov-Teleskop. Wie in Kapitel 3.3.1 beschrieben, kann das durch den Luftschauer emittierte Cherenkov-Licht durch ein optisches Teleskop, das in dem vom Luftschauer ausgeleuchteten Bereich⁸ am Boden montiert ist und in die Richtung des Schauers zeigt, abgebildet werden. Als Kamera dienen Photomultiplier, mit denen die zum Nachweis des kurzen Cherenkov-Pulses ($\mathcal{O}(\text{ns})$) nötige Zeitauflösung gewährleistet werden kann. Aus dem Bild können die Primärenergie des Photons und die Richtung des Luftschauers rekonstruiert werden. Durch die Methode der Stereoskopie, bei der ein Array aus voneinander separierten Teleskopen zur Detektion eines Schauers verwendet wird, kann der Fehler der rekonstruierten Parameter deutlich minimiert werden. IACTs erreichen eine Sensitivität von $\approx 10^{-13} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ bei einer Belichtungszeit von 50 Stunden. Die Energieauflösung beträgt $\Delta E/E \approx 15 - 20\%$. Für eine Liste der aktiven IACTs sei auf Weekes (2008) verwiesen.

Im Folgenden werden einige Experimente, die sehr hochenergetische γ -Strahlung mit Hilfe von abbildenden Cherenkov-Teleskopen vermessen, näher beschrieben.

- **HEGRA**. Teil des *High-Energy-Gamma-Ray-Astronomy*-Experiments waren im Zeitraum von 1996 – 2002 sechs abbildende Cherenkov-Teleskope, von denen fünf zu einem stereoskopischen Array zusammengefasst waren. Das Experiment war aufgrund der guten Beobachtungsbedingungen auf der Kanarischen Insel La Palma in einer Höhe von ca. 2200 m über NN aufgebaut und befand sich auf dem Gelände des Observatorio del Roque de los Muchachos. Das HEGRA-Experiment ermöglichte zum ersten mal die routinemäßige stereoskopische Beobachtung des Cherenkov-Lichtes von Luftschauern.
- **H.E.S.S.** Das *High Energy Stereoscopic System* ist ein Array aus 4 abbildenden Cherenkov-Teleskopen, die im Khomas Hochland in Namibia in der Nähe des Gamsberges stationiert sind. Die Hochebene liegt in einer Höhe von 1800 m über dem Meeresspiegel. In dem heutigen Zustand arbeitet das Experiment seit Anfang 2004, derzeit befindet sich ein fünftes Teleskop, das die Energieschwelle des Experiments deutlich senken wird, im Aufbau (H.E.S.S. Phase II).
- **MAGIC**. Das MAGIC-Experiment, das auf dem Observatoriumsgelände des ehemaligen HEGRA-Experiments gebaut wurde, besteht zur Zeit aus einem

⁷Im Unterschied zu anderen EAS-Arrays erlaubt dies eine Abdeckung der gesamten Detektionsfläche mit aktiver Detektorfläche von 100% (*filling factor*).

⁸Der Cherenkov-Kegel hat am Boden einen typischen Durchmesser von 200 – 300 m, abhängig von der Höhe des Standortes.

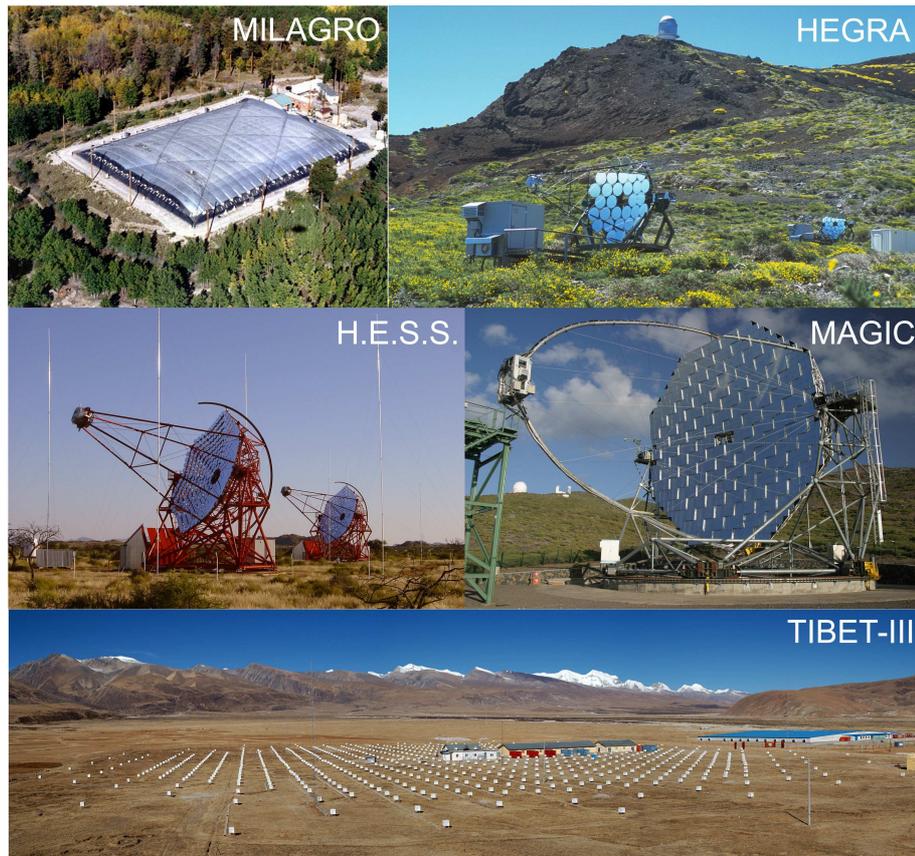


Abbildung 3.3: Fotos einiger der im Text besprochenen Experimente. MILAGRO und TIBET-III gehören zu der Kategorie der EAS-Arrays. Die anderen drei Experimente, HEGRA, H.E.S.S. und MAGIC, sind abbildende Cherenkov-Teleskope. Diese und ähnliche Fotos sind im Internet auf den Websites der Kollaborationen zu finden.

parabolischen Reflektor, der einen Durchmesser von 17 m aufweist. Das Experiment ist seit Ende 2003 in Betrieb. Die kürzliche Einweihung eines zweiten Teleskops mit verbesserter Kamera (MAGIC-II) wird die Energieauflösung und Separation des Hintergrundes des Experiments verbessern.

Als weitere abbildende Cherenkov-Teleskope seien das Whipple 10 m Teleskop und das stereoskopische Array VERITAS in der Nähe von Los Alamos erwähnt. Fotos einiger der in diesem Kapitel erwähnten Experimente sind in Abbildung 3.3 zusammengestellt.

Kapitel 4

Der Krebsnebel



Abbildung 4.1: Der Krebsnebel als Überlagerung einer Aufnahme im optischen Band (Hubble-Weltraumteleskop, WFPC2, in Rottönen dargestellt) und im Röntgen-Band (blau). Die Röntgen-Daten wurden mit Hilfe des Chandra-Satelliten (ACIS-S) gewonnen. Das Bild hat die Abmessungen von $2,24' \times 2,24'$. Quelle: Hester *et al.* (2002)

Eines der prominentesten astronomischen Objekte am Himmel, der Krebsnebel (Messier 1 oder NGC 1952)¹, ist der Überrest einer Supernova-Explosion, die sich im Jahre AD 1054 ereignete. Am Nachthimmel findet man den Krebsnebel in der Nähe des Sterns ζ -Tauri, der das südlichere Horn des Stieres (lat. *Taurus*) bildet. In unmittelbarer Nähe des geometrischen Zentrums des Nebels, das von der Erde eine Entfernung von $d_c = (1,93 \pm 0,11)$ kpc aufweist (Trimble 1973), befindet sich ein Pulsar (PSR B0531+21), womit das Objekt in die Kategorie der Pulsar-Windnebel bzw. Plerione fällt.

Bis heute sind der Krebsnebel (und sein Pulsar) in allen astronomisch zugänglichen Wellenlängen untersucht worden, was eine, bis heute unter astronomischen Objekten einzigartige, Kenntnis der breitbandigen spektralen Energieverteilung (SED, engl. *Spectral Energy Distribution*) zur Folge hat. Seit seiner Entdeckung als Emittent von VHE- γ -Strahlung durch die Whipple-Kollaboration (Weekes *et al.* 1989) ist er von mehr als 10 unabhängigen Gruppen mit unterschied-

lichen Methoden detektiert worden. Als hellste dauerhafte TeV-Quelle wird der Krebsnebel daher heute in der hochenergetischen γ -Astronomie oft als Standardkerze im TeV-Bereich zur Kalibration von Instrumenten und Detektoren verwendet.

Das Kapitel ist in drei Teile gegliedert. Abschnitt 4.1 diskutiert die wesentlichen Mechanismen der Entstehung des breitbandigen Spektrums des Nebels. Zudem werden benötigte Details bezüglich des Aufbaus des Krebsnebels und die physikalische Modellierung des Nebels andiskutiert, während Kapitel 4.2 auf die verwendeten Messungen des VHE-Spektrums und deren Interpretation eingeht. In Abschnitt 4.3 wird die Kohärenz der TeV-Photonen des Nebels betrachtet.

¹Im englischen Sprachgebrauch wird das Objekt als *Crab Nebula* bezeichnet.

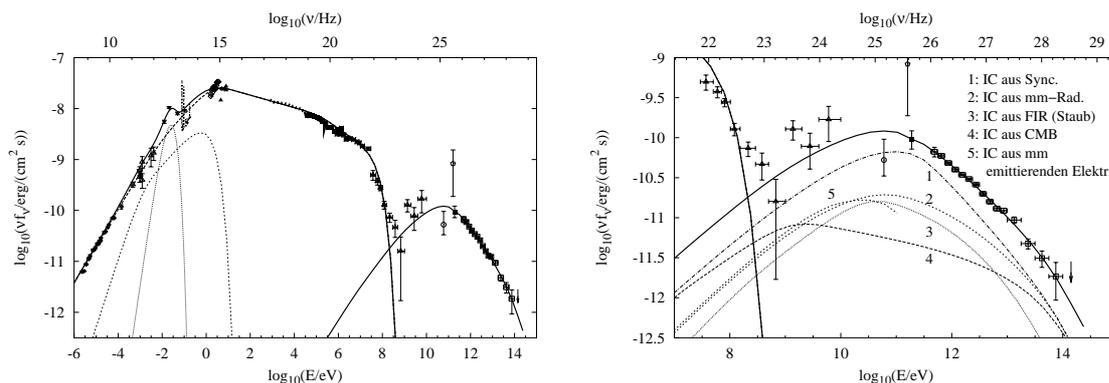


Abbildung 4.2: **Links:** Breitband-SED des Krebsnebels. Die durchgezogenen Linien beschreiben den Synchrotron- bzw. inversen Compton-Fluss, wie er aus Modellen berechnet wurde. Die punktierte Linie zeigt den Fluss einer thermischen Emission im fernen Infrarot (FIR), die am besten durch ein Schwarzkörperspektrum der Temperatur 46 K beschrieben wird. Die gestrichelte Linie ist eine Emission mit Wellenlängen im mm-Bereich. Die dicke gestrichelte Linie beschreibt die reine Synchrotron-Komponente, ohne Berücksichtigung der anderen Emissionen. Zudem sind diverse Messdaten gezeigt. Details hierzu sind in Aharonian *et al.* (2004) zu finden. **Rechts:** IC-Spektrum des Krebsnebels. Dargestellt sind die verschiedenen beitragenden Komponenten, die durch die unterschiedlichen Seed-Photonfelder zustande kommen. Bei (fast) allen Energien dominiert die Synchrotron-Komponente, wobei der Beitrag des kosmischen Mikrowellenhintergrundes (CMB) möglicherweise bei Energien größer 100 TeV erheblich wird. Die Messpunkte im Bereich $E > 100 \text{ GeV}$ sind mit den HEGRA Cherenkov-Teleskopen gemessen worden. Quelle der Abbildungen: Aharonian *et al.* (2004)

4.1 Spektrum und Entstehungsmechanismen der elektromagnetischen Strahlung des Krebsnebels

Der Krebsnebel weist eine kontinuierliche Emission vom Radiobereich bis hin zum sehr hochenergetischen γ -Bereich des elektromagnetischen Spektrums auf. Diese nimmt im nahen Infrarot und optischen Band ihr Maximum an. Zudem sind axialsymmetrische, filamentartige Strukturen zu sehen, die vor allem im Röntgen-Band (engl. *X-Ray*) auftreten. Abbildung 4.2 (links) zeigt die breitbandige spektrale Energieverteilung des Krebsnebels, wobei $\nu f_\nu = E^2 \frac{dN}{dE}$ ist. $E^2 \frac{dN}{dE} d(\ln E)$ ist der Energiefluss im logarithmischen Energieintervall $d(\ln E)$. Die Variable E bezeichnet die Energie, während $\frac{dN}{dE} dE$ die Zahl der Photonen des Energieintervalls dE pro Einheitsfläche und Zeiteinheit ist.

Wenn nicht explizit angegeben, verwendet die folgende Diskussion die Quellen Aharonian (2004) und Aharonian *et al.* (2004).

Die Strahlung des Krebsnebels ist hauptsächlich nicht-thermischen Ursprungs. Hervorgerufen wird diese im Wesentlichen durch die Synchrotron-Strahlung beschleunigter Elektronen im verhältnismäßig hohen Magnetfeld des Nebels, wobei das mittlere Magnetfeld des Nebels durch Messungen mit den HEGRA Cherenkov-Teleskopen zu $\overline{B} = (161,6 \pm 0,8_{\text{stat}} \pm 18_{\text{sys}}) \mu\text{G}$ bestimmt werden kann (modellabhängig, Aharonian *et al.* (2004))². Die hochenergetische γ -Strahlung ($E > 1 \text{ GeV}$) wird durch inverse Comptonstreuung (Kapitel 3.2) der ultra-relativistischen Elektronen des Windes an verschiedenen

²Die Abkürzung “stat” bezeichnet den statistischen Fehler, “sys” den systematischen Fehler.

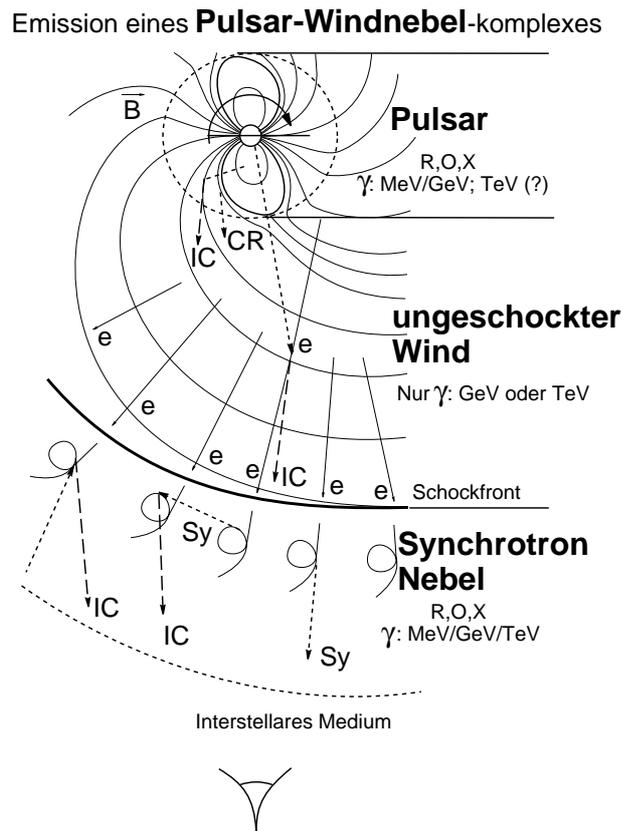


Abbildung 4.3: Es gibt im Wesentlichen drei Regionen eines Pulsar-Windnebels, in denen nicht-thermische Strahlung erzeugt wird. Eine Erklärung hierzu ist im Text zu finden. Mit \vec{B} sind die Feldlinien des Magnetfeldes bezeichnet, "IC" steht für Invers-Compton und "Sy" für Synchrotron-Strahlung. Entnommen aus Aharonian und Bogovalov (2003).

Photonfeldern (*Seed-Photons*) erzeugt, von denen die wesentliche Komponente das Synchrotronfeld ist (siehe Abbildung 4.2 (rechts)).

Die einzige Energiequelle des Nebels ist die kinetische Energie des schnell rotierenden Pulsars, der eine Periode von 33 ms aufweist. Die Messung der abgestrahlten Luminosität des Nebels zeigt, dass diese ungefähr der Spin-Down-Luminosität des Pulsars entspricht. Somit stellt sich heraus, dass die Spin-Down-Energie durch den Nebel sehr effizient in Strahlung umgesetzt wird.

4.1.1 Theoretische Modelle

Pulsar-Windnebel können durch Modelle vereinfacht beschrieben werden. Danach wird deren Strahlung in drei physikalisch verschiedenen Regionen emittiert, nämlich in der Magnetosphäre des Pulsars, in der Region des ungeschockten Pulsarwindes und im Synchrotronnebel (Abbildung 4.3). Pulsare emittieren Winde aus Elektronen, Positronen und möglicherweise Ionen, wobei der Anteil der Ionen in gängigen Modellen als vergleichsweise klein erwartet wird, jedoch bis heute umstritten ist (Arons 2004). Die Teilchen werden durch elektromagnetische Effekte stark beschleunigt und treffen auf eine Schockfront, den Terminationsschock (*Termination Shock*). Der Terminationsschock ist eine Region, die durch ein Gleichgewicht zwischen dem Druck des Windes und dem Druck des Nebels, der durch

die akkumulierte injizierte Energie zustande kommt, gehalten wird (Rees und Gunn 1974). Durch stochastische bzw. diffusive Beschleunigungsmechanismen (beispielsweise Fermi-Beschleunigung) werden die Teilchen hier auf höchste Energien ($\mathcal{O}(\text{PeV})$) beschleunigt, die Dichte der Teilchen folgt nach der Beschleunigung einem Potenzgesetz in der Energie. Aufgrund der vorhandenen Magnetfelder erfolgt in der Region hinter dem Schock (*Downstream Region*) ein Energieverlust der Teilchen durch Synchrotron-Strahlung, wenn diese auf das Auswurfmaterial des ursprünglichen Sterns (*Ejecta*) treffen (Synchrotron-Nebel).

Die wesentlichen Eigenschaften des Krebsnebels lassen sich erfolgreich durch MHD-Modelle (Magnetohydrodynamik) beschreiben und berechnen (Kennel und Coroniti 1984a,b). Beim Krebsnebel terminiert der ultra-relativistische Pulsarwind in einem stehenden Schock, der durch Beobachtungen im Röntgenbereich mit dem Chandra-Satelliten (Weisskopf *et al.* 2000) in einer Entfernung vom Pulsar von ca. 0,1 pc bzw. 14'' gemessen wird. Durch die keV/TeV-Beobachtungen lässt sich schließen, dass der Terminationsschock Elektronen auf Energien bis zu 10^{16} eV beschleunigt. Wegen der Form des Synchrotron-Spektrums müssen zwei Populationen von Elektronen existieren, ein niederenergetisches ($E \leq 100$ GeV) Spektrum von *Radio*- und eines von hochenergetischen *Windelektronen*, das mit $n_{we}(E) \propto (E_* + E)^{-\alpha_{we}} \exp(-E/E_1)$, wobei $\alpha_{we} = 2,4$, $E_* = 200$ GeV und $E_1 = 2,5 \times 10^{15}$ eV ist, angegeben wird (Aharonian 2004). Die Größe $n(E)$ ist hierbei die differenzielle Teilchendichte als Funktion der Energie.

Das Hochenergie-Spektrum (Abbildung 4.2 (rechts)), das durch inverse Comptonstreuung entsteht, wird durch folgenden Zusammenhang parametrisiert (Aharonian *et al.* (2004)):

$$\log_{10} \left\{ \frac{\nu f_\nu}{\text{erg (cm}^2 \text{ s)}^{-1}} \right\} = \sum_{i=0}^5 p_i \log_{10}^i \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right), \quad (4.1)$$

wobei die Koeffizienten p_i die Werte $p_0 = -10,3531$, $p_1 = -0,578559$, $p_2 = -0,119778$, $p_3 = 0,0542375$, $p_4 = -0,00766819$ und $p_5 = -0,00660223$ aufweisen.

Zur Morphologie des Nebels ist weiterhin zu sagen, dass generell seine Größe mit wachsender Energie abnimmt. Die Messungen (HEGRA-Kollaboration) der Ausdehnung des Nebels im TeV-Bereich σ_{src} liefern *obere Schranken* (99,865% c.l.), und zwar ist

$$\sigma_{\text{src}} < \begin{cases} 2', & E < 10 \text{ TeV} \\ 3', & E > 10 \text{ TeV} \end{cases} \quad (4.2)$$

(vgl. Abbildung 5 in Aharonian *et al.* (2004)). Die gängigen leptonenischen Modelle des Nebels ergeben eine Ausdehnung von ca. 20'' im TeV-Bereich (ebenfalls Aharonian *et al.* (2004)), was nahezu identisch mit der Position des Schocks ist und im Rahmen dieser Arbeit angenommen wird (Kapitel 4.3). Die zentrale Region des Nebels lässt sich auf eine Region kleiner als 0,5 pc einschränken.

4.1.2 Einfluss des Pulsars

Abschließend sei an dieser Stelle noch kurz auf das hochenergetische Spektrum des Krebs-Pulsars eingegangen. Je nach Modell haben die γ -Spektren von Pulsaren einen exponentiellen Abbruch (*Cut-Off*) bei Energien von einigen GeV. Die gepulste γ -Strahlung des Krebs-Pulsars wurde unter anderem durch das EGRET-Experiment (*Energetic γ -Ray Experiment Telescope*), das sich an Bord des Compton-Satelliten (CRGO, *Compton γ -Ray Observatory*) befand, vermessen. Die jüngste Detektion des Pulsars durch das MAGIC-Experiment ergab einen Flusspunkt bei einer Energie etwas größer als 25 GeV, dessen

Fluss um ein Vielfaches kleiner ist als der bei dieser Energie aus den EGRET-Daten extrapolierte Fluss wäre (Aliu *et al.* 2008). Dadurch lässt sich die Cut-Off-Region des Pulsars bestimmen. Nach Aliu *et al.* (2008) wird das Spektrum des Pulsars am besten durch $F(E) \propto E^{-\alpha} \exp[-(E/E_0)^\beta]$ beschrieben, wobei F der Fluss mit $\alpha = 2,022 \pm 0,014$, $\beta = 1,2$ und $E_0 = (20,4 \pm 3,9_{\text{stat}} \pm 7,4_{\text{sys}})$ GeV ist.

Somit weist das sehr hochenergetische γ -Spektrum des Nebels ($E > 100$ GeV) keine gepulste Komponente auf. Dies wird auch durch die Suche nach gepulster Strahlung im sehr hochenergetischen Spektrum des Nebels durch andere Experimente (beispielsweise HEGRA, Aharonian *et al.* (2004)) bestätigt. Die berechneten oberen Schranken sind um ein Vielfaches niedriger als der Invers-Compton-Fluss ($< 5\%$), somit ist ein möglicher Einfluss zu vernachlässigen.

4.2 Messdaten des VHE-Spektrums des Krebsnebels

Das sehr hochenergetische Spektrum des Krebsnebels ist durch viele Experimente, sowohl von bodengestützten Cherenkov-Teleskopen als auch von Luftschauer-Arrays, vermessen worden (siehe Kapitel 3.3.2).

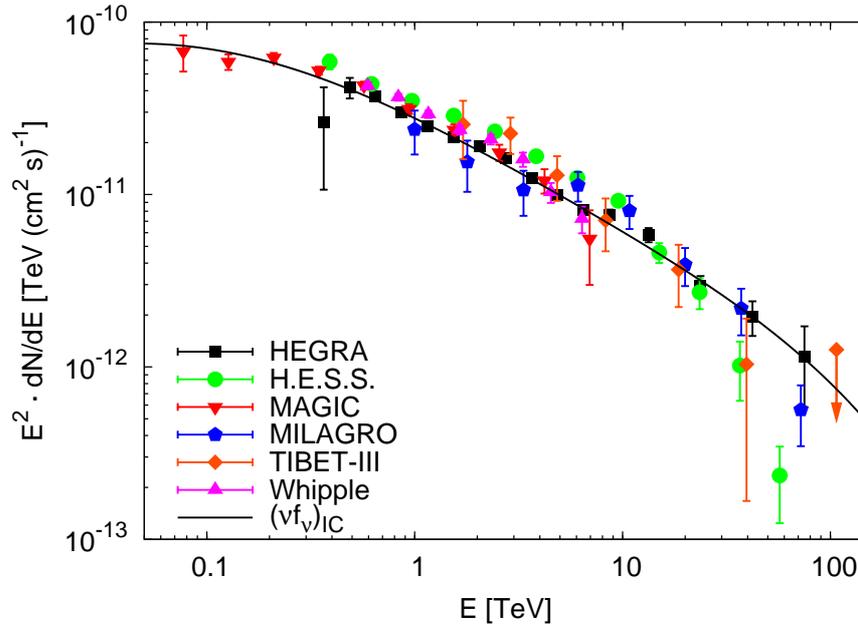


Abbildung 4.4: Der sehr hochenergetische Fluss des Krebsnebels im Energiebereich von ca. 0,1 TeV bis 100 TeV, vermessen von verschiedenen Experimenten (siehe Text). Die spektrale Energieverteilung des Objektes ist mit $E^2 \frac{dN}{dE}$ bezeichnet. Die Messpunkte sind jeweils mit ihrem statistischen Fehler auf den Fluss versehen, die Darstellung ist doppelt-logarithmisch gewählt. Die durchgezogene schwarze Linie zeigt außerdem den theoretischen erwarteten Fluss $(\nu f_\nu)_{\text{IC}}$ (Gleichung (4.1)), der durch inverse Comptonstreuung von Elektronen mit Photonen innerhalb des Nebels zustande kommt. Der letzte Punkt des hochenergetischen Endes mit einer Energie $E > 100$ TeV ist eine obere Schranke auf den Fluss, die aus der Analyse der Daten des TIBET-III-Experimentes folgt. Zu beachten ist, dass die hier gezeigten Daten des MILAGRO-Experimentes lediglich durch eine graphische Rekonstruktion aus der Darstellung in Allen und Yodh (2007) gewonnen wurden. Daher sind die angegebenen statistischen Fehler bei kleineren Energien etwas überschätzt.

In Abbildung 4.4 sind die Ergebnisse einiger wichtiger Experimente dargestellt. Vergli-

chen wird dies mit dem nach Gleichung (4.1) erwarteten Fluss, der durch inverse Comptonstreuung von Elektronen mit Photonen innerhalb des Nebels zustande kommt (siehe Kapitel 4.1). Gezeigt sind die in dieser Arbeit verwendeten Ergebnisse der bodengestützten Cherenkov-Teleskope HEGRA (Horns 2003; Aharonian *et al.* 2004), H.E.S.S. (Aharonian *et al.* 2006, 2007), MAGIC (Albert *et al.* 2008) und die des Whipple 10 m Teleskops (Grube 2007). MILAGRO (Allen und Yodh 2007) und TIBET-III (Amenomori *et al.* 2009) sind Luftschauder-Arrays. Die Messpunkte sind jeweils mit den dazugehörigen statistischen Fehlern auf den Fluss versehen. Aufgrund von Unsicherheiten in der Kalibration der Energie liegt der systematische Fehler auf die Energieskala jeweils bei $(\Delta E/E)_{\text{sys}} \approx 15-20\%$ (siehe z.B. Aharonian *et al.* (2004)). Der statistische Fehler auf die Energiepunkte lässt sich mit $(\Delta E/E)_{\text{stat}} \approx 10-15\%$ angeben (siehe z. B. Aharonian *et al.* (2006)). Für die Diskussion des systematischen Fehlers des Flusses sei jeweils auf die entsprechenden Veröffentlichungen der Kollaborationen verwiesen (siehe Quellenangaben).

Vergleicht man die Messungen mit dem theoretisch erwarteten Verlauf des Spektrums, so stellt man bei Energien $E < 10 \text{ TeV}$ innerhalb der Fehler eine gute Übereinstimmung fest. Bei Energien $E > 10 \text{ TeV}$ sind deutliche Abweichungen zwischen den einzelnen Experimenten erkennbar. Diese können verschiedene Ursachen haben. Unter Betrachtung der von den einzelnen Experimenten ausgewerteten Daten ergibt sich, dass die Zeitpunkte der Messungen teilweise um einige Jahre differieren. Aufgrund des Zusammenhangs zwischen der abgestrahlten Luminosität im harten Röntgenbereich und der im sehr hochenergetischen Invers-Compton-Bereich kann der von H.E.S.S. im Vergleich zu HEGRA bei Energien $E > 10 \text{ TeV}$ gemessene steilere Verlauf des Spektrums beispielsweise auf Instabilitäten in der Beschleunigungsregion/Schockfront (Hester 2008) zurückgeführt werden. Diese Schlussfolgerung liegt darin begründet, dass die Kühlungszeit der Elektronen, die für die Synchrotron-Strahlung im (harten) Röntgenbereich verantwortlich sind, Werte $t_{\text{sy}} < 1 \text{ a}$ aufweist³. Wegen der Verknüpfung mit dem beobachteten IC-Fluss können Instabilitäten auf diesen Zeitskalen im IC-Bereich beobachtet werden und somit für die Abweichungen verantwortlich sein.

Weiterhin ist zu betonen, dass die analysebedingten systematischen Fehler des gemessenen Flusses bei diesen Energien teilweise erheblich größer als bei niedrigeren Energien sein können.

Die Datensätze sind zudem gut mit einem reinen Potenzgesetz bzw. mit Potenzgesetzen mit exponentiellem Abbruch verträglich. Beispielsweise ergibt sich für die Flusspunkte des HEGRA-Experiments (vgl. Aharonian *et al.* (2004)) nach einer Anpassung an die Daten (engl. *fit*) mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate (χ^2_{lsq} -Methode, vgl. Kapitel 5.2) das differenzielle Spektrum

$$\frac{dN}{dE} = N_0 \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right)^{-\Gamma}, \quad (4.4)$$

wobei $N_0 = (2,83 \pm 0,04_{\text{stat}} \pm 0,6_{\text{sys}}) \times 10^{-11} \text{ Photonen}/(\text{cm}^2 \text{ s TeV})$ ist und der Exponent $\Gamma = 2,62 \pm 0,02_{\text{stat}} \pm 0,05_{\text{sys}}$ ist. Die Güte des Fits wird durch den reduzierten χ^2_{lsq} -Wert, $\chi^2_{\text{red}}(\nu)$, beschrieben, wobei ν hier für die Anzahl der Freiheitsgrade steht. Es ergibt sich

³Es gilt (Aharonian 2004)

$$t_{\text{sy}} \approx 5 \left(\frac{B}{10^{-4} \text{ G}} \right)^{-3/2} \left(\frac{\epsilon}{100 \text{ keV}} \right)^{-1/2} \text{ a}, \quad (4.3)$$

wobei das Magnetfeld B in komplexen Regionen des Nebels Werte $\mathcal{O}(\text{mG})$ aufweisen kann und die Energie ϵ der betrachteten Synchrotron-Strahlung im MeV-Bereich liegt (Abbildung 4.2).

$\chi_{\text{red}}^2(\nu) = 1,3(13)$. Hierbei ist zu beachten, dass bei dieser Anpassung der erste Punkt mit der Energie $E \approx 0.37$ TeV nicht berücksichtigt wurde.

Die experimentelle Messung und statistische Auswertung differenzieller Spektren ist physikalisch nur möglich, wenn die gewonnenen Daten in Energieintervallen, im Folgenden in Anlehnung an die englische Bezeichnung auch als *Energiebins* bezeichnet, gebündelt werden. Dies geschieht normalerweise unter der Definition, dass die Größe b der Intervalle in logarithmischer Darstellung der Energieachse konstant gehalten wird. Als Messwert \bar{E} für die Energie wird dann in erster Näherung der Mittelwert des Energiebins in logarithmischer Darstellung angegeben, d.h. das geometrische Mittel der beiden Intervall-Grenzen⁴. Eine einfache Betrachtung zeigt den quantitativen Zusammenhang zwischen den Größen.

Die Grenzen des Energieintervalls seien mit E_- und E_+ bezeichnet, wobei diese und die betrachteten geometrischen Mittel \bar{E} in der folgenden Diskussion dimensionslos definiert seien. In logarithmischer Darstellung gilt also für den Mittelwert:

$$\log_{10} \bar{E} = \frac{1}{2}(\log_{10} E_- + \log_{10} E_+) = \frac{1}{2} \log_{10}(E_- E_+). \quad (4.5)$$

Damit folgt für das geometrische Mittel

$$\bar{E} = 10^{\left(\frac{\log_{10}(E_- E_+)}{2}\right)} = (E_- E_+)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{E_- E_+}. \quad (4.6)$$

Seien nun \bar{E}_1 und \bar{E}_2 die geometrischen Mittel zweier aufeinander folgender Energieintervalle. Aufgrund der Konstanz von b lassen sich mit $b = \log_{10} \bar{E}_2 - \log_{10} \bar{E}_1 = \log_{10}(\bar{E}_2/\bar{E}_1)$ die Intervallgrenzen E_- und E_+ des ersten Intervalls bestimmen. Es gilt

$$\log_{10} E_{\pm} = \log_{10} \bar{E}_1 \pm \frac{b}{2} \quad \Leftrightarrow \quad E_{\pm} = \bar{E}_1 \cdot 10^{\pm \frac{b}{2}} = \bar{E}_1 \sqrt{\left(\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1}\right)^{\pm 1}}. \quad (4.7)$$

Zur späteren Verwendung sei auch die Intervallgröße ΔE angegeben. Es gilt

$$\Delta E = E_+ - E_- = \bar{E} (10^{\frac{b}{2}} - 10^{-\frac{b}{2}}) = \bar{E} 10^{-\frac{b}{2}} (10^b - 1) = E_- (10^b - 1). \quad (4.8)$$

Die Grenzen der Energiebins sind als Beispiel für den Datensatz der HEGRA Cherenkov-Teleskope in Abbildung 5.2 in Kapitel 5.1 dargestellt.

4.3 Kohärenzlänge der TeV-Photonen des Krebsnebels

Um mögliche Effekte der Oszillationen von TeV-Photonen des Krebsnebels beobachten zu können, ist es nach Kapitel 2.5 entscheidend, die Kohärenzlängen der Produktions- bzw. Detektionsprozesse zu betrachten. Im Rahmen dieser Arbeit soll dies im Folgenden diskutiert werden. Nach Nussinov (1976), Giunti und Kim (1998) bzw. Kim und Pevsner (1993) wird die Breite bzw. Unschärfe des Wellenpaketes $\sigma_{xP/D}$ durch die Region, in der der Produktions-/Detektionsprozess des Teilchens physikalisch lokalisiert ist, bestimmt. D.h., dass die Physik bzw. das physikalische Umfeld der Reaktion, die für die Entstehung der Neutrinos bzw. Photonen sorgt, bestimmend ist. Zunächst stelle man sich als einfaches

⁴Da die gemessenen Spektren Potenzgesetzen entsprechen, muss dies bei der Auswertung, also bei der Bildung des Bin-Mittels, berücksichtigt werden. Genauer entspricht die angegebene Energie somit nicht ganz dem geometrischen Mittel. Ein Vergleich mit den Intervall-Grenzen z.B. der HEGRA-Daten zeigt, dass der Fehler, der mit der Annahme des geometrischen Mittels auftritt, kleiner als 5% ist, was für die Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit ausreicht.

Beispiel die Entstehung von Neutrinos im Inneren der Sonne vor. Die stattfindende Reaktion, bei der ein Neutrino emittiert wird, bleibt kohärent, bis sie durch elektromagnetische Wechselwirkungen mit Nachbar-Kernen unterbrochen wird. Die räumliche Unschärfe der Reaktion σ_{xP} ist daher

$$\sigma_{xP} = v_p \tau = v_p \frac{\lambda_{\text{mfp}}}{\bar{v}}, \quad (4.9)$$

wobei v_p die Geschwindigkeit des emittierten Teilchens p (hier ein Neutrino, $v_\nu \approx c$), τ die mittlere Wechselwirkungszeit, λ_{mfp} die mittlere freie Weglänge und \bar{v} die mittlere thermische Geschwindigkeit (hier: der Kerne) ist. Selbige Beziehung lässt sich für relativistische Teilchen auch aus der Unschärferelation ableiten:

$$\sigma_{xP} \approx \frac{\hbar}{\Delta p} \approx \frac{\hbar c}{\Delta E} = c \tau. \quad (4.10)$$

Im Rahmen dieser Arbeit soll für den Krebsnebel zunächst der Produktionsprozess der Photonen genauer betrachtet werden. Im weiteren Verlauf wird dann der Detektionsprozess der sehr hochenergetischen Photonen in der Atmosphäre durch Auslösung von Luftschauern betrachtet, um danach die gesamte Kohärenzlänge zu diskutieren.

4.3.1 Produktionsprozess

Wie in Kapitel 4.1 beschrieben, entstehen die Photonen des VHE-Spektrums in einem kleinen Bereich der Downstream-Region des Terminationsschocks durch Invers-Compton-Streuung an niederenergetischen Photonen, die durch Synchrotronstrahlung entstanden sind. Um die Kohärenzlänge der IC-Photonen zu erhalten, ist es daher notwendig, den Invers-Compton-Prozess genau zu betrachten (siehe Abbildung 3.2). Dazu ist die mittlere freie Weglänge der Elektronen nach der ersten Wechselwirkung, in der das sehr hochenergetische γ -Quant entsteht, abzuschätzen, denn der Prozess bleibt kohärent, bis das Elektron mit einem weiteren Photon wechselwirkt. Eine möglicherweise folgende Abstrahlung von Synchrotron-Photonen hat keinen Einfluss auf die Kohärenz, da sie mit der Emission von Bremsstrahlung bzw. sog. *Soft-Photons* (englische Bezeichnung für niederenergetische Photonen, siehe beispielsweise Peskin und Schroeder (1995)) verglichen werden kann.

Allgemein kann $\lambda_{\text{mfp}}(E)$ für ein Elektron der Energie E , das mit dem isotropen⁵ Photonenfeld $n_b(\varepsilon)$ wechselwirkt, über folgenden Ansatz berechnet werden (Gould und Schröder (1967), Coppi und Blandford (1990)):

$$[\lambda_{\text{mfp}}(E)]^{-1} = \int_{\varepsilon} d\varepsilon' n_b(\varepsilon') \int_{-1}^1 d\mu \frac{1 - \beta\mu}{2} \sigma(s), \quad (4.11)$$

wobei $n_b(\varepsilon)$ die differentielle Dichte der Photonen im Energieintervall $[\varepsilon; \varepsilon + d\varepsilon]$ ist. Die Variable μ ist der Kosinus des eingeschlossenen Winkels zwischen Elektron und dem Photon, mit dem es wechselwirkt, während $\beta = \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{E^2}}$ die Geschwindigkeit des Elektrons mit der Masse m_e ist. Der totale (lorentzinvariante) Wirkungsquerschnitt $\sigma(s)$ hängt von der quadrierten Schwerpunktsenergie s ab, die über folgenden Zusammenhang mit den Energien ε und E im Laborsystem zusammenhängt:

$$s = m_e^2 + 2\varepsilon E(1 - \mu\beta). \quad (4.12)$$

⁵Das Photonenfeld im betrachteten Synchrotron-Nebel kann als isotrop angenommen werden.

Für die Betrachtung der Kohärenzlänge des Krebsnebels ist es ausreichend, eine *untere* Schranke für die mittlere freie Weglänge der Elektronen nach der ersten Wechselwirkung anzugeben. Wie in Kapitel 3.2 beschrieben, besteht diese darin, $\lambda_{\text{mfp}}(E)$ im Thomson-Limit ($\xi \ll 1$) auszurechnen, da der Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt mit hoher Energie kleiner wird als der Thomsonquerschnitt⁶. Damit ist $\sigma(s) = \sigma_T$. Da die Elektronen, die durch Invers-Compton-Streuung die TeV-Photonen abstrahlen, sowohl vor der Wechselwirkung als auch danach relativistisch sind (vgl. auch das in Kapitel 4.1 angegebene Elektronenspektrum), kann $\beta \approx 1$ gesetzt werden. Damit lässt sich das rechte Integral in Gleichung (4.11) lösen:

$$\int_{-1}^1 d\mu \frac{1 - \beta\mu}{2} \sigma(s) = \sigma_T \int_{-1}^1 d\mu \frac{1 - \mu}{2} = \sigma_T. \quad (4.13)$$

Für eine untere Schranke auf die mittlere freie Weglänge gilt somit

$$\lambda_{\text{mfp}}^{-1} = \sigma_T \int_{\varepsilon} d\varepsilon' n_b(\varepsilon'). \quad (4.14)$$

Um das Integral zu berechnen, ist die differenzielle Dichte des Photonenfeldes des Krebsnebels, an dem gestreut wird, auszurechnen. Diese erhält man aus der gemessenen spektralen Energieverteilung (SED), indem der Fluss auf das Volumen des Nebels zurückgerechnet wird. Die differenzielle Dichte des Photonenfeldes ist mit dem differenziellen Fluss $\frac{dN}{dE}$ über die Beziehung $n_b(E) = \frac{1}{c} \frac{dN}{dE}$ verknüpft (Rybicki und Lightman 2004). Der Zusammenhang mit der spektralen Energieverteilung ist über $\frac{dN}{dE} = \frac{\nu f_\nu}{E^2}$ gegeben. Für den gemessenen Fluss νf_ν und den Fluss am Ort des Nebels $(\nu f_\nu)_c$ gilt

$$\nu f_\nu 4\pi d_c^2 = (\nu f_\nu)_c 4\pi R_c^2, \quad (4.15)$$

wobei d_c die Entfernung des Nebels (siehe Kapitel 4) und R_c der Radius des Nebels ist. Mit $R_c \approx \alpha_c d_c$, wobei α_c der Winkeldurchmesser der Krebsnebels ist, folgt

$$(\nu f_\nu)_c = \frac{\nu f_\nu}{\alpha_c^2}. \quad (4.16)$$

Für die hier benutzten Messgrößen und deren Einheiten gilt

$$\frac{dN/dE}{(\text{cm}^2 \text{ s eV})^{-1}} = \frac{\nu f_\nu / (\text{erg} (\text{cm}^2 \text{ s})^{-1})}{1,6022 \times 10^{-12} (E/\text{eV})^2}, \quad (4.17)$$

und damit

$$\left. \frac{n_b(E)}{(\text{cm}^3 \text{ eV})^{-1}} \right|_c = \frac{\nu f_\nu / (\text{erg} (\text{cm}^2 \text{ s})^{-1})}{1,6022 \times 10^{-10} \cdot c \cdot \alpha_c^2 (E/\text{eV})^2}, \quad (4.18)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit in SI-Einheiten ist.

Da hier eine grobe Approximation von λ_{mfp} ausreichend ist, kann die gemessene SED (Abbildung 4.2, links) in niedrigster Ordnung durch Geraden (in logarithmischer Darstellung) approximiert werden. Man findet für die spektrale Energieverteilung bei Energien

⁶Dieser Zugang ist zudem durch folgenden Sachverhalt motiviert: Der dominante Anteil der TeV-Photonen entsteht durch inverse Compton-Streuung ultra-relativistischer Elektronen an Photonen im Klein-Nishina-Regime. Da das Elektron bei dieser Wechselwirkung nahezu seine gesamte Energie an das Photon verliert, erfolgen die folgenden Wechselwirkungen im Thomson-Regime (siehe auch Kapitel 3.2).

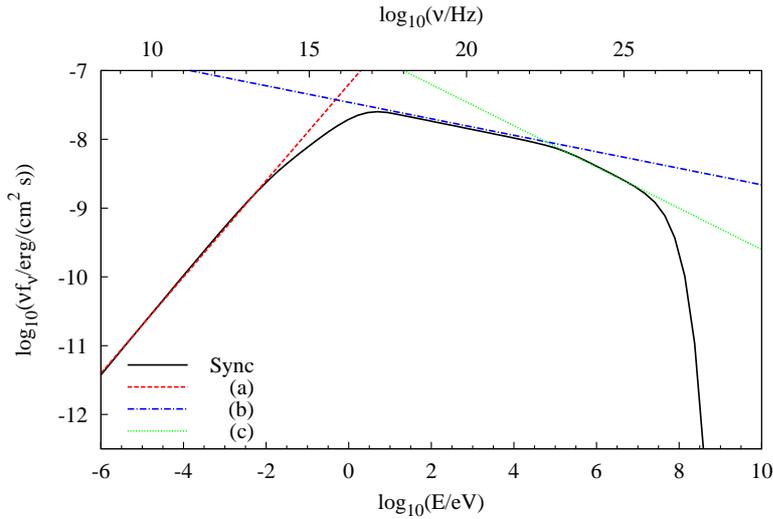


Abbildung 4.5: Darstellung der Funktionen aus Gleichung (4.19), mit denen das Synchrotron-Spektrum (schwarze, durchgezogene Linie) des Krebsnebels für die weitere Rechnung approximiert wird. Vgl. Abbildung 4.2.

von $10^{-6} - 10^8$ eV in guter Näherung die Geraden bzw. Potenzgesetze (vgl. Abbildung 4.5)

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \frac{\nu f_\nu}{\text{erg}(\text{cm}^2 \text{s})^{-1}} &\simeq 6,3 \times 10^{-8} \left(\frac{E}{\text{eV}}\right)^{0,7}, \quad \forall \log_{10}(E/\text{eV}) \in [-6; -0,4] \quad (4.19) \\
 \text{(b)} \quad \frac{\nu f_\nu}{\text{erg}(\text{cm}^2 \text{s})^{-1}} &\simeq 3,5 \times 10^{-8} \left(\frac{E}{\text{eV}}\right)^{-0,1}, \quad \forall \log_{10}(E/\text{eV}) \in]-0,4; 5[\\
 \text{(c)} \quad \frac{\nu f_\nu}{\text{erg}(\text{cm}^2 \text{s})^{-1}} &\simeq 2,5 \times 10^{-7} \left(\frac{E}{\text{eV}}\right)^{-0,3}, \quad \forall \log_{10}(E/\text{eV}) \in [5; 8].
 \end{aligned}$$

Der Winkeldurchmesser α_c lässt sich in niedrigster Ordnung durch folgende Überlegung abschätzen: Wie in Kapitel 4.1 diskutiert, entsteht der Hauptteil der Strahlung im keV- bis TeV-Bereich nach Modellen im Bereich wesentlich kleiner als $0,5$ pc, was einem Winkeldurchmesser von ungefähr $0,9'$ entspricht. Insofern ist es für eine untere Schranke der mittleren freien Weglänge ausreichend, einen Winkeldurchmesser von $\alpha_c \approx 1' \approx 3 \times 10^{-4}$ rad anzunehmen, wobei sich die Ausdehnung des Nebels im Radiobereich auf Gebiete bis zu $4'$ erstreckt (Aharonian *et al.* 2004). Damit ist Gleichung (4.14) mit folgenden Photonendichten zu lösen:

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \left. \frac{n_b(E)}{(\text{cm}^3 \text{eV})^{-1}} \right|_c &= 14,6 \left(\frac{E}{\text{eV}}\right)^{-1,3}, \quad \forall \log_{10}(E/\text{eV}) \in [-6; -0,4] \quad (4.20) \\
 \text{(b)} \quad \left. \frac{n_b(E)}{(\text{cm}^3 \text{eV})^{-1}} \right|_c &= 8,1 \left(\frac{E}{\text{eV}}\right)^{-2,1}, \quad \forall \log_{10}(E/\text{eV}) \in]-0,4; 5[\\
 \text{(c)} \quad \left. \frac{n_b(E)}{(\text{cm}^3 \text{eV})^{-1}} \right|_c &= 57,8 \left(\frac{E}{\text{eV}}\right)^{-2,3}, \quad \forall \log_{10}(E/\text{eV}) \in [5; 8].
 \end{aligned}$$

Es ergibt sich

$$\begin{aligned} \left(\frac{\lambda}{\text{cm}}\right)^{-1} &= \left(\frac{\sigma_T}{\text{cm}^2}\right) \left(14,6 \int_{10^{-6}}^{10^{-0,4}} \varepsilon^{-1,3} d\varepsilon + 8,1 \int_{10^{-0,4}}^{10^5} \varepsilon^{-2,1} d\varepsilon + 57,8 \int_{10^5}^{10^8} \varepsilon^{-2,3} d\varepsilon\right) \\ &\approx 2 \times 10^{-21} \end{aligned}$$

Aufgrund dieses Ergebnisses ist die untere Schranke auf die mittlere freie Weglänge für hochenergetische Elektronen im Krebsnebel $\lambda_{\text{mfp}} \gtrsim 0,16 \text{ kpc}$. Verglichen mit dem Radius bzw. der Ausdehnung des Nebels im TeV-Bereich r_c ist λ_{mfp} deutlich größer. Die oberen Schranken des HEGRA-Experiments liefern (siehe Gleichung (4.2))

$$r_c < \begin{cases} 0,56 \text{ pc}, & E < 10 \text{ TeV} \\ 0,84 \text{ pc}, & E > 10 \text{ TeV}. \end{cases} \quad (4.21)$$

Geht man, wie in Kapitel 4.1 beschrieben, von den MHD-Modellen aus, so findet man eine Lokalisation der Entstehungsregion von $20''$, was einer Ausdehnung von ungefähr $0,2 \text{ pc}$ entspricht. Der Entstehungsprozess der TeV-Photonen ist also deutlich lokalisierter, als die mittlere freie Weglänge vorgibt. Da als Maß für die Unschärfe σ_{xP} die Lokalisation des Prozesses entscheidend ist, ist zusammenfassend also (wegen der Positionierung des Terminationsschocks bei ca. $0,1 \text{ pc}$ durch die Chandra-Messungen (Kapitel 4) und der Annahme der Gültigkeit der genannten Modelle, die den Nebel bis heute in Übereinstimmung mit den Messdaten erklären) σ_{xP} mit $\sigma_{xP} \approx 0,1 \text{ pc}$ abzuschätzen.

4.3.2 Detektionsprozess

Der Detektionsprozess besteht in der Auslösung eines Luftschauers in der Atmosphäre der Erde, dessen Cherenkov-Licht durch die bodengestützten Teleskope gemessen wird (Kapitel 3.3). Der Luftschauer wird durch Paarbildung ausgelöst, wobei das TeV-Photon im Coulomb-Feld eines Kerns A ein Elektron-Positron-Paar bildet:

$$\gamma + A \longrightarrow e^+ + e^- + A^*. \quad (4.22)$$

Das Feynman-Diagramm dieses Prozesses ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Detektionsreaktion bleibt kohärent, bis sie durch Stöße des Kerns A mit Nachbaratomen der Luft unterbrochen wird. Nach Gleichung (4.9) lässt sich damit die Unschärfe der Detektionsreaktion abschätzen. Dazu ist es nötig, die mittlere freie Weglänge der Kerne in den Luftschichten, in denen die Luftschauer entstehen, auszurechnen. Zudem wird die mittlere thermische Geschwindigkeit benötigt.

Vorweg ist zu betonen, dass dies nur für kleine Impulsüberträge auf den Kern gilt. Sind die Impulsüberträge so groß, dass das Auflösungsvermögen der Wechselwirkung mit dem Kern ausreichend ist, dessen Struktur und somit die Fermibewegung der Nukleonen oder die Eigenbewegungen der Quarks aufzulösen, so ist die Stoßzeit der Moleküle untereinander eine für diese Reaktion physikalisch sinnlose Größe. Vielmehr müssen in diesem Fall die Eigenbewegungen selbst betrachtet werden. Darauf wird weiter unten in diesem Kapitel eingegangen.

Die erste Wechselwirkung der Luftschauer des hier betrachteten Energiebereichs ($E \approx 1 - 100 \text{ TeV}$) findet typischerweise in Höhen von $h \approx 20 \text{ km}$ statt, was sich beispielsweise

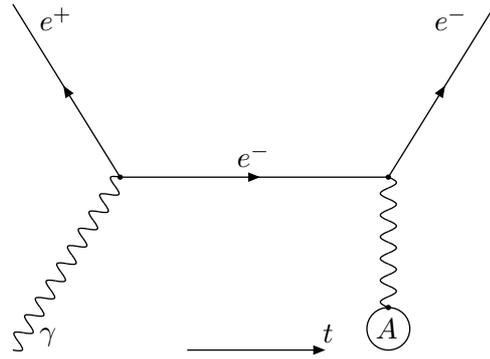


Abbildung 4.6: Eines der zum Wirkungsquerschnitt der Paarbildung eines Photons (γ) im Coulombfeld eines Kerns (A) beitragenden Feynman-Diagramme niedrigster Ordnung Störungstheorie. Das Reaktionsschema dieses Prozesses ist $\gamma + A \rightarrow e^+ + e^- + A^*$. Dieser Prozess findet bei der Propagation eines hochenergetischen Photons durch die Atmosphäre statt und initialisiert einen Luftschauer.

durch Simulation derartiger γ -Schauer mit dem Computer-Programm CORSIKA verifizieren lässt⁷. Die Temperatur der Luft ist bei einer Höhe von 20 km durch $T_a \approx 217\text{ K} \approx -56^\circ\text{C}$ gegeben (U.S. Standard Atmosphere, 1976). Die Zusammensetzung der Atmosphäre ist in dieser Höhe sehr ähnlich der Luftzusammensetzung am Boden, die aus ca. 78% N_2 (biatomarer Stickstoff), 21% O_2 (biatomarer Sauerstoff) und 1% Ar (elementares Argon) besteht. Geringe Anteile von CO_2 (Kohlenstoffdioxid) und anderen Elementen und Verbindungen seien hier vernachlässigt. Die mittlere Molekularmasse ist damit $\bar{m} = 0,78 \cdot 28\text{ u} + 0,21 \cdot 32\text{ u} + 0,01 \cdot 18\text{ u} \approx 28,7\text{ u}$. Aus dem Energie-Erhaltungssatz und unter Annahme eines idealen Gases lässt sich damit die mittlere thermische Geschwindigkeit \bar{v} der Moleküle abschätzen:

$$\frac{1}{2}\bar{m}\bar{v}^2 = \frac{3}{2}k_B T_a \iff \bar{v} = \sqrt{\frac{3k_B T_a}{\bar{m}}}, \quad (4.23)$$

wobei k_B die Boltzmannkonstante ist. Damit schätzt man die mittlere thermische Geschwindigkeit auf $\bar{v} \approx 430\text{ m s}^{-1}$. Die mittlere freie Weglänge der Moleküle λ_{mfp} kann über

$$\lambda_{\text{mfp}} = \frac{1}{n\sigma} \quad (4.24)$$

berechnet werden, wobei $\sigma = \pi r^2$ der totale Wirkungsquerschnitt der Moleküle mit effektivem Radius r ist und n die Anzahldichte der Moleküle ist. Aus der Standardatmosphäre erhält man $\lambda_{\text{mfp}}(h = 20\text{ km}) \approx 1 \times 10^{-6}\text{ m} = 1\ \mu\text{m}$.

Nach Gleichung (4.9) kann nun die Unschärfe σ_{xD} , die zur Berechnung der Kohärenzlänge benötigt wird, berechnet werden. Man findet für die mittlere Wechselwirkungszeit $\tau \approx 2 \times 10^{-9}\text{ s}$ und für die Unschärfe gerundet $\sigma_{xD} \leq 1\text{ m}$.

Bei großen Impulsüberträgen auf den Kern wird σ_{xD} kleiner. Dies lässt sich unter der Annahme, dass die Wechselwirkung die Quarkstruktur eines Nukleons auflösen kann, verifizieren. Die typische Wechselwirkungszeit der starken Wechselwirkung liegt im Bereich von $\tau_s \approx 1 \times 10^{-24}\text{ s}$. Mit Gleichung (4.10) folgt, dass σ_{xD} deutlich kleiner als der oben gegebene Wert ist. Damit kann der hier berechnete Wert $\sigma_{xD} \leq 1\text{ m}$ als obere Schranke betrachtet werden.

⁷Quelle: private Kommunikation mit D. Hampf und Dr. M. Tluczykont

4.3.3 Kohärenz

Aufgrund der Diskussion in Kapitel 2.5 ist die Unschärfe σ_x mit den Unschärfen des Produktions- bzw. Detektionsprozesses über $\sigma_x^2 = \sigma_{xP}^2 + \sigma_{xD}^2$ verknüpft. Zusammenfassend ist daher festzustellen, dass der Detektionsprozess $\sigma_{xD} \leq 1$ m verglichen mit dem Produktionsprozess $\sigma_{xP} \approx 0,1$ pc einen verschwindenden Einfluss hat, da $\sigma_{xD} \ll \sigma_{xP}$. Damit lässt sich die Unschärfe σ_x , die aufgrund der Gleichung (2.45) die Kohärenzlänge bestimmt, mit $\sigma_x \approx 0,1$ pc abschätzen.

Nach Gleichung (2.45) ist die Kohärenzlänge der Photonen gegeben durch

$$L_{\text{coh}} \simeq 1,8 \times 10^{19} \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right)^2 \left(\frac{\mu}{10^{-7} \text{eV}} \right)^{-2} \left(\frac{\sigma_x}{\text{m}} \right) \text{kpc}. \quad (4.25)$$

Durch Einsetzen von σ_x folgt, dass die erste Bedingung für das Stattfinden von Oszillationen, $L_{\text{coh}} \geq d_c$ (siehe Gleichung (2.32)), bei den in dieser Arbeit betrachteten Energie der Photonen, $E \in [0, 1; 100]$ TeV, für einen großen Massenbereich μ erfüllt ist, da, wie oben angegeben, die Entfernung des Krebsnebels von der Erde $d_c \approx 2$ kpc ist. Das Verhältnis

$$\frac{L_{\text{osz}}}{L_{\text{coh}}} \simeq 4,4 \times 10^{-19} \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right)^{-1} \left(\frac{\sigma_x}{\text{m}} \right)^{-1} \text{kpc} \quad (4.26)$$

konvergiert damit für den betrachteten Energiebereich gegen 0, womit Bedingung (2.36), $L_{\text{osz}} < L_{\text{coh}}$, ebenfalls erfüllt ist.

Aufgrund der Bedingung (2.35), $\sigma_x \ll L_{\text{osz}}$, lässt sich der Massenbereich abschätzen, auf den die in dieser Arbeit benutzte Methode (siehe Kapitel 5) sensitiv ist. Der Dämpfungsterm F_{ab} , Gleichung (2.43), wird durch quadratische Abhängigkeit von σ_x bestimmt:

$$F_{ab} = \exp \left[-2\pi^2 \xi^2 \left(\frac{\sigma_x}{L_{\text{osz}}} \right)^2 \right]. \quad (4.27)$$

Daher ist die Bedingung $\sigma_x \ll L_{\text{osz}}$ erfüllt, falls $\sigma_x \lesssim \frac{1}{10} L_{\text{osz}}$. Damit ergibt sich

$$\sigma_x \leq 0,8 \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right) \left(\frac{\mu}{10^{-7} \text{eV}} \right)^{-2} \text{kpc}. \quad (4.28)$$

Umformung ergibt

$$\frac{\mu}{10^{-7} \text{eV}} \lesssim 28,3 \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right)^{1/2} \left(\frac{\sigma_x}{\text{pc}} \right)^{-1/2}. \quad (4.29)$$

Durch Einsetzen von σ_x und der betrachteten Energien findet man, dass die Kohärenz für alle Massen $\mu \lesssim 10^{-5}$ eV gewährleistet ist.

Kapitel 5

Analyse der TeV-Spektren des Krebsnebels

Das weitere Ziel dieser Arbeit ist, die sehr hochenergetischen Spektren des Krebsnebels auf mögliche Signaturen verborgener Photonen zu analysieren. Wie im Folgenden diskutiert wird, führt dies zu neuen Einschränkungen des zwei-dimensionalen Parameterraumes verborgener Photonen $\chi - \mu$, der in Kapitel 2.4 diskutiert ist. Diese Einschränkungen sind unter Ausnutzung einer bisher noch nicht betrachteten Entfernung- und Energieskala gewonnen worden. Der betrachtete Energiebereich ist $E \in [0, 1; 100]$ TeV und es wird eine (astronomische) Entfernung von ungefähr 2 kpc genutzt. In Abschnitt 5.1 soll die Analyse-Methode vorgestellt werden, während Kapitel 5.2 die zur Anpassung der Signatur an die Messungen benutzte Methode der kleinsten Quadrate einführt. Abschnitt 5.3 geht schließlich auf Auswertung der Spektren und die Diskussion der Ergebnisse ein.

5.1 Beschreibung des Verfahrens zur Suche nach Signaturen verborgener Photonen in TeV-Spektren

Wenn verborgene Photonen der Masse μ existieren, sollten diese aufgrund der Oszillation von Photonen in verborgene Photonen eine energieabhängige Signatur in elektromagnetischen Spektren verschiedenster Objekte hervorrufen. Bezogen auf den Krebsnebel werden einige der Photonen während ihrer Propagation zur Erde in verborgene Photonen oszillieren, die nach Kapitel 2.2 nicht an Standardmodell-Materie koppeln. Somit werden verborgene Photonen keine Luftschaer auslösen, da sie aufgrund der verschwindenden Kopplung keine Lepton-Antilepton-Paare erzeugen können. Aufgrund der Diskussion in Kapitel 2.3 könnte es allerdings möglich sein, dass das verborgene Photon durch Paarbildung in verborgene Fermionen ($\gamma_s \rightarrow \bar{h}h$) einen Luftschaer auslöst, der Cherenkov-Licht abstrahlt, da die verborgenen Fermionen eine kleine elektromagnetische Ladung besitzen. Allerdings wird in eben diesem Kapitel gefolgert, dass für Photonen auf der Massenskala mit verschwindender Ruhemasse, d.h. für real propagierende Photonen im Vakuum¹, der Wirkungsquerschnitt für die Paarbildung in Teilchen des verborgenen Sektors verschwindet. Der Grund dafür ist, dass das Feynman-Diagramm durch ein zweites mögliches Diagramm, das die Paarbildung eines oszillierten Photons beschreibt, aufgehoben wird (Abbildung 2.2). Da auch die Umkehrung gilt, ist es für verborgene Photonen unmöglich,

¹Aufgrund ihrer geringen Dichte kann die Atmosphäre hier als Vakuum behandelt werden.

Luftschauer zu initialisieren.

Somit erweist sich die erwartete Signatur als eine energieabhängige Verminderung des gemessenen Flusses. Nach Gleichung (2.26),

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E, L) = \sin^2(2\chi) \sin^2\left(\frac{\mu^2}{4E}L\right), \quad (5.1)$$

ist die erwartete Signatur bei konstanter Distanz L vom Ursprung neben der Energie E abhängig von zwei Parametern, dem Mischungswinkel χ , der die maximale Oszillationswahrscheinlichkeit bestimmt, und der Masse μ der verborgenen Photonen. Bei Betrachtung des Krebsnebels ergibt sich $L = d_c \approx 2 \text{ kpc}$.

Eine Verminderung des Flusses könnte auch durch anders geartete Absorptionen zustande kommen. Bei der Betrachtung dieser sind zwei Fälle zu unterscheiden: intrinsische Absorptionen innerhalb des Nebels und mögliche Absorptionen der γ -Strahlung auf dem Propagationsweg zwischen Nebel und Erde. Das breitbandige VHE-Spektrum des Krebsnebels weist keine intrinsischen Absorptionen auf. Diese sind lediglich in der Magnetosphäre des Pulsars möglich. Da diese Region, wie in Kapitel 4.1 beschrieben, nicht mit der Entstehungsregion der VHE-Photonen zusammenfällt (fehlende pulsierende Komponente des VHE-Spektrums) oder innerhalb des Propagationsweges der Photonen liegt, treten innerhalb des Nebels keine Absorptionen auf. Außerhalb des Nebels können für die betrachteten Photonenergien Absorptionseffekte durch das galaktische interstellare Strahlungsfeld (ISRF, *Interstellar Radiation Field*) auftreten. Diese sind allerdings für die Position des Nebels (in der Galaxie, Abbildung 3.1) und die Entfernung des Krebsnebels von der Sonne vernachlässigbar und weisen eine Signatur auf, die mit der hier betrachteten Signatur keine Gemeinsamkeiten hat (Moskalenko *et al.* 2006).

In Bezug auf die obige Diskussion ergibt sich damit die erwartete spektrale Energieverteilung des Krebsnebels $y_{\text{sed}}(E)$ für die Parameter der verborgenen Photonen χ und μ zu

$$y_{\text{sed}}(E) = \nu f_\nu (1 - P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E, d_c)), \quad (5.2)$$

wobei νf_ν die durch Modelle vorhergesagte spektrale Energieverteilung des Krebsnebels ist (Gleichung (4.1)). Die Funktion ist in Abbildung 5.1 für spezifische Parameter mit dem Invers-Compton-Fluss aus Gleichung (4.1) verglichen.

Wie in Kapitel 4.2 beschrieben, erfolgt die Messung der spektralen Energieverteilung in Energieintervallen (Bins). Bei der Messung wird daher über die Oszillations-Signatur $(1 - P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E, d_c))$ innerhalb des Intervalls integriert. Durch die Angabe des geometrischen Mittels wird die Signatur innerhalb des Bins durch die Analyse der Daten letztlich gemittelt. Zur Untersuchung der Daten auf Signaturen verborgener Photonen ist infolge dessen die theoretisch erwartete Signatur der verborgenen Photonen $(1 - P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E, d_c))$, Gleichung (5.2), über das Energieintervall zu mitteln².

Wie man leicht sieht, ist es ausreichend, die Oszillationswahrscheinlichkeit $P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E, d_c)$, Gleichung (5.1), über das (jeweilige) Energieintervall $[E_-; E_+]$ mit geometrischem Mittel \bar{E} und Breite $\Delta E = E_+ - E_-$ zu mitteln. Für die gemittelte Oszillationswahrscheinlichkeit

²Genauer ist die gesamte Signatur $y_{\text{sed}}(E)$ über das Energieintervall zu mitteln. Insofern wäre das Integral

$$\bar{y}_{\text{sed}}(\Delta E) = \frac{\int_{\Delta E} dE \nu f_\nu (1 - P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E, d_c))}{\int_{\Delta E} dE \nu f_\nu} \quad (5.3)$$

zu bilden. Aufgrund der Begründung in Fußnote 4 in Kapitel 4.2 ist es im Rahmen der Genauigkeit ausreichend, die oben diskutierte Methode zu verwenden.

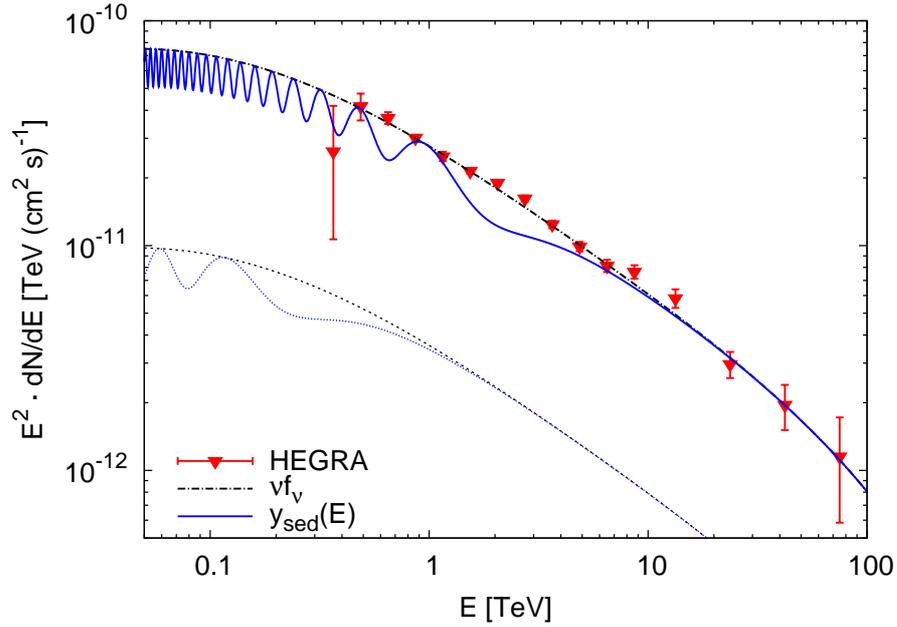


Abbildung 5.1: Die erwartete spektrale Energieverteilung $y_{\text{sed}}(E)$ unter Annahme einer Signatur verborgener Photonen der Masse $\mu = 2 \times 10^{-7}$ eV und des Mischungswinkels $\chi = 0,3$ im Energiebereich von 100 GeV bis 100 TeV. Zum Vergleich ist der Invers-Compton-Fluss (dicke schwarze, gestrichelt-punktivierte Linie, Gleichung (4.1)) des Krebsnebels dargestellt. Des Weiteren sind die Messpunkte der HEGRA Cherenkov-Teleskope eingezeichnet. Die dünnen Linien stellen den gleichen Sachverhalt dar, wobei die Normierung des Flusses (aus Darstellungsgründen) geändert wurde. Die dünne, blau-punktivierte Linie stellt die erwartete spektrale Signatur $y_{\text{sed}}(E)$ für eine Masse $\mu = 7 \times 10^{-8}$ eV dar und ist mit dem Invers-Compton-Fluss (dünne, schwarz-gestrichelte Linie) verglichen. Somit lässt sich als untere Grenze der Sensitivität der in dieser Arbeit verwendeten Analyse auf die Masse μ der verborgenen Photonen eine Masse $\mu \gtrsim 10^{-7}$ eV abschätzen.

$\overline{P}_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E_-, E_+)$ folgt

$$\begin{aligned} \overline{P}_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E_-, E_+) &= \frac{1}{\Delta E} \int_{E_-}^{E_+} dE P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E, d_c) \\ &= \frac{\sin^2(2\chi)}{\Delta E} \int_{E_-}^{E_+} dE \sin^2\left(\frac{\mu^2 d_c}{4E}\right). \end{aligned} \quad (5.4)$$

Nach Substitution von $x = \frac{\mu^2 d_c}{4E}$ folgt

$$\overline{P}_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E_-, E_+) = \frac{\sin^2(2\chi)}{\Delta E} \cdot \frac{\mu^2 d_c}{4} \int_{x_+}^{x_-} dx \frac{\sin^2 x}{x^2}, \quad (5.5)$$

wobei für die Grenzen des Integrals $x_{\pm} = \frac{\mu^2 d_c}{4E_{\pm}}$ gilt. Das Integral lässt sich partiell vereinfachen:

$$\int \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \int \frac{\sin(2x)}{x} dx - \frac{\sin^2 x}{x}, \quad (5.6)$$

wobei das verbleibende Integral in Terme des Integralsinus

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt \quad (5.7)$$

zerfällt. Der Vollständigkeit halber sei hier angemerkt, dass der Integralsinus $\text{Si}(x)$ konvergiert und nach Anwendung des Residuensatzes $\text{Si}(x \rightarrow \infty) = \frac{\pi}{2}$ gilt.

Um die Daten zu analysieren und die Parameter verborgener Photonen einschränken zu können, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Computer-Programm zur numerischen Analyse geschrieben, das in Kapitel 5.3 erklärt wird. Daher sei an dieser Stelle Gleichung (5.5) in geeigneten Einheiten geschrieben.

$$\overline{P}_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E_-, E_+) = 0,3909 \sin^2(2\chi) \left(\frac{\mu}{10^{-7} \text{ eV}} \right)^2 \left(\frac{d_c}{\text{kpc}} \right) \left(\frac{\Delta E}{\text{TeV}} \right)^{-1} \int_{x_+}^{x_-} dx \frac{\sin^2 x}{x^2}, \quad (5.8)$$

wobei für die Grenzen des Integrals

$$x_{\pm} = 0,3909 \left(\frac{\mu}{10^{-7} \text{ eV}} \right)^2 \left(\frac{d_c}{\text{kpc}} \right) \left(\frac{E_{\pm}}{\text{TeV}} \right)^{-1} \quad (5.9)$$

gilt. Die Analyse der TeV-Spektren des Krebsnebels ist daher mit der durch γ - γ_s -Oszillationen vorhergesagten spektralen Energieverteilung

$$\overline{y}_{\text{sed}}(\overline{E}, E_-, E_+) = (\nu f_{\nu})|_{E=\overline{E}} \cdot (1 - \overline{P}_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E_-, E_+)), \quad (5.10)$$

die für die Parameter χ und μ gilt, vorzunehmen. In Abbildung 5.2 sind beispielsweise für die HEGRA-Daten die Energieintervalle und deren Grenzen gezeigt. Zudem wird das erwartete Spektrum (Gleichung (5.10)), d.h. die Mittelung über die jeweiligen Energieintervalle, mit dem theoretischen Spektrum aus Gleichung (5.2) verglichen.

Die Aufgabe ist also, die verschiedenen Datensätze der einzelnen Experimente (Kapitel 4.2) durch Anpassung (*fit*) der erwarteten Signatur verborgener Photonen aus Gleichung (5.10) an die gemessenen spektralen Energieverteilungen auszuwerten. Die Signatur $\overline{y}_{\text{sed}}$ ist von den Mischungsparametern χ und μ der verborgenen Photonen abhängig. Durch ein statistisches Verfahren können die Werte der Parameter gesucht werden, unter denen $\overline{y}_{\text{sed}}$ das gemessene Spektrum (innerhalb der statistischen Fehler) mit größtmöglicher Wahrscheinlichkeit beschreibt. Da beide Parameter unbekannt sind, ist es sinnvoll, für jede (im Rahmen dieser Auswertung mögliche) Masse μ den wahrscheinlichsten Wert des Mischungswinkels χ zu berechnen, der mit χ_{fit} bezeichnet werden soll. Zudem ist dieser mit einem Fehler (Konfidenz-Intervall) δ_{fit} zu versehen. Daraus lässt sich schließen, dass es für alle $\chi > \chi_{\text{fit}}$ zunehmend unwahrscheinlicher ist, dass diese mit den Messungen verträglich sind. Somit können die Parameter $\chi > \chi_{\text{fit}} + \delta_{\text{fit}}$ mit mindestens den Konfidenz-Intervallen entsprechenden Wahrscheinlichkeiten ausgeschlossen werden, wobei die Ausschlusswahrscheinlichkeit mit zunehmendem χ ansteigt. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Methode der kleinsten Quadrate benutzt, die in Kapitel 5.2 beschrieben ist.

Erwartungen

Vorweg soll an dieser Stelle grob abgeschätzt werden, welche Werte χ_{fit} maximal zu erwarten sind.

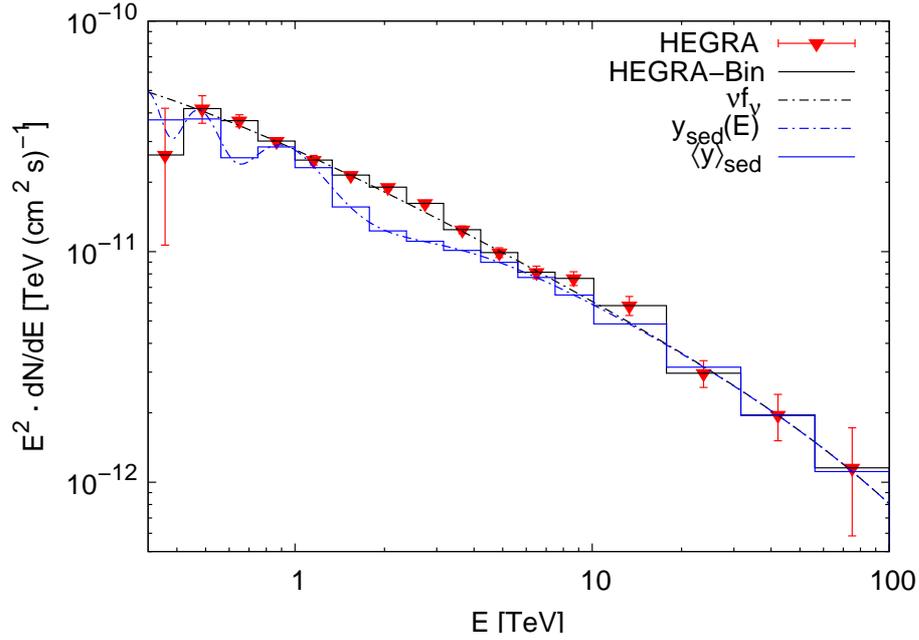


Abbildung 5.2: Die Messpunkte der spektralen Energieverteilung des Krebsnebels und deren jeweilige Intervallgrenzen (als *HEGRA-Bin* bezeichnet), gemessen durch die HEGRA-Kollaboration. Man beachte, dass die Flusspunkte des HEGRA-Experiments zwei verschiedene Intervallgrößen aufweisen. Dargestellt ist außerdem der erwartete Invers-Compton-Fluss aus Gleichung (4.1). Unter der Annahme der Existenz verborgener Photonen ist die spektrale Energieverteilung $y_{\text{sed}}(E)$ zu erwarten. Durch die Bildung des Mittelwertes über die Energieintervalle ergibt sich die experimentell erwartete Energieverteilung $\langle y \rangle_{\text{sed}} \equiv \bar{y}_{\text{sed}}(\bar{E}, E_-, E_+)$.

Durch Analyse der Daten lässt sich der minimale statistische Fehler auf den Fluss feststellen. Als Beispiel sollen hier die Messungen des HEGRA-Experiments (Aharonian *et al.* 2004) betrachtet werden. Man findet einen minimalen Fehler von ca. 3%, d.h., die innerhalb des statistischen Fehlers erlaubte maximale Oszillationswahrscheinlichkeit hat den Wert $P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}^a \approx 0,03$. Aus Gleichung (2.26) folgt, dass die Amplitude der Oszillationswahrscheinlichkeit durch

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}^a = \sin^2(2\chi) \quad (5.11)$$

gegeben ist. Durch Entwicklung des Sinus für kleine Winkel χ findet man

$$\chi \approx \left(\frac{P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}^a}{4} \right)^{1/2} \quad (5.12)$$

und somit sind für den Mischungswinkel χ nach der Anpassung maximale Werte $\chi_{\text{fit}} \lesssim 0,1$ zu erwarten. Wie in Kapitel 4.3.3 und Abbildung 5.1 beschrieben, ergibt sich, dass die folgende Analyse für ein Massenintervall $\mu \in [10^{-7}; 10^{-5}]$ eV gültig ist.

5.2 Methode der kleinsten Quadrate

Das allgemeine Problem, das mit der Methode der kleinsten Quadrate (*method of least squares*) gelöst werden soll, ist die Anpassung (*fit*) eines Modells $y(x)$, das von M justierbaren Parametern a_j , $j = 1, \dots, M$, abhängt, an N Datenpunkte (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, N$.

Das Modell wird demnach durch

$$y(x) = y(x; a_1, \dots, a_M) \quad (5.13)$$

beschrieben. Allgemein besteht die Lösung des Problems in der Definition einer Funktion, die die Übereinstimmung von Daten und Modell bei einer bestimmten Wahl der Modellparameter misst (*figure-of-merit function*). Die Funktion ist derart definiert, dass sie durch die Wahl der Parameter, die die Daten mit größter Wahrscheinlichkeit erzeugen (*best-fit parameters*), ein Minimum annimmt. Umgekehrt lassen sich damit durch Minimierung der Funktion die wahrscheinlichsten Parameter bestimmen. Zudem lässt sich mit Hilfe dieses Verfahrens ein Fehler auf die gewonnenen Parameter abschätzen und ein statistisches Maß für die Güte der Anpassung (*goodness-of-fit*) definieren. Als Referenzen für dieses Kapitel seien Press *et al.* (1988) und Amsler *et al.* (2008) genannt.

5.2.1 Chi-Quadrat und p -Wert

Die Wahrscheinlichkeit, dass gewählte Modellparameter a_j die betrachteten Daten (innerhalb eines konstanten Intervalls Δy) erzeugen, wird mit der Wahrscheinlichkeit der Parameter bei gegebenem Datensatz identifiziert. Diese wird als *Likelihood* bezeichnet. Angenommen, jeder Datenpunkt y_i hat einen Messfehler, der unabhängig und zufällig ist und um das "wahre" Modell normalverteilt ist. Die Standardabweichungen dieser Normalverteilungen seien mit σ_i bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit des Datensatzes, d.h. die Likelihood \mathfrak{L} , ist dann das Produkt aus den Wahrscheinlichkeiten für jeden Punkt, d.h.

$$\mathfrak{L} = \prod_{i=1}^N \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i} \right)^2 \right] \Delta y \right\}. \quad (5.14)$$

Maximierung dieser liefert die wahrscheinlichsten Parameter. Äquivalent ist es, den negativen (natürlichen) Logarithmus von \mathfrak{L} ,

$$\sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i)]^2}{2\sigma_i^2} - N \ln \Delta y \quad (5.15)$$

nach den Parametern a_j zu minimieren, wobei N , σ_i und Δy konstant sind. Damit ergibt sich die zu minimierende Funktion³

$$\chi_{\text{lsq}}^2 \equiv \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - y(x_i; a_1, \dots, a_M)}{\sigma_i} \right)^2. \quad (5.16)$$

Daraus lässt sich sofort ableiten, dass bei guter Übereinstimmung von Daten und Modell χ_{lsq}^2 Werte $\mathcal{O}(1)$, also kleine Werte, annimmt. Minimierung von Gleichung (5.16),

$$\left. \frac{\partial \chi_{\text{lsq}}^2}{\partial a_j} \right|_{a_j = a_j^0} = 0, \quad (5.17)$$

³Die gängige Bezeichnung dieser Funktion ist χ^2 (*chi-squared*). Da χ in dieser Arbeit den Mischungswinkel verborgener Photonen bezeichnet, wird die Funktion hier mit χ_{lsq}^2 notiert.

liefert M Gleichungen für die M gesuchten Parameter

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i^2} \right) \left(\frac{\partial y(x_i; a_1, \dots, a_j, \dots, a_M)}{\partial a_j} \right) \Bigg|_{a_j=a_j^0} = 0. \quad (5.18)$$

Das Minimum der χ_{lsq}^2 -Funktion, hier mit z bezeichnet, folgt einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(z, \nu)$, die als Chi-Quadrat-Verteilung mit $\nu = N - M$ Freiheitsgraden bezeichnet wird.

$$f(z, \nu) = \frac{z^{\nu/2-1} e^{-z/2}}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)}; \quad z \geq 0, \quad (5.19)$$

wobei $\Gamma(\nu/2)$ die Gammafunktion ist (siehe z. B. Bronstein *et al.* (1999)). Die Chi-Quadrat-Verteilung hat den Erwartungswert ν und die Standardabweichung $\sqrt{2\nu}$. Mit Hilfe der Chi-Quadrat-Verteilung lässt sich die Wahrscheinlichkeit p ermitteln, die die Übereinstimmung zwischen dem Modell und den Daten (goodness-of-fit) bei gegebenem minimalen χ_{lsq}^2 quantifiziert. Für den p -Wert gilt damit

$$p = \int_{\chi_{\text{lsq}}^2}^{\infty} f(z, N - M) dz. \quad (5.20)$$

p liefert also (beispielsweise) die Wahrscheinlichkeit, dass χ_{lsq}^2 zufällig größer als der minimale Wert χ_{min}^2 ist. Ist χ_{min}^2 klein, so ist der p -Wert groß, d.h., die gewählten Modellparameter beschreiben die Daten mit großer Wahrscheinlichkeit. Liefert p sehr kleine Werte, so sind drei Möglichkeiten wahrscheinlich:

- das angenommene Modell ist falsch bzw. kann statistisch ausgeschlossen werden,
- die statistischen Fehler sind größer als angenommen,
- die Messfehler sind nicht normalverteilt.

Aufgrund des Erwartungswertes der Chi-Quadrat-Verteilung kann als einfache Regel formuliert werden, dass bei einem passenden Modell ein Wert $\chi_{\text{lsq}}^2 \approx \nu$ erwartet wird. Daher wird oft der Parameter $\chi_{\text{red}}^2 = \chi_{\text{lsq}}^2 / \nu$, der reduzierte Chi-Quadrat-Wert, verwendet. In Abbildung 5.3 (links) ist der p -Wert in Abhängigkeit von χ_{lsq}^2 und der Anzahl der Freiheitsgrade ν aufgetragen. Die rechte Seite der Abbildung zeigt das reduzierte χ_{red}^2 als Funktion der Anzahl der Freiheitsgrade bei konstanten p -Werten.

5.2.2 Konfidenz-Intervalle

Abschließend soll im folgenden Teil die statistische Unsicherheit der M Modellparameter a_j^0 , die durch die oben diskutierte Anpassung gewonnen wurden, besprochen werden. Der allgemeine Weg, den statistischen Fehler abzuschätzen, ist, Datensätze durch eine Monte-Carlo-Simulation zu erzeugen und die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der aus den simulierten Datensätzen abgeleiteten M Modellparameter zu betrachten. Es ist üblich, die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser in Form von Konfidenz-Intervallen zusammenzufassen. Ein Konfidenz-Intervall ist eine Region des M -dimensionalen Parameterraumes, die einen bestimmten Anteil x der gesamten Wahrscheinlichkeitsverteilung enthält. Durch Definition dieser Region kann die Aussage abgeleitet werden, dass die Wahrscheinlichkeit,

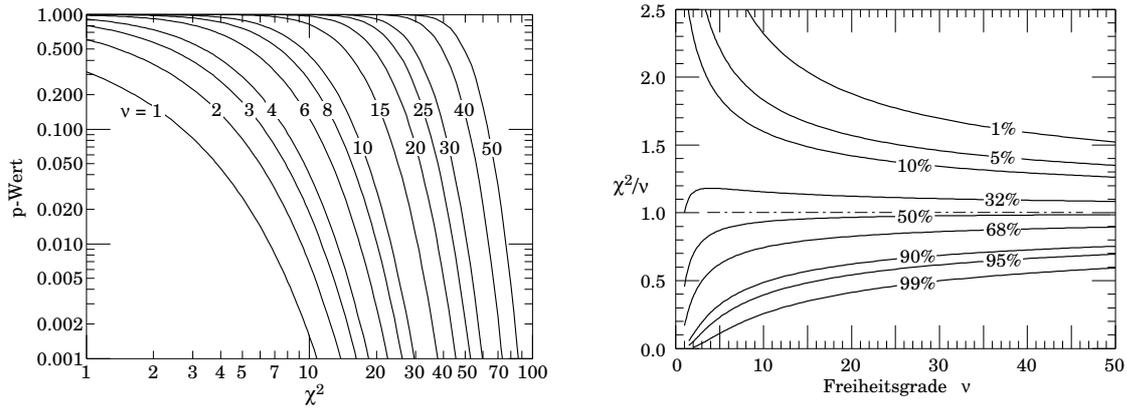


Abbildung 5.3: **Links:** p -Wert (Gleichung (5.20)) für einen χ^2_{lsq} -Test in Abhängigkeit von $\chi^2 \equiv \chi^2_{\text{lsq}}$ und der Anzahl der Freiheitsgrade ν . **Rechts:** Reduziertes $\chi^2_{\text{red}} \equiv \chi^2/\nu$ als Funktion der Anzahl der Freiheitsgrade ν bei konstanten p -Werten. Quelle der Abbildungen: Amsler *et al.* (2008)

dass die “wahren” Parameterwerte innerhalb dieser Region (um die gemessenen Parameter) liegen, den Wert x aufweist.

Wird die Methode der kleinsten Quadrate verwendet, um die Parameter a_j^0 zu erhalten, so können die Konfidenz-Intervalle eindeutig definiert werden. Bei den Parameterwerten a_j^0 weist die χ^2_{lsq} -Funktion ein Minimum χ^2_{min} auf. Werden die Parameter a_j^0 geändert, so gilt $\chi^2_{\text{lsq}} > \chi^2_{\text{min}}$. Somit wird durch

$$\Delta\chi^2_{\text{lsq}} \equiv \chi^2_{\text{lsq}} - \chi^2_{\text{min}} \quad (5.21)$$

ein M -dimensionales Konfidenz-Intervall für die Parameter a_j^0 definiert. Das Intervall weist die Form eines M -dimensionalen Ellipsoids auf, während die Konfidenz-Region für einen Parameter a_j^0 , der Element des gesamten Parameterraumes ist, die Projektion des Parameterraumes auf den jeweiligen Parameter ist. Folgen die Messfehler der Datenpunkte einer Gauß-Verteilung, so folgt $\Delta\chi^2_{\text{lsq}}$ einer Chi-Quadrat-Verteilung mit M Freiheitsgraden. Somit lassen sich die einzelnen Konfidenz-Intervalle berechnen. Einige Werte von $\Delta\chi^2_{\text{lsq}}$ sind als Funktion des jeweiligen Konfidenz-Intervalls und der betrachteten Anzahl m der Parameter, die angepasst werden, in Tabelle 5.1 tabelliert. Weitere Werte können beispielsweise Press *et al.* (1988) und dedizierten Tabellenwerken entnommen werden. Die Tabelle ist wie folgt zu verstehen: Betrachtet man zum Beispiel alle Werte eines Parameters a (d.h. $m = 1$), für die $\Delta\chi^2_{\text{lsq}} < 1$ gilt, so liegen die “wahren” Werte a^0 des Parameters mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% innerhalb dieser Region.

5.3 Auswertung der Spektren

5.3.1 Chi-Quadrat-Anpassung

Um, wie am Ende von Kapitel 5.1 beschrieben, die Signatur verborgener Photonen aus Gleichung (5.10) an die gemessenen spektralen Energieverteilungen anzupassen und daraus obere Grenzen der Mischungsparameter χ und μ abzuleiten, ist wie in Kapitel 5.2 die

$\Delta\chi_{\text{lsq}}^2(p, m)$			
p	m		
	1	2	3
68,3%	1,00	2,30	3,53
90%	2,71	4,61	6,25
95,4%	4,00	6,17	8,02
99%	6,63	9,21	11,3
99,73%	9,00	11,8	14,2
99,99%	15,1	18,4	21,1

Tabelle 5.1: Der Wert von $\Delta\chi_{\text{lsq}}^2 \equiv \chi_{\text{lsq}}^2 - \chi_{\text{min}}^2$ als Funktion des betrachteten Konfidenz-Intervalls p und der Anzahl m der Parameter, die angepasst werden. Quelle: Press *et al.* (1988)

χ_{lsq}^2 -Funktion zu bilden. Aufgrund von Gleichung (5.16) und Gleichung (5.10) lautet diese

$$\chi_{\text{lsq}}^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \bar{y}_{\text{sed}}(E_i, E_i^-, E_i^+; \chi, \mu)}{\sigma_i} \right)^2, \quad (5.22)$$

wobei N Datenpunkte (E_i, y_i, σ_i) mit einem Fluss y_i bei der Energie E_i und einem statistischen Fehler auf den Fluss σ_i betrachtet werden. Die untere bzw. obere Grenze des Energieintervalls des einzelnen Datenpunktes ist jeweils mit E_i^- und E_i^+ bezeichnet. Die Datensätze der einzelnen Experimente sind in Kapitel 4.2 beschrieben.

Die Funktion in Gleichung (5.22) wird für die Werte der Parameter χ und μ , die am wahrscheinlichsten sind, minimal. Mit Hilfe der Gleichungen (5.18) lassen sich diese Parameter berechnen. Wie in Kapitel 5.2.2 erläutert, haben diese Parameter statistisch keine Bedeutung. Um eine interpretierbare Aussage zu ermöglichen, muss für diese Parameter ein Fehler bzw. Konfidenz-Intervall angegeben werden. Daher muss Gleichung (5.21) mit der Vorgabe eines Konfidenz-Intervalls und den aus der Minimierung berechneten Parametern nach den Parametern, die die Begrenzungen des Konfidenz-Intervalls beschreiben, gelöst werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird hauptsächlich ein Konfidenz-Intervall von 68,3% betrachtet, d.h. $\Delta\chi_{\text{lsq}}^2 = 1$ (Tabelle 5.1). Da sowohl die Masse μ als auch der Mischungswinkel χ der verborgenen Photonen unbekannt ist, ist es sinnvoll, für jedes im Rahmen dieser Auswertung mögliche μ (Kapitel 4.3.3 und 5.1) einen Mischungswinkel $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}$, der die obere Grenze des betrachteten Konfidenz-Intervalls beschreibt, zu berechnen. Dieser lässt sich wie folgt interpretieren: Der "wahre" Mischungswinkel χ^0 liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% innerhalb des Konfidenz-Intervalls, ist also mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% kleiner als $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}$. Umgekehrt kann daher die Aussage getroffen werden, dass alle Mischungswinkel $\chi > \chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}$ mit *mindestens* derselben Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden können.

Um die Gleichungen lösen zu können, benötigt man den Wert des Mischungsparameters, bei dem χ_{lsq}^2 minimal wird. Dieser soll mit χ_{m} bezeichnet werden. Die Lösung der Gleichung (5.18) liefert

$$\chi_{\text{m}} = \frac{1}{2} \arcsin \left\{ \left[\frac{\sum_{i=1}^N I_i \left(\frac{y_i - (\nu f_{\nu})|_{E=E_i}}{\sigma_i^2} \right) (\nu f_{\nu})|_{E=E_i}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{I_i^2 [(\nu f_{\nu})|_{E=E_i}]^2}{\sigma_i^2} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad (5.23)$$

wobei $(\nu f_\nu)|_{E=E_i}$ die aufgrund von Modellen erwartete spektrale Energieverteilung des Krebsnebels im VHE-Bereich bei der Energie E_i ist, Gleichung (4.1), und

$$I_i = I_i(E_i^-, E_i^+; \mu) = \frac{\overline{P}_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E_i^-, E_i^+; \chi, \mu)}{\sin^2(2\chi)} \quad (5.24)$$

gilt. Mit $\overline{P}_{\gamma \rightarrow \gamma_s}$ ist die gemittelte Oszillationswahrscheinlichkeit aus Gleichung (5.5) bezeichnet. Man beachte, dass I_i wegen Gleichung (5.5) keine Funktion des Parameters χ ist.

Die beschriebenen Rechnungen werden numerisch durchgeführt. Dazu wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Computer-Programm geschrieben. Der Quellcode dieses Programms kann in Anhang B gefunden werden und ist in der Programmiersprache *C* (siehe z.B. Kernighan und Ritchie (1990)) geschrieben.

Man beachte, dass die von den Experimenten gemessenen differenziellen Flüsse y'_i die Zahl der Photonen im Energieintervall dE , $\frac{dN}{dE}$, angeben. Diese ist mit der spektralen Energieverteilung über $\frac{dN}{dE} = \frac{\nu f_\nu}{E^2}$ verknüpft. Das Programm passt daher, anstelle von Gleichung (5.10), als Signatur verborgener Photonen die Funktion

$$\overline{y}'_{\text{sed}}(\overline{E}, E_-, E_+) = \left. \frac{dN}{dE} \right|_{E=\overline{E}} \cdot (1 - \overline{P}_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(E_-, E_+)) \quad (5.25)$$

an die Spektren an, wobei $\left. \frac{dN}{dE} \right|_{E=\overline{E}}$ der in Kapitel 4 diskutierte Invers-Compton-Fluss ist. Dieser kann über obige Verknüpfung aus Gleichung (4.1) gewonnen werden. Die Umwandlung von Gleichung (4.1) in die verwendeten Einheiten ist dann durch Gleichung (4.17) möglich.

5.3.2 Reskalierung der rekonstruierten Energie

In Kapitel 4.2 sind die Messpunkte des sehr hochenergetischen γ -Spektrums des Krebsnebels beschrieben. Vergleicht man die Experimente untereinander, so ist festzustellen, dass Abweichungen zwischen den einzelnen Experimenten auftreten. Physikalisch sollte allerdings jedes Experiment bei gleicher Energie E denselben Fluss innerhalb des statistischen Fehlers messen, da der Fluss des Krebsnebels als zeitlich konstant anzunehmen ist. Mit Ausnahme der starken Abweichungen einiger Flusspunkte bei Energien $E > 10$ TeV, die wahrscheinlich auf Unsicherheiten in der Datenanalyse zurückzuführen sind, lassen sich diese Abweichungen mit dem systematischen Fehler der Kalibration der Energieachse begründen. Wie in Kapitel 4.2 erklärt, liegt dieser bei $(\Delta E/E)_{\text{sys}} \approx 15 - 20\%$.

Damit die Daten im Rahmen dieser Auswertung miteinander verglichen werden können, müssen diese innerhalb des systematischen Fehlers der Energiekalibration reskaliert werden, d.h., die Kalibrierung der Energieachse der einzelnen Experimente wird angepasst. Dadurch wird eine Verschmierung möglicher Signaturen verborgener Photonen ausgeschlossen. Der theoretisch erwartete Invers-Compton-Fluss aus Gleichung (4.1) ist an die Daten des HEGRA-Experiments angepasst. Für diese Auswertung erweist es sich daher als günstig, alle weiteren Experimente auf diesen Fluss zu skalieren, d.h., jedem Flusspunkt eines Datensatzes wird durch einen innerhalb des Datensatzes konstanten Faktor s eine abgeänderte Energie E' zugewiesen. Es gilt

$$E' = s \cdot E. \quad (5.26)$$

Der Skalierungsfaktor s kann durch eine Anpassung des Invers-Compton-Flusses νf_ν

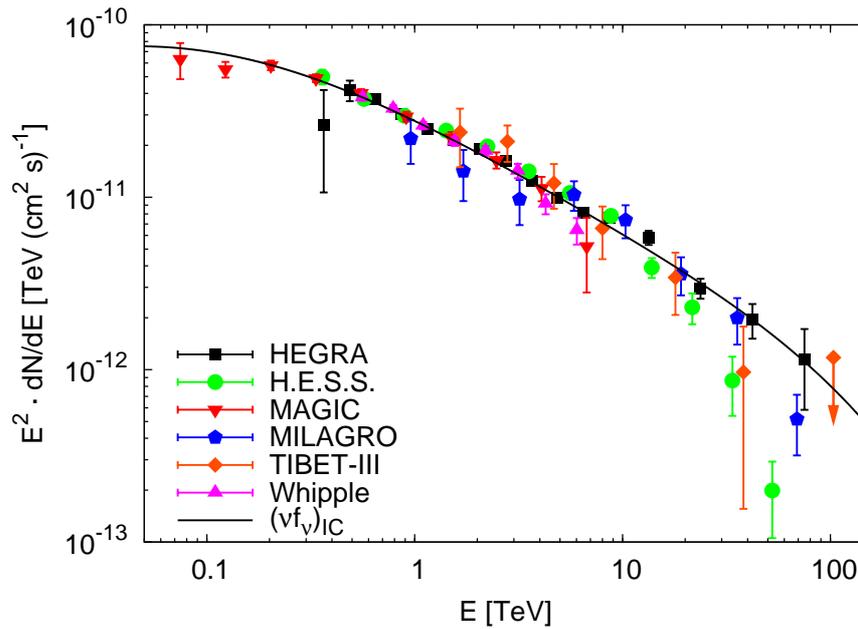


Abbildung 5.4: Der in Abbildung 4.4 betrachtete sehr hochenergetische Fluss des Krebsnebels im Energiebereich von ca. 0,1 TeV bis 100 TeV, vermessen von verschiedenen Experimenten. Die obige Abbildung zeigt selbige Messdaten, wobei die Energieachse der einzelnen Experimente mit $E' = s \cdot E$ reskaliert wurde. Der Skalierungsfaktor s kann in Tabelle 5.2 gefunden werden. Weitere Erläuterungen bezüglich der Abbildung können in der Beschreibung von Abbildung 4.4 gefunden werden.

Experiment	Skalierungsfaktor s
HEGRA	1,000
H.E.S.S.	0,921
MAGIC	0,968
MILAGRO	0,957
TIBET-III	0,966
Whipple	0,944

Tabelle 5.2: Skalierungsfaktor s , damit die jeweiligen Ergebnisse der einzelnen Experimente verglichen werden können. Für die Kalibration der Energieachse gilt $E' = s \cdot E$. Der Vergleich der jeweiligen Faktoren ergibt, dass die Experimente die Energie mit Ausnahme des HEGRA-Experiments eher überschätzen.

aus Gleichung (4.1) an die jeweiligen Datensätze gewonnen werden. Dabei wird s als freier Parameter variiert. In Tabelle 5.2 ist s für die einzelnen Experimente aus Kapitel 4.2 gegeben. Es stellt sich heraus, dass die Skalierungsfaktoren, wie gefordert, innerhalb des systematischen Fehlers liegen. Das reskalierte, sehr hochenergetische γ -Spektrum des Krebsnebels ist in Abbildung 5.4 dargestellt.

5.3.3 Diskussion der Ergebnisse

Die in diesem Kapitel erklärte Analyse kann auf die jeweiligen Datensätze der Experimente angewendet werden. Im Folgenden sollen die einzelnen Ergebnisse diskutiert werden.

Untersucht man den Verlauf der spektralen Energieverteilung des Krebsnebels im sehr

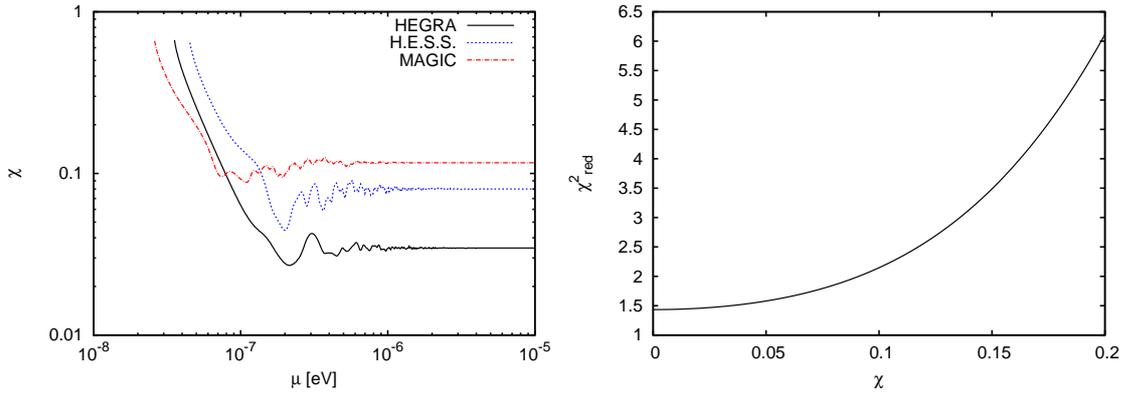


Abbildung 5.5: **Links:** Die obere Grenze des 68,3%-Konfidenzintervalls, $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}(\mu)$, des Mischungswinkels χ verborgener Photonen in Abhängigkeit der Masse μ [eV]. Die Region $\chi(\mu) > \chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}(\mu)$ kann mit (mindestens) der Wahrscheinlichkeit des gegebenen Konfidenz-Intervalls ausgeschlossen werden. Die schwarze, durchgezogene Linie ist aus den Daten des HEGRA-Experiments bestimmt worden, mit steigender Masse konvergiert die Kurve gegen $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}} = 0,0346$. Die rote, lang-gestrichelte Kurve beschreibt den selben Sachverhalt für die reskalierten Daten des MAGIC-Experiments. Die Ergebnisse aus den reskalierten Daten des H.E.S.S.-Experiments sind durch die blaue, gestrichelte Kurve dargestellt. **Rechts:** Typischer Verlauf der Funktion $\chi_{\text{red}}^2(\chi)$, berechnet aus dem HEGRA-Datensatz für eine Masse $\mu = 10^{-6}$ eV. Das Minimum liegt bei $\chi_{\text{fit}} = 0$ und hat den Wert $\chi_{\text{red}}^2 = 1,43$. Es sind 16 Datenpunkte berücksichtigt worden, d.h., die Anzahl der Freiheitsgrade beträgt $16 - 1 = 15$.

hochenergetischen γ -Bereich anhand der Messungen der HEGRA Cherenkov-Teleskope nach Signaturen verborgener Photonen (Gleichung (5.25)), so ergibt die numerische Analyse eine Region im Parameterraum χ - μ der Mischungsparameter verborgener Photonen, die ausgeschlossen werden kann. Innerhalb des 68,3% Konfidenz-Intervalls ergibt die Analyse der HEGRA-Daten die Ausschlussregion, die in Abbildung 5.5 dargestellt ist. Alle Mischungswinkel χ , die größer als die gezeigte Kurve $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}(\mu)$ sind, können somit für die betrachteten Massen μ ausgeschlossen werden (siehe Erklärung in Kapitel 5.3.1).

Die Mischungswinkel χ sind, entsprechend den in diesem Kapitel diskutierten Erwartungen, kleiner als 0,1. Die Sensitivität auf die Masse μ hat eine obere Schranke, $\mu \lesssim 10^{-5}$ eV, die aus der Diskussion der Kohärenz in Kapitel 4.3 folgt. Die untere Schranke liegt, wie erwartet, zwischen 10^{-8} eV und 10^{-7} eV. Die beste Einschränkung der Mischungsparameter ergibt sich bei einer Masse von $\mu \approx 2 \times 10^{-7}$ eV (für HEGRA), was unter anderem aus Abbildung 5.1 gefolgert wurde. $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}(\mu)$ konvergiert mit steigender Masse gegen einen konstanten Wert, der für den Datensatz der HEGRA-Experiments bei $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}} = 0,0346$ liegt. Dieses Verhalten ist zu erwarten: Die Betrachtung der Signatur verborgener Photonen in Gleichung (5.2) bzw. Abbildung 5.1 zeigt, dass mit steigender Masse μ die Oszillationsfrequenz (im Energieraum) ansteigt und damit der Abstand zweier Oszillationen auf der Energieachse fällt. Aufgrund der Mittelung über die Energieintervalle führt dies bei steigender Masse zu konstanten Werten der Oszillationswahrscheinlichkeit (Gleichung (5.5)).

Die Güte der Anpassung (*goodness-of-fit*) ergibt sich aus dem minimalen Wert von $\chi_{\text{red}}^2(\nu) = 1,43(15)$. Aufgrund von Abbildung 5.3 lässt sich folgern, dass der gefundene Parameter χ_{fit} mit großer Wahrscheinlichkeit zutrifft, d.h., dass auch das Konfidenzintervall

mit großer Wahrscheinlichkeit zutreffend ist. Ein typischer Verlauf der Funktion $\chi_{\text{red}}^2(\chi)$, die zur Berechnung der Konfidenz-Intervalle nötig ist (siehe Teil 5.2), ist in Abbildung 5.5 (rechts) gegeben.

Experiment	$\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}$	$\chi_{\text{red}}^2(\nu)$
HEGRA	0,0346	1,43(15)
H.E.S.S.	0,0801	4,05(7)
MAGIC	0,1165	0,82(9)
MILAGRO	0,4263	1,58(7)
TIBET-III	0,2751	0,86(5)
Whipple	0,1037	1,21(7)
Σ_1	0,0343	1,60(41)
Σ_2	0,0370	1,60(55)

Tabelle 5.3: Die Ergebnisse der Analyse der reskalierten Daten der einzelnen Experimente. Die im Text erklärten Kombinationen von Datensätzen sind mit Σ_1 und Σ_2 gekennzeichnet. Mischungswinkel $\chi > \chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}$ können mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 68,3% ausgeschlossen werden, wobei hier der Wert $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}$, gegen den die Kurve für große Massen konvergiert, gegeben ist. Zur Charakterisierung der Güte der Anpassung ist das Minimum von $\chi_{\text{red}}^2(\nu)$ für eine Masse $\mu = 5 \times 10^{-6}$ eV gegeben, wobei ν die Anzahl der Freiheitsgrade ist. Man beachte, dass die H.E.S.S.-Daten nur für Energien $E < 10$ TeV analysiert wurden.

Abbildung 5.5 diskutiert zudem die Parameter $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}(\mu)$, die aus den reskalierten Daten des MAGIC-Experiments bestimmt wurden. Die Werte, die aus der Analyse der anderen Experimente in Kapitel 4.2 folgen, sind in Tabelle 5.3 gegeben. Es ist zudem möglich, nach der Reskalierung (Kapitel 5.3.2) verschiedene Experimente gemeinsam auszuwerten. Dies ist im Rahmen dieser Arbeit für folgende Kombinationen durchgeführt worden. Die Messungen der Experimente

Σ_1 : HEGRA, H.E.S.S., MAGIC und Whipple

Σ_2 : HEGRA, H.E.S.S., MAGIC, MILAGRO, TIBET-III und Whipple

wurden jeweils in Kombination ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.6 und Tabelle 5.3 zusammengestellt. Es ist zu beachten, dass die Daten der H.E.S.S. Cherenkov-Teleskope nur für Energien $E < 10$ TeV genutzt wurden. Der Grund ist die in Kapitel 4.2 diskutierte Abweichung von der spektralen Energieverteilung Gleichung (4.1).

In Abbildung 5.7 ist am Beispiel der Daten der Experimente HEGRA, H.E.S.S., MAGIC und Whipple ein Vergleich verschiedener Konfidenz-Intervalle gezeigt. Dargestellt sind die Einschränkungen der Mischungsparameter verborgener Photonen, die dem 68,3%-Konfidenz-Intervall, dem 90%- und dem 95,4%-Konfidenz-Intervall entsprechen.

Eine abschließende Interpretation und ein Vergleich der im Rahmen dieser Arbeit berechneten Einschränkungen mit den Bestehenden, die in Kapitel 2.4 diskutiert sind, sind in Kapitel 7 gegeben.

An dieser Stelle sei noch kurz auf die Möglichkeit der Auswertung der nicht-reskalierten Daten eingegangen. Die Diskussion in Kapitel 5.3.2 begründet das Ergebnis, dass sich in diesem Fall ein vergleichsweise deutlich höherer Wert χ_{red}^2 an der Stelle des Minimums der Funktion χ_{lsq}^2 ergibt, als bei der Auswertung der reskalierten Datensätze. Die Wahrscheinlichkeit, dass die aus der Anpassung gefundenen Parameterwerte die Daten beschreiben, ist also deutlich niedriger.

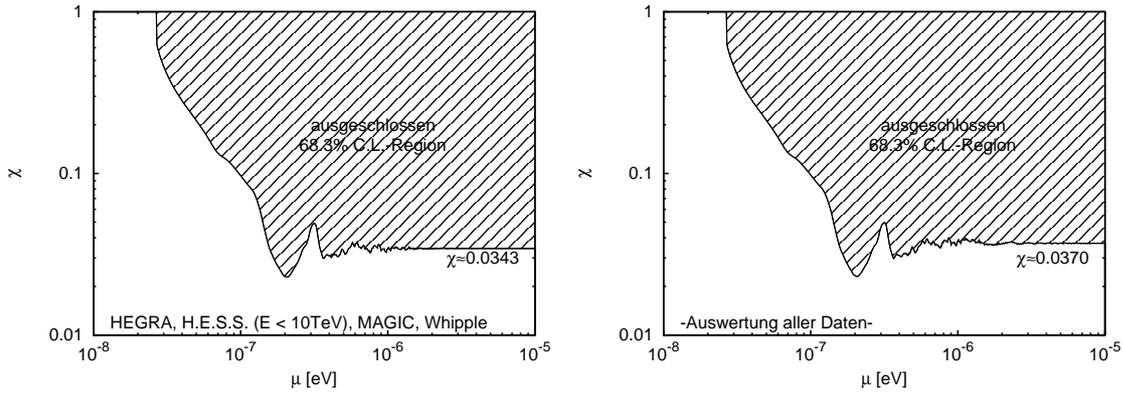


Abbildung 5.6: **Links:** Einschränkungen der Mischungparameter verborgener Photonen, die aus der Auswertung der Daten der Experimente HEGRA, H.E.S.S., MAGIC und Whipple (Kombination Σ_1) folgen, 68,3%-Konfidenz-Intervall (C.L.). **Rechts:** Die Ergebnisse der Auswertung aller diskutierten Experimente, HEGRA, H.E.S.S., MAGIC, MILAGRO, TIBET-III und Whipple (Kombination Σ_2), 68,3%-Konfidenz-Intervall. Der mit χ bezeichnete Wert ist der Wert $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}$, gegen den die Kurve für große Massen konvergiert. Weitere Erläuterungen können dem Text, Tabelle 5.3 und der Abbildung 5.5 entnommen werden.

5.3.4 Fehler der Masse μ

Aufgrund der statistischen und systematischen Unsicherheiten der Energie E der TeV-Photonen (Kapitel 4.2) und der Entfernung des Krebsnebels $d_c = (1,93 \pm 0,11)$ kpc (Trimble (1973)), ergibt sich für die Massen μ der Ausschlussregion ein Fehler δ_μ . Dieser kann aus Gleichung (2.26) abgeschätzt werden. Die Oszillationswahrscheinlichkeit ist proportional zu

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma_s}(L) \propto \sin^2 \left(\frac{\mu^2}{4E} L \right). \quad (5.27)$$

Der Fehler von μ ergibt sich aus der Bedingung, dass das Argument des Sinus konstant bleiben muss:

$$\frac{\mu^2 L}{4E} = \frac{(\mu + \delta_\mu)^2 (L + \delta_L)}{4(E + \delta_E)}. \quad (5.28)$$

Die Lösung dieser Gleichung nach δ_μ unter Vernachlässigung quadratischer Terme in δ_μ ergibt

$$\frac{\delta_\mu}{\mu} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \delta_E/E}{1 + \delta_L/L} - 1 \right). \quad (5.29)$$

Mit $\frac{\delta_L}{L} \approx 0,06$ und den Fehlern aus Kapitel 4.2

$$\left(\frac{\delta_E}{E} \right)_{\text{stat}} \approx 0,1 \quad \text{und} \quad \left(\frac{\delta_E}{E} \right)_{\text{sys}} \approx 0,15 \quad (5.30)$$

ergibt sich ein Fehler der Masse μ

$$\left(\frac{\delta_\mu}{\mu} \right)_{\text{stat}} \approx 0,02 \quad \text{und} \quad \left(\frac{\delta_\mu}{\mu} \right)_{\text{sys}} \approx 0,04. \quad (5.31)$$

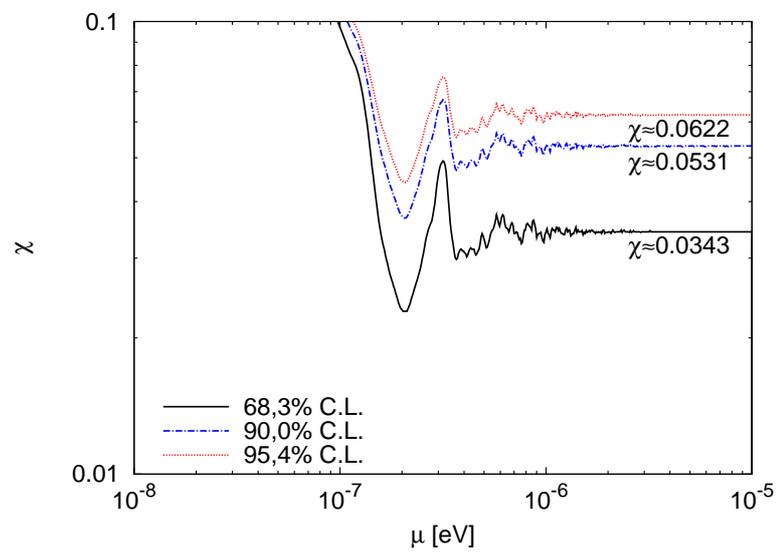


Abbildung 5.7: Vergleich der Einschränkungen der Mischungsparameter verborgener Photonen, die aus der Betrachtung drei verschiedener Konfidenz-Intervalle (C.L.) folgen: 68,3%, 90% und 95,4%. Die mit χ bezeichneten Werte sind die Werte $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}$, gegen die die Kurven für große Massen konvergieren. Die Einschränkungen sind durch Auswertung der Daten der Experimente HEGRA, H.E.S.S., MAGIC und Whipple entstanden (Abbildung 5.6 (links)).

Kapitel 6

Generische Einschränkung der optischen Tiefe

Unter Ausnutzung der in Kapitel 5 verwendeten Methoden können allgemeine (generische) Einschränkungen der optischen Tiefe τ beliebiger möglicher Signaturen im sehr hochenergetischen Spektrum des Krebsnebels abgeleitet werden. Dazu ist es erforderlich, die verwendeten Gleichungen und dementsprechend den verwendeten Programmcode anzupassen. Im Folgenden sollen die physikalischen Sachverhalte und Ergebnisse diskutiert werden. Kapitel 6.1 führt den Begriff der optischen Tiefe ein, während Kapitel 6.2 die anzupassende Signatur diskutiert. In den letzten beiden Abschnitten werden die Auswertung und die Ergebnisse vorgestellt.

6.1 Die optische Tiefe

Emissions- und Absorptionsprozesse von Strahlung können makroskopisch über die Strahlungstransportgleichung beschrieben werden (z.B. Rybicki und Lightman (2004)):

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + j_\nu. \quad (6.1)$$

In der Gleichung werden beide Prozesse durch einen entsprechenden Koeffizienten beschrieben, den Emissionskoeffizienten j_ν und den Absorptionskoeffizienten α_ν , die von der Frequenz ν der betrachteten Strahlen abhängen. Die spezifische Intensität I_ν der Strahlung ist eine Funktion des Ortes, der Frequenz und des Raumwinkels Ω . Die Dimension der spezifischen Intensität ist

$$[I_\nu(\nu, \Omega)] = \text{Energie (Zeit)}^{-1} (\text{Fläche})^{-1} (\text{Raumwinkel})^{-1} (\text{Frequenz})^{-1}. \quad (6.2)$$

Somit beschreibt die Strahlungstransportgleichung die Änderung der spezifischen Intensität entlang des Propagationsweges s .

Bei verschwindender Emission ($j_\nu = 0$) nimmt die Strahlungstransportgleichung (6.1) die Form

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu \quad (6.3)$$

an. Die Lösung dieser linearen Differentialgleichung ist

$$I_\nu(s) = I_\nu(s_0) \exp \left[- \int_{s_0}^s \alpha_\nu(s') ds' \right], \quad (6.4)$$

wobei s_0 den Nullpunkt der Betrachtung beschreibt. Die Substitution einer anderen Variable, der optischen Tiefe τ_ν , bringt die Strahlungstransportgleichung und deren Lösung in eine einfachere Form:

$$d\tau_\nu = \alpha_\nu ds. \quad (6.5)$$

Damit folgt

$$\tau_\nu(s) = \int_{s_0}^s \alpha_\nu(s') ds' \quad (6.6)$$

und daher gilt für die Lösung der Strahlungstransportgleichung bei verschwindender Emission

$$I_\nu(s) = I_\nu(s_0) \exp[-\tau_\nu(s)]. \quad (6.7)$$

6.2 Spektrale Signatur und Einfluss des Detektors

Wie oben erwähnt, ist es anhand der Vermessung des sehr hochenergetischen Spektrums des Krebsnebels möglich, generische Einschränkungen der optischen Tiefe τ beliebiger spektraler Signaturen im Spektrum des Nebels zu liefern. Da die optische Tiefe eine Funktion der Energie ist, $\tau = \tau(E)$, ist diese für jede betrachtete Energie separat einzuschränken. Wegen Gleichung (6.7) ist die (theoretische) spektrale Signatur einer monoenergetischen Absorption bei der Energie $E = E_0$

$$y_\tau(E) = \begin{cases} (\nu f_\nu)|_{E=E_0} e^{-\tau(E_0)} & \text{bei } E = E_0 \\ (\nu f_\nu)|_E & \text{sonst} \end{cases}, \quad (6.8)$$

wobei νf_ν die spektrale Energieverteilung des Krebsnebels aus Gleichung (4.1) ist und $\tau(E_0)$ die optische Tiefe¹ bei der Energie $E = E_0$.

Wird ein Signal N_0 , das die Form einer Dirac'schen Deltafunktion $\delta(E - E_0)$ aufweist, bei der Energie E_0 durch einen Detektor, dessen Energie-Auflösung normalverteilt ist, vermessen, so wird dieser das Signal mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, deren Wahrscheinlichkeitsdichte durch die Gauß-Kurve gegeben ist, im Energieraum verschmiert. Das gemessene Signal lässt sich berechnen, indem das betrachtete Signal mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $G(E, E_0)$ gefaltet wird.

$$G(E, E_0) = G_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_0}{\sigma} \right)^2 \right], \quad (6.9)$$

wobei die Normierungskonstante im Allgemeinen $G_0 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ ist und σ die Standardabweichung beschreibt. Für das gemessene Signal folgt somit

$$N_0 \delta(E - E_0) \xrightarrow{\text{Messung}} \int_0^\infty dE' G(E, E') N_0 \delta(E' - E_0) = N_0 G_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_0}{\sigma_0} \right)^2 \right]. \quad (6.10)$$

Da die Energie im Allgemeinen keine negativen Werte annimmt, ist für die untere Grenze des Integrals 0 zu wählen. Man beachte, dass daher die Normierung G_0 entsprechend anzupassen ist (siehe Anhang A.2).

¹Man beachte, dass der Krebsnebel in einer konstanten Entfernung d_c gemessen wird. Der in Kapitel 6.1 betrachteten Variable s wird somit der konstante Wert d_c zugewiesen.

Aufgrund des obigen Sachverhaltes ist es im Rahmen dieser Auswertung erforderlich, die betrachteten Absorptions-Signaturen mit der Gauß-Kurve zu falten. Wie in Kapitel 4.2 beschrieben, sind die Daten in (disjunkten) Energieintervallen (Bins) gemessen. Daher ist die Funktion νf_ν in dem jeweils betrachteten Energieintervall an der Stelle $E = \bar{E}$ auszuwerten, wobei \bar{E} das geometrische Mittel des Intervalls ist. Aufgrund der Gleichungen (6.7) und (6.8) ist die Absorptions-Signatur bei der Energie E_0 , die Element des Energieintervalls um \bar{E} ist,

$$\Delta y_\tau(E; E_0) = (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} (1 - e^{-\tau(E)}) \delta(E - E_0). \quad (6.11)$$

Diese ist mit $G(E, E_0)$ zu falten und über das betrachtete Energieintervall zu integrieren. Die Berechnungen sind in Anhang A.2 gegeben. Die messbare spektrale Signatur $\hat{y}_\tau(E)$, die an die Messdaten des sehr hochenergetischen Spektrums des Krebsnebels anzupassen ist, ergibt sich somit zu

$$\hat{y}_\tau(E) = \begin{cases} \hat{y}_\tau(E_0) & \text{bei } E = E_0 \\ (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} & \text{sonst,} \end{cases} \quad (6.12)$$

wobei die Funktion $\hat{y}_\tau(E_0)$ in Anhang A.2 zu finden ist.

6.3 Auswertung der Datensätze

Um generische Einschränkungen der optischen Tiefe $\tau(E)$ beliebiger spektraler Absorptionen zu erhalten, ist die Signatur (6.12) an die Daten aus Kapitel 4.2 anzupassen. Wie in Kapitel 5 wird die Methode der kleinsten Quadrate (Kapitel 5.2) verwendet. Die Einschränkungen sind somit mit der Wahl eines Konfidenz-Intervalls verbunden. Im Wesentlichen soll im Rahmen dieser Analyse das 68,3% Konfidenz-Intervall betrachtet werden, d.h., die optische Tiefe $\tau(E)$ darf mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% die im Folgenden berechneten Grenzen nicht überschreiten.

Die χ_{lsq}^2 -Funktion lautet somit

$$\chi_{\text{lsq}}^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \hat{y}_\tau(E)}{\sigma_i} \right)^2, \quad (6.13)$$

wobei N Datenpunkte (E_i, y_i, σ_i) mit einem Fluss y_i bei der Energie E_i und einem statistischen Fehler σ_i auf den Fluss betrachtet werden. Für das Argument E der Funktion $\hat{y}_\tau(E)$ gilt

$$E = \begin{cases} E_0, & \text{falls } E_0 \in [E_i^-, E_i^+] \\ E_i & \text{sonst.} \end{cases} \quad (6.14)$$

E_0 bleibt ein freier Parameter, für den χ_{lsq}^2 jeweils nach der optischen Tiefe τ minimiert wird.

In der Notation von Gleichung (6.12) und (6.14) wird die Signatur $\hat{y}_\tau(E)$ lediglich in dem Energieintervall, in dem die Energie E_0 liegt, berücksichtigt. Da die Verteilung der vom Detektor gemessenen Energien auch die benachbarten Energieintervalle beeinflusst, sind auch diese zu berücksichtigen. Im Rahmen dieser Analyse ist es ausreichend, die beiden direkt angrenzenden Intervalle in die Anpassung der Funktion $\hat{y}_\tau(E)$ einzubeziehen, da die Energieintervalle im Allgemeinen *breiter* als die Energieauflösung des Detektors sind.

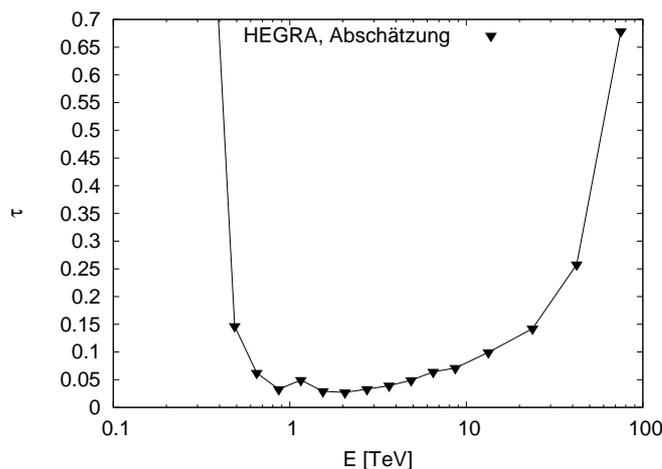


Abbildung 6.1: Abschätzung der oberen Grenze der optischen Tiefe $\tau(E)$ aus den statistischen Fehlern σ_i der einzelnen Flusspunkte y_i . Ausgewertet wurden die Daten des HEGRA-Experiments. Die dargestellten Punkte sind linear miteinander verbunden.

Analog zu Kapitel 5.3 wird für die χ^2_{lsq} -Anpassung und die Berechnung der Konfidenzintervalle der Wert τ_m benötigt, bei dem χ^2_{lsq} minimal wird. Unter Berücksichtigung der angrenzenden Energieintervalle ist die Gleichung für τ_m ebenfalls in Anhang A.2 zu finden.

An dieser Stelle sei noch bemerkt, dass die Energieauflösung des Detektors σ_0 als konstant mit $\sigma_0/E_0 = 15\%$ angenommen wird (beispielsweise Aharonian *et al.* (2004)).

Erwartung

In diesem Abschnitt soll abgeschätzt werden, welchen Verlauf und welche Werte die oberen Grenzen der optischen Tiefe grob aufweisen sollten. Diese Aussage kann aus den statistischen Fehlern der Flusspunkte abgeleitet werden. In niedrigster Näherung darf die Absorptions-Signatur die untere Fehlergrenze nicht unterschreiten. Daraus lässt sich die optische Tiefe der Signatur abschätzen (Gleichung (6.7)):

$$\tau(E_i) = -\ln\left(\frac{y_i - \sigma_i}{y_i}\right), \quad (6.15)$$

wobei N Datenpunkte (E_i, y_i, σ_i) mit einem Fluss y_i bei der Energie E_i und einem statistischen Fehler σ_i auf den Fluss betrachtet werden. Die Ergebnisse sind für die Daten des HEGRA-Experiments in Abbildung 6.1 dargestellt.

6.4 Ergebnisse

Im Folgenden sollen die oberen Grenzen der optischen Tiefe $\tau(E)$, die für beliebige spektrale Signaturen im sehr hochenergetischen γ -Spektrum des Krebsnebels gelten, kurz diskutiert werden. Die Grenzen sind unter Verwendung des 68,3% Konfidenz-Intervalls gewonnen worden, d.h., diese dürfen mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% nicht überschritten werden. Für die Daten der HEGRA Cherenkov-Teleskope und des MAGIC-Experiments sind die Ergebnisse in Abbildung 6.2 zusammengefasst.

Für die HEGRA Daten sind die Grenzen, die sich aus der Anpassung der Signatur (6.12) in jeweils drei benachbarten Energieintervallen ergeben, gezeigt. Zudem sind in der

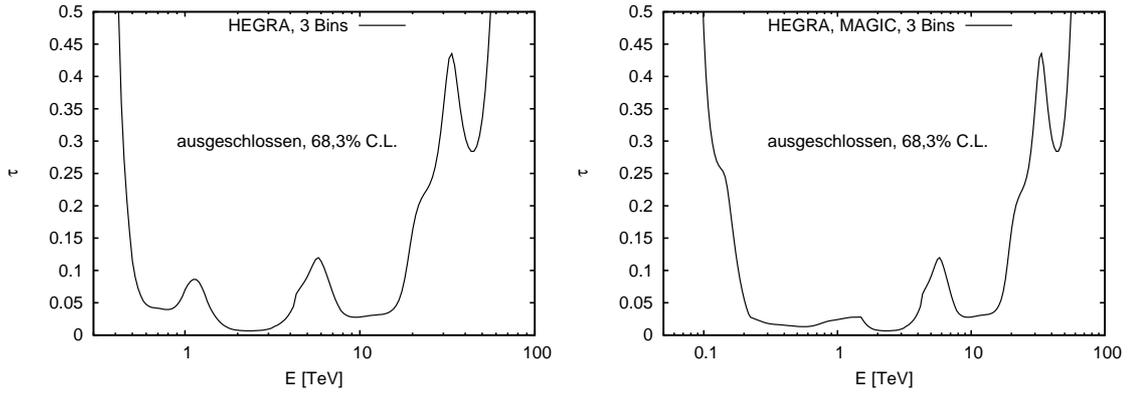


Abbildung 6.2: **Links:** Obere Grenzen der optischen Tiefe $\tau(E)$ beliebiger (Absorptions-) Signaturen im sehr hochenergetischen γ -Spektrum des Krebsnebels. Die schwarze Kurve $\tau^{\text{cl}}(E)$ repräsentiert die Grenzen des 68,3% Konfidenz-Intervalls, die unter Berücksichtigung dreier benachbarter Energieintervalle der Daten der HEGRA Cherenkov-Teleskope berechnet wurden (siehe Text). **Rechts:** Obere Grenzen der optischen Tiefe $\tau^{\text{cl}}(E)$, berechnet aus den Daten des MAGIC-Experiments und des HEGRA-Experiments unter Verwendung dreier benachbarter Energieintervalle. Beide Datensätze sind separat ausgewertet worden und es sind jeweils die niedrigsten Schranken der Ergebnisse ausgewählt worden. Die Beschreibung und Erklärung der durch die einzelnen Experimente gemessenen Flüsse ist in Kapitel 4.2 gegeben.

Abbildung die Ergebnisse aus der Auswertung der gemessenen Spektren der Experimente HEGRA und MAGIC kombiniert. Es sind jeweils die niedrigsten und damit besten oberen Schranken gezeigt. Die kleinsten oberen Grenzen, die sich ergeben, haben Werte im Bereich $\tau \approx 0,01$. Das entspricht einer zulässigen Absorption von ca. 1%. In Tabelle 6.1 sind einige Werte der oberen Schranken der optischen Tiefe tabelliert, wobei jeweils die im Vergleich der Ergebnisse der Auswertung der Daten des HEGRA- bzw. MAGIC-Experiments niedrigeren und damit besseren Werte ausgesucht wurden (vgl. Abbildung 6.2).

E [TeV]	$\tau^{\text{cl}}(E)$	E [TeV]	$\tau^{\text{cl}}(E)$	E [TeV]	$\tau^{\text{cl}}(E)$
0.30	0.018	1.30	0.028	5.59	0.117
0.35	0.016	1.50	0.028	6.47	0.092
0.40	0.015	1.74	0.012	7.49	0.046
0.47	0.014	2.01	0.007	8.67	0.029
0.54	0.013	2.32	0.007	10.04	0.028
0.62	0.014	2.69	0.007	11.62	0.030
0.72	0.017	3.12	0.011	13.45	0.032
0.84	0.021	3.61	0.021	15.57	0.041
0.97	0.024	4.17	0.044	18.02	0.086
1.12	0.026	4.83	0.083	20.86	0.186

Tabelle 6.1: Ausgewählte obere Schranken der optischen Tiefe $\tau^{\text{cl}}(E)$ beliebiger Signaturen im sehr hochenergetischen Spektrum des Krebsnebels, 68,3% Konfidenz-Intervall. Gezeigt ist eine repräsentative Auswahl aus den Werten, die in Abbildung 6.2 (rechts) dargestellt sind.

Abschließend ist festzustellen, dass die Ergebnisse verglichen mit der Abschätzung in Abbildung 6.1 in erwarteter Übereinstimmung sind. Die berechneten Schranken sind

aufgrund der Berücksichtigung dreier Intervalle in der Anpassung (fit) etwas niedriger als die aus den statistischen Fehlern abgeschätzten.

Es bleibt der Hinweis, dass die gefundenen oberen Schranken der optischen Tiefe auch für Emissions-Signaturen gültig sind.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Im ersten Teil dieses Kapitels soll eine Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit gegeben werden. Zudem werden die entwickelten Einschränkungen mit den bestehenden verglichen. Der zweite Teil besteht in der Diskussion zukünftiger Möglichkeiten, die Suche nach verborgenen Photonen zu erweitern.

7.1 Zusammenfassung und Vergleich der Einschränkungen

In der vorliegenden Arbeit wurde eine spezifische Erweiterung des Standardmodells der Teilchenphysik, die Einführung einer neuen $U(1)$ -Eichsymmetrie, deren Kopplung an das Standardmodell verschwindet, diskutiert. Die bisher nicht nachgewiesenen zugehörigen Eichbosonen, die verborgenen Photonen, mischen mit normalen Photonen, was zu Oszillationen zwischen Photonen und verborgenen Photonen führt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine neue Methode entwickelt, den Mischungswinkel der verborgenen Photonen für ein breites Massenintervall einzuschränken. Damit sind die bestehenden Einschränkungen der Mischungsparameter um neue Einschränkung erweitert worden, die unter Ausnutzung einer neuen Energie- und Distanzskala gewonnen wurden. Zudem wurden die auftretenden Oszillationseffekte direkt ausgewertet, während die in diesem Massenbereich bestehenden Einschränkungen aus der indirekten Ausnutzung des Oszillationseffektes entstanden sind.

Die Methode, die in der vorliegenden Arbeit entwickelt wurde, besteht in der Untersuchung von VHE-Spektren astronomischer Objekte. Die Arbeit hat gezeigt, dass aufgrund der Oszillation von Photonen in verborgene Photonen der Verlauf der spektralen Energiedichte energieabhängig beeinflusst wird. Dadurch ergeben sich (messbare) Signaturen verborgener Photonen, die von deren Mischungsparametern abhängen. Durch Anpassung der erwarteten Signaturen an die gemessenen Datenpunkte der Spektren können Teilmengen von Mischungsparametern ausgeschlossen werden.

Konkret wurde das sehr hochenergetische Spektrum des Krebsnebels ausgewertet. Vorab konnte gezeigt werden, dass dies nur bis zu einer oberen Grenze der betrachteten Masse μ der verborgenen Photonen möglich ist, da sonst Dekohärenz-Effekte in Erscheinung treten ($\mu \leq 10^{-5}$ eV). Diese wurden eingehend studiert. Die Auswertung der Daten verschiedener Experimente, die den Krebsnebel im sehr hochenergetischen γ -Bereich vermessen haben, liefert die in Kapitel 5.3.3, Abbildung 5.6 gezeigten Einschränkungen. Verglichen mit den Einschränkungen der Mischungsparameter verborgener Photonen, die aus Vermessung des Coulomb'schen Kraftgesetzes entstanden sind (siehe Kapitel 2.4 und Abbildung 2.3), werden durch die in dieser Arbeit gefundenen Einschränkungen keine zusätzlichen

Parameter ausgeschlossen. Wie oben angemerkt, sind diese allerdings unter Betrachtung einer neuen Energie- und Distanzskala entstanden. Die auftretenden Oszillationseffekte wurden auf direktem Weg ausgenutzt, um die Schranken zu berechnen. Die Vermessung des Coulomb-Potenzials betrachtet die Oszillationen hingegen nur indirekt, da mögliche Abweichungen auf die Oszillation von (virtuellen) Photonen zurückgeführt werden.

Des Weiteren wurde die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methode auf beliebige, modellunabhängige Signaturen, die den spektralen Energiefluss des Krebsnebels abschwächen, angewandt. Daraus können energieabhängige obere Schranken der möglichen optischen Tiefe $\tau(E)$ gewonnen werden (Kapitel 6, Abbildung 6.2). Damit ist es zum Beispiel möglich, theoretische Modelle des Nebels, die derartige Absorptionen bzw. Emissionen vorhersagen, einzuschränken.

7.2 Ausblick

Die in dieser Arbeit entwickelte Methode, die Mischungsparameter verborgener Photonen durch Auswertung sehr hochenergetischer γ -Spektren einzuschränken, lässt sich auf astrophysikalischer Basis noch deutlich erweitern. In einem ersten Schritt kann die Methode auf γ -Spektren verschiedener Quellen, sowohl auf galaktische als auch auf extra-galaktische (Abbildung 3.1), angewendet werden, sofern dies durch die diskutierten Kohärenzbedingungen zulässig ist. Weiterhin können verschiedene Quellen in anderen Energiebereichen betrachtet werden, beispielsweise im Radio-Band. Aufgrund der diskutierten Oszillationswahrscheinlichkeit, die unter anderem von der Masse der verborgenen Photonen und deren Energie abhängt, führt die Betrachtung von Photonenergien im Radio-Bereich auf Einschränkungen des Mischungswinkels in einem Massenbereich $\mu \approx 10^{-15}$ eV.

Weiterhin kann die Analysemethode verbessert werden. Neben der Methode der kleinsten Quadrate lassen sich Methoden zur Analyse der Daten finden, die bei den betrachteten Signaturen eine höhere Sensitivität aufweisen als die χ^2_{lsq} -Methode.

Auch durch Betrachtung anderer physikalischer Zusammenhänge, zum Beispiel weiterer Experimente zur präzisen Vermessung der QED, kann nach Signaturen verborgener Photonen gesucht werden.

Neben der Betrachtung von Mischungsparametern, die ausgeschlossen werden können (*disappearance*), lassen sich auch die physikalischen Einflüsse verborgener Photonen mit definierten (nicht ausgeschlossenen) Parametern diskutieren. Untersucht werden beispielsweise ein möglicher Anteil verborgener Photonen an der gesuchten Dunklen Materie (Redondo und Postma 2009) und weitere kosmologische Effekte. Weitere astrophysikalische Effekte von Photon-Oszillationen können in Bezug auf die Untersuchung des extra-galaktischen Hintergrundes (EBL) relevant sein. Bei auftretenden Oszillationen könnte beispielsweise die optische Tiefe des EBLs niedriger sein, als bisher angenommen. Dieser Sachverhalt würde sich bedeutend auf die Auswertung und Interpretation bisher gemessener Spektren (zum Beispiel der von Blazaren) auswirken (*appearance*).

Wie oben erwähnt, können die gewonnenen generischen Einschränkungen der optischen Tiefe im Spektrum des Krebsnebels dazu genutzt werden, verschiedene Theorien bezüglich des Krebsnebels zu überprüfen bzw. einzuschränken.

Anhang A

Ergänzungen

A.1 Lösung der Bewegungsgleichungen (2.17)

An dieser Stelle soll die Lösung der Bewegungsgleichungen (2.17) kurz aufgezeigt werden. Mit der Annahme von z als Propagationsrichtung lauten die Bewegungsgleichungen

$$(\partial_t^2 \mathbf{1} - \partial_z^2 \mathbf{1} + \mathcal{M}) \tilde{A} = 0. \quad (\text{A.1})$$

Da dies eine lineare Differentialgleichung ist, kann sie durch den Ansatz ebener Wellen gelöst werden. Als Lösung wählen wir daher

$$V(z, t) = V_0 \exp(-i(\omega t - kz)), \quad (\text{A.2})$$

wobei V_0 ein Vektor in der Basis $\{A, S\}$ ist. Einsetzen in Gleichung (A.1) liefert

$$(\omega^2 - k^2 - \mathcal{M})V_0 = 0. \quad (\text{A.3})$$

Ausgeschrieben ergibt dies zwei Komponentengleichungen, die jeweils verschwinden:

$$\begin{aligned} (\omega^2 - k^2 - \mathcal{M}_{11})V_{01} - \mathcal{M}_{12}V_{02} &= 0, \\ (\omega^2 - k^2 - \mathcal{M}_{22})V_{02} - \mathcal{M}_{21}V_{01} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Dieses Gleichungssystem kann leicht durch das Einsetzungsverfahren gelöst werden. Ausgeschrieben ergibt dies ein Polynom vierten Grades über k

$$k^4 + k^2(\mathcal{M}_{11} + \mathcal{M}_{22} - 2\omega^2) + \omega^4 - \omega^2(\mathcal{M}_{11} + \mathcal{M}_{22}) + \mathcal{M}_{11}\mathcal{M}_{22} - (\mathcal{M}_{12})^2 = 0, \quad (\text{A.5})$$

das durch eine Substitution in ein quadratisches Polynom überführt werden kann. Die Lösungen dessen für k sind (nach Zusammenfassung aller Terme)

$$k_{1/2}^2 = \frac{2\omega^2 - \mathcal{M}_{11} - \mathcal{M}_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}[(\mathcal{M}_{11})^2 + (\mathcal{M}_{22})^2] - \frac{1}{2}\mathcal{M}_{11}\mathcal{M}_{22} + (\mathcal{M}_{12})^2}. \quad (\text{A.6})$$

Einsetzen der Matrixelemente unter Ausnutzung der Beziehung $\cos^2 \chi + \sin^2 \chi = 1$ ergibt

$$k_{1/2}^2 = \omega^2 - \frac{1}{2}\mu^2 \pm \frac{1}{2}\mu^2 \quad \Leftrightarrow \quad k_1^2 = \omega^2 \quad \wedge \quad k_2^2 = \omega^2 - \mu^2. \quad (\text{A.7})$$

Es bleibt die Berechnung der Komponenten des Vektors V_0 . Da die Gleichungen (A.4) gekoppelt sind, besteht zwischen den Komponenten von V_0 ein Zusammenhang. Einsetzen der Bedingungen $k_1^2 = \omega^2$ und $k_2^2 = \omega^2 - \mu^2$ in (A.4) liefert für

$$\begin{aligned} k_1^2 &: V_{02} = \tan \chi V_{01} \quad \text{und} \\ k_2^2 &: V_{01} = -\tan \chi V_{02}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

A.2 Berechnung der Funktion $\hat{y}_\tau(E_0)$ aus Kapitel 6.2

Die Faltung der Absorptions-Signatur aus Gleichung (6.11),

$$\Delta y_\tau(E; E_0) = (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} (1 - e^{-\tau(E)}) \delta(E - E_0), \quad (\text{A.9})$$

mit der Gauß-Kurve $G(E, E_0)$, die in Gleichung (6.9) definiert ist, ergibt

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{y}_\tau(E; E_0) &= \int_0^\infty dE' G(E, E') (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} (1 - e^{-\tau(E')}) \delta(E' - E_0) \\ &= G_0 (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} (1 - e^{-\tau(E_0)}) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_0}{\sigma_0} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

wobei σ_0 die Energie-Auflösung des Detektors ist. Des Weiteren ist die gefaltete Absorptions-Signatur $\Delta \tilde{y}_\tau(E; E_0)$ über das betrachtete Energieintervall zu integrieren:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{y}_\tau(E_0) &= \int_{E_-}^{E_+} dE \Delta \tilde{y}_\tau(E; E_0) \\ &= G_0 (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} (1 - e^{-\tau(E_0)}) \int_{E_-}^{E_+} dE \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_0}{\sigma_0} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Die gesamte spektrale Signatur $\hat{y}_\tau(E)$, die an die Messdaten des sehr hochenergetischen Spektrums des Krebsnebels anzupassen ist, ergibt sich somit wegen

$$\begin{aligned} \hat{y}_\tau(E_0) &= (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} - \Delta \hat{y}_\tau(E_0) \\ &= (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} \left\{ 1 - G_0 (1 - e^{-\tau(E_0)}) \int_{E_-}^{E_+} dE \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_0}{\sigma_0} \right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

zu

$$\hat{y}_\tau(E) = \begin{cases} \hat{y}_\tau(E_0) & \text{bei } E = E_0 \\ (\nu f_\nu)|_{E=\bar{E}} & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Da die Energie E im Allgemeinen nur positive Werte annimmt, gilt für die Normierungskonstante G_0

$$G_0 \int_0^\infty \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_0}{\sigma_0} \right)^2 \right] dE = 1. \quad (\text{A.14})$$

Umformung liefert

$$G_0 = \left(\int_{-E_0}^0 \exp \left[-\frac{(E')^2}{2\sigma_0^2} \right] dE' + \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_0}{2} \right)^{-1}. \quad (\text{A.15})$$

A.3 Gleichung für den Parameter τ_m

Der Wert τ_m , bei dem χ_{lsq}^2 minimal wird, ist unter Berücksichtigung der angrenzenden Energieintervalle durch

$$\tau_m = -\ln \left[1 + \frac{\sum_{i=i_0-1}^{i_0+1} \left(\frac{y_i - (\nu f_\nu)|_{E=E_i}}{\sigma_i^2} \right) I_i (\nu f_\nu)|_{E=E_i}}{\sum_{i=i_0-1}^{i_0+1} \left(\frac{G_0 I_i^2 [(\nu f_\nu)|_{E=E_i}]^2}{\sigma_i^2} \right)} \right] \quad (\text{A.16})$$

gegeben, wobei i_0 das Energieintervall, für das $E_0 \in [E_i^-; E_i^+]$ gilt, bezeichnet, und E_i das geometrische Mittel des jeweiligen Energieintervalls i ist. Für I_i gilt

$$I_i = \int_{E_i^-}^{E_i^+} dE \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E - E_0}{\sigma_0} \right)^2 \right]. \quad (\text{A.17})$$

Anhang B

Programmcode

Das folgende Programm berechnet die Kurve $\chi_{\text{fit}}^{\text{cl}}(\mu)$ (Kapitel 5) bei gegebenem Konfidenzintervall $\Delta\chi_{\text{lsq}}^2$. Zur Anpassung wird die Methode der kleinsten Quadrate genutzt. Desweiteren werden die Werte $\chi_{\text{fit}}(\mu)$ und für definierte Massen die χ_{lsq}^2 -Funktion ausgegeben. Die betrachteten Daten werden aus ASCII-Dateien eingelesen und die Ergebnisse anschließend in Textdateien geschrieben.

Das Programm ist in der Programmiersprache C geschrieben. Unter Verwendung des Betriebssystems Linux kann das Programm zum Beispiel mit Hilfe des GNU-C-Compilers kompiliert werden:

```
gcc_hphoton.c_lml_lgsl_lgslcblas_o_hphoton
```

Der Code ist in diesem Beispiel in der Textdatei `hphoton.c` abgelegt. Das kompilierte Programm kann dann mit

`hphoton`

aufgerufen werden. Es folgt der vollständige Quelltext.

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <gsl/gsl_math.h>
#include <gsl/gsl_integration.h>

/* ***** */
/* Data Analysis Tool using the Method of Least Squares */
/* --averaged oscillation probability-- */
/* ***** */
/* written by H.-S. Zechlin, Version 02/02/2009 */
/* hannes-sebastian.zechlin@desy.de */

#define BIN 12000 /* \chi = CHI_START * #BIN, even number required */
#define D_CHI2 1.00 /* set \Delta \chi^2_{lsq} */
#define STEP 0.005 /* mg' = mg + step */
#define INTV_LOW -7.7 /* start calculation at this mass (logarithmic) */
#define INTV_HIGH -5.0 /* end calculation at this mass (logarithmic) */
#define CHI_START 1E-4 /* starting value for \chi in \chi^2_{lsq} calculation */
#define MG_CHI2 1*pow(10,-6) /* mass, where \chi^2/dof(\chi) is written out [eV] */
#define SEPR 0.03 /* separator for computation of the bin-size, has to be */
/* optimized for the used data set */

/* set constants */

const double SI_e = 1.6022E-19; /* electron charge in Coulomb */
const double A = 3.9094E13; /* puts considered equation in used units */
const double D = 1.930; /* distance to Crab Nebula in kpc */

/* polynomial coefficients for IC-Spectrum (Aharonian et al., ApJ 614:897-913, 2004) */
const double P[] = {-10.3531, -0.578559, -0.119778, 0.542375E-1,
-0.766819E-2, -0.660223E-2};

/* definition of structures */

struct data {double x; double y; double err;};
struct datap {double org; double x; double y; double err; double de;};
struct ndata {double x; double y;};
```

```

/* definition of functions */

int rcount(char *ar[]);
double rdata(char *ar[], int row, struct data *d);
int wdata(char *ar[], int c, struct ndata *nd);
int wdataary(char *ar[], int c, double *nd);
int apsearch(double x, struct ndata *nd);
int apsearch_x(double x, struct ndata *nd);
double intfunc2(double x, void *par);
double intfunc(double x, void *par);
double intfunc_n(double x, void *par);
double intsin(double (*func)(double x, void *par), gsl_integration_workspace* w, double a, double b, double* p, double *err);
double intsin_n(double (*func)(double x, void *par), gsl_integration_workspace* w, gsl_integration_qawo_table* t, double a, double b, double* p, double *err);

int main(int argc, char *argv[])
{
    extern double SI_e;
    extern double A;
    extern double D;
    extern double P[];

    if (argc == 1 || argc < 6) {
        printf("Usage: %s <number of datafiles> <datafile(s)> <output file for results> <output file for chi_m> <data of chi^2/(d.o.f.)>\n",*argv);
        exit(1);
    }

    int n = atoi(++argv);
    if (n == 0) {
        printf("Error! n !=> 0 \n");
        exit(2);
    }

    /* read datafiles, put data in structure "datap" */
    /* rescale data by scaling factors, compute binwidth (energy bin) */

    int i, m, o, counter = 0;
    int r, row, rows = 0, coor = 0;
    double b = 0, bold, s; /* s: scaling factor for energy */

    for (m = 1; m <= n; m++) {
        r = rcount(argv+m);
        rows = rows + r;
    }

    struct datap di[rows];

    printf("The following data was read: \n");

    for (o = 1; o <= n; o++) {
        row = rcount(argv+o);
        struct data dbare[row];
        s = rdata(argv+o, row, dbare);
        for (i=0; i < row; i++) {
            di[i + coor].org = dbare[i].x;
            di[i + coor].x = (1 - s) * dbare[i].x;
            di[i + coor].y = dbare[i].y;
            di[i + coor].err = dbare[i].err;
            if (i == row-1)
                ;
            else {
                bold = b;
                b = log10(dbare[i+1].x) - log10(dbare[i].x);
                if (counter == 0 && b > (log10(dbare[i].x/dbare[i-1].x) + SEPR)) {
                    b = bold;
                    counter++;
                }
                di[i + coor].de = b;
            }
            coor = coor + row;
            counter = 0;
        }

        int z;
        printf("\n");
        printf("Output for Monitoring:\n");
        for (z = 0; z < rows; z++)
            printf("%.3f %.3f %g %g\n", di[z].org, di[z].x, di[z].y, di[z].err, di[z].de);

        printf("\n");
        printf("ndf= %d\n",rows-1);
        printf("\n");
        printf("Program is running now:\n");

        /* compute chi-squared for every mg in [INTV_LOW,INTV_HIGH] */

        int j, k, l, count = -1;
        double a;
        double mg, chi, dN, y;

```

```

double t1 = 1, chi2 = 0, chi_m1 = 0, chi_m2 = 0;
double tab[rows-1];
struct ndata nd1[BIN+1], chi2r_chi[BIN+1], chi_cl[(int)((INTV_HIGH-INTV_LOW)/STEP+1)], chi_min[(int)((INTV_HIGH-INTV_LOW)/STEP+1)];
struct ndata td[rows-1];
int elem, coord;

double xm, xp, error = 0.0;
gsl_integration_workspace* w = gsl_integration_workspace_alloc (1E7);
gsl_integration_qawo_table* cheb = gsl_integration_qawo_table_alloc (2.0, 1, GSL_INTEG_SINE, 1E2);

for (a = INTV_LOW; a <= INTV_HIGH+STEP/2.0; a += STEP) {
    mg = 1 * pow(10,a);
    ++count;
    chi_cl[count].x = mg;
    for (l=0; l <= BIN; l++) {
        chi = (double)l * CHI_START;
        for (j = 0; j < rows; j++) {
            for (k = 0; k <= 5; k++)
                t1 = t1 * pow(10, P[k] * pow(log10(d1[j].x),k));
            dN = t1 / (SI_e * 1E19 * pow(d1[j].x,2));
            t1 = 1;

            if (l == 0) {
                xm = A * pow(mg,2) * D / (d1[j].x/pow(10,(d1[j].de/2)));
                xp = A * pow(mg,2) * D / (d1[j].x * pow(10,(d1[j].de/2)));
                tab[j] = pow(sin(xp),2) / xp - pow(sin(xm),2) / xm + intsint_n(&intfunc_n, w, cheb, xp, xm, 0, &error);
            }

            y = dN * (1 - pow(sin(2*chi),2)) * A * pow(mg,2) * D * tab[j] / (d1[j].x * (pow(10,d1[j].de)-1)/pow(10,(d1[j].de/2))) );

            /* uncomment when generating test data
            td[j].x = d1[j].x;
            td[j].y = y;
            */

            chi2 += pow((d1[j].y - y) / d1[j].err,2);

            if (l == 0) {
                chi_m1 += ( ((d1[j].y - dN) * dN * A * pow(mg,2) * D * tab[j] / (d1[j].x * (pow(10,d1[j].de)-1)/pow(10,(d1[j].de/2)))) / (pow(d1[j].err,2)) );
                chi_m2 += ( pow(dN,2) * pow( A * pow(mg,2) * D * tab[j] / (d1[j].x * (pow(10,d1[j].de)-1)/pow(10,(d1[j].de/2))),2) / pow(d1[j].err,2) );
            }
        }

        nd1[l].x = chi;
        nd1[l].y = chi2;

        /* values for chi^2/dof(chi) output */

        if (a >= log10(MG_CHI2) - STEP/2.0 && a <= log10(MG_CHI2) + STEP/2.0 ) {
            chi2r_chi[l].x = chi;
            chi2r_chi[l].y = chi2 / (rows - 1);
        }

        chi2 = 0;
    }

    chi_min[count].x = mg;
    chi_min[count].y = asin( sqrt( chi_m1 / (-chi_m2) ) ) / 2.0;

    /* search for confidence levels */

    if ( (chi_m1 / (-chi_m2)) < 0.0 )
        elem = 0;
    else
        elem = apsearch_x(chi_min[count].y, nd1);

    chi_m1 = chi_m2 = 0;

    if (elem == -1){
        printf("Error finding elem!");
        exit(3);
    }

    coord = apsearch((nd1[elem].y + D_CHI2), nd1);

    if (coord == -1)
        printf("Error: C.L. out of range; change value of BIN.\n");

    chi_cl[count].y = (double)coord * CHI_START;

    printf(".");
    fflush(stdout);
}
printf("\n");

/* write data in file */

int zz;
for (zz = 1; zz <= n; zz++)
    ++argv;

wdata(++argv, count, chi_cl);

```

```

printf("Wrote \"%s\"\n", *argv);

wdata(++argv, count, chi_min);
printf("Wrote \"%s\"\n", *argv);

wdata(++argv, BIN, chi2r_chi);
printf("Wrote \"%s\"\n", *argv);

//wdata(++argv, rows-1, td);      /* uncomment when generating test data */

return 0;
}

/* functions */

int rcount(char *ar[])
{
    FILE *fp;
    int c, r;

    fp = fopen(*ar, "r");
    if (fp == NULL)
        printf("Cannot open file. (rcount)\n");
    while (getc(fp) != '#')
        ;
    getc(fp);

    r = -1;
    while ((c = getc(fp)) != EOF)
        if (c == '\n')
            ++r;

    fclose(fp);
    return r;
}

double rdata(char *ar[], int row, struct data *d)
{
    FILE *fp;
    int c, i;
    double s, st[2];

    fp = fopen(*ar, "r");
    if (fp == NULL) {
        printf("Cannot open file. (rdata)\n");
        exit(3);
    }

    while ((c = getc(fp)) != '#')
        putchar(c);
    c = getc(fp);

    fscanf(fp, "%s %lf", st, &s);
    printf("Scalefactor=%f\n", s);

    for (i = 0; i < row; i++) {
        fscanf(fp, "%lf %lf %lf", &d[i].x, &d[i].y, &d[i].err);
        printf("%.3f %g %g\n", d[i].x, d[i].y, d[i].err);
    }

    fclose(fp);

    return s;
}

int wdata(char *ar[], int c, struct ndata *nd)
{
    FILE *fp2;
    int i;

    fp2 = fopen(*ar, "w");

    for (i = 0; i <= c; i++)
        fprintf(fp2, "%g %.10g\n", nd[i].x, nd[i].y);

    fclose(fp2);

    return 0;
}

int wdataary(char *ar[], int c, double *nd)
{
    FILE *fp2;
    int i;

    fp2 = fopen(*ar, "w");

    for (i = 0; i <= c; i++)
        fprintf(fp2, "%.10g\n", nd[i]);

    fclose(fp2);
}

```

```

    return 0;
}

int apsearch(double x, struct ndata *nd)
{
    int mid, low, high;

    low = 0;
    high = BIN;
    mid = BIN/2;

    while (low <= high && mid > 0 && mid < BIN){
        mid = (low + high) / 2;
        if (x < nd[mid].y)
            high = mid - 1;
        else if (x > nd[mid].y)
            low = mid + 1;
        else
            return mid;
    }

    if (mid == 0 || mid >= BIN)
        return -1;

    return mid;
}

int apsearch_x(double x, struct ndata *nd)
{
    int mid, low, high;

    low = 0;
    high = BIN;
    mid = BIN/2;

    while (low <= high && mid > 0 && mid < BIN){
        mid = (low + high) / 2;
        if (x < nd[mid].x)
            high = mid - 1;
        else if (x > nd[mid].x)
            low = mid + 1;
        else
            return mid;
    }

    if (mid >= BIN)
        return -1;

    return mid;
}

/* numerical integration using the GSL QAG or GSL QAWO algorithm */
/* ---in the upper code the GSL QAWO algorithm is implemented--- */

double intfunc2(double x, void *par) {
    return pow(sin(x),2)/(pow(x,2));
}

double intfunc(double x, void *par) {
    return sin(2*x)/x;
}

double intfunc_n(double x, void *par) {
    return 1/x;
}

double intsin(double (*func)(double x, void *par), gsl_integration_workspace* w, double a, double b, double* p, double *err) {
    double r = 0.0;
    gsl_function f;

    f.params = p;
    f.function = func;

    gsl_integration_qag (&f, a, b, 0.0, 1.0E-3, 1E7, 6, w, &r, err);

    return r;
}

double intsin_n(double (*func)(double x, void *par), gsl_integration_workspace* w, gsl_integration_qawo_table* t, double a, double b, double* p, double *err) {
    double L;

    L = b - a;

```

```
double r = 0.0;
gsl_function f;

f.params = p;
f.function = func;

gsl_integration_qawo_table_set_length (t, L);

gsl_integration_qawo (&f, a, 0.0, 1E-3, 1E7, w, t, &r, err);

return r;
}
```

Literaturverzeichnis

- AFANASEV, A., BAKER, O. K., BEARD, K. B., BIALLAS, G., BOYCE, J., MINARNI, M., RAMDON, R., SHINN, M., UND SLOCUM, P. 2008. New Experimental Limit on Photon Hidden-Sector Paraphoton Mixing. arXiv:0810.4189.
- AHARONIAN, F., *et al.* 2004. The Crab Nebula and Pulsar between 500 GeV and 80 TeV: Observations with the HEGRA Stereoscopic Air Cerenkov Telescopes. *The Astrophysical Journal*, **614**, 897–913. (HEGRA Kollaboration).
- AHARONIAN, F., *et al.* 2006. Observations of the Crab nebula with HESS. *Astronomy & Astrophysics*, **457**, 899–915. (H.E.S.S. Kollaboration).
- AHARONIAN, F., *et al.* 2007. H.E.S.S. ICRC 2007 contributions. ICRC 2007 in Merida, Mexico. (H.E.S.S. Kollaboration), arXiv:0710.4057.
- AHARONIAN, F. A. 2004. *Very High Energy Cosmic Gamma Radiation: A Crucial Window on the Extreme Universe*. 1. Auflage. World Scientific.
- AHARONIAN, F. A., UND BOGOVALOV, S. V. 2003. Exploring physics of rotation powered pulsars with sub-10 GeV imaging atmospheric Cherenkov telescopes. *New Astronomy*, **8**, 85–103.
- AHLERS, M., GIES, H., JAECKEL, J., REDONDO, J., UND RINGWALD, A. 2007. Light from the hidden sector: Experimental signatures of paraphotons. *Phys. Rev. D*, **76**, 115005 – 1–16.
- AHLERS, M., JAECKEL, J., REDONDO, J., UND RINGWALD, A. 2008. Probing hidden sector photons through the Higgs window. *Physical Review D*, **78**(7), 075005 – 1–10.
- ALBERT, J., *et al.* 2008. VHE γ -Ray Observation of the Crab Nebula and its Pulsar with the MAGIC Telescope. *The Astrophysical Journal*, **674**, 1037–1055. (MAGIC Kollaboration).
- ALIU, E., *et al.* 2008. Observation of Pulsed γ -Rays Above 25 GeV from the Crab Pulsar with MAGIC. *Science*, **322**, 1221–1224. (MAGIC Kollaboration).
- ALLEN, B. T., UND YODH, G. B. FÜR DIE MILAGRO KOLLABORATION. 2007. Measurement of the Crab Spectrum with Milagro. *Seite 321–323 in: Journal of Physics Conference Series 60*. Proceedings of the TeV Particle Astrophysics II Workshop.
- AMENOMORI, M., *et al.* 2009. Multi-TeV Gamma-Ray Observation from the Crab Nebula Using the Tibet-III Air Shower Array Finely Tuned by the Cosmic Ray Moon’s Shadow. *The Astrophysical Journal*, **692**, 61–72. (TIBET AS γ Kollaboration).

- AMSLER, C., *et al.* 2008. The Review of Particle Physics. *Physics Letters*, **B667**.
<http://pdg.lbl.gov>.
- ARONS, J. 2004. Theory of pulsar winds. *Advances in Space Research*, **33**, 466–474.
- ATKINS, R., *et al.* 2004. TeV Gamma-Ray Survey of the Northern Hemisphere Sky Using the Milagro Observatory. *The Astrophysical Journal*, **608**, 680–685. (MILAGRO Kollaboration).
- BARTLETT, D. F., UND LÖGL, S. 1988. Limits on an Electromagnetic Fifth Force. *Physical Review Letters*, **61**, 2285–2287.
- BEILICKE, MATTHIAS. 2005. *Entdeckung einer unidentifizierten, ausgedehnten TeV- γ -Quelle HESS J1303-631 und Bestätigung der Radiogalaxie M87 als TeV-Quelle mit den H.E.S.S.-Cherenkov-Teleskopen*. Dissertation, Universität Hamburg.
- BERGER, M. J., UND SELTZER, S. M. 1964. Tables of Energy Losses and Ranges of Electrons and Positrons. NASA SP-3012. *NASA Special Publication*, **3012**.
- BRONSTEIN, I. N., SEMENDJAJEW, K. A., MUSIOL, G., UND MÜHLIG, H. 1999. *Taschenbuch der Mathematik*. 4. Auflage. Verlag Harri Deutsch.
- BUCHMÜLLER, W., UND LÜDELING, C. 2006. Field Theory and Standard Model. hep-ph/0609174.
- BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. 2006. *The International System of Units (SI)*. 8. Auflage. Organisation Intergouvernementale de la Convention du Mètre. http://www.bipm.org/utis/common/pdf/si_brochure_8.pdf.
- CHENG, K. S., UND ROMERO, G. E. 2004. *Cosmic Gamma-Ray Sources*. 1. Auflage. Kluwer Academic Publishers.
- COPPI, P. S., UND BLANDFORD, R. D. 1990. Reaction rates and energy distributions for elementary processes in relativistic pair plasmas. *MNRAS*, **245**, 453–507.
- DAVIDSON, S., CAMPBELL, B., UND BAILEY, D. 1991. Limits on particles of small electric charge. *Physical Review D*, **43**, 2314–2321.
- DAVIDSON, S., HANNESTAD, S., UND RAFFELT, G. 2000. Updated bounds on milli-charged particles. *Journal of High Energy Physics*, **5**, 1–17.
- DUNKLEY, J., *et al.* 2009. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Likelihoods and Parameters from the WMAP Data. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **180**, 306–329.
- EHRET, K., FREDE, M., KNABBE, E.-A., KRACHT, D., LINDNER, A., MEYER, N., NOTZ, D., RINGWALD, A., UND WIEDEMANN, G. 2007. Production and Detection of Axion-Like Particles in a HERA Dipole Magnet - Letter-of-Intent for the ALPS experiment -. hep-ex/0702023, <http://alps.desy.de/>.
- FELDMAN, D., LIU, Z., UND NATH, P. 2007. Stueckelberg Z' extension with kinetic mixing and millicharged dark matter from the hidden sector. *Physical Review D*, **75**(11), 115001 – 1–12.

- GIUNTI, C., UND KIM, C. W. 1998. Coherence of neutrino oscillations in the wave packet approach. *Physical Review D*, **58**(1), 017301 – 1–4.
- GIUNTI, C., KIM, C. W., UND LEE, U. W. 1991. When do neutrinos really oscillate? Quantum mechanics of neutrino oscillations. *Physical Review D*, **44**, 3635–3640.
- GOLDHABER, A. S., UND NIETO, M. M. 1971. Terrestrial and Extraterrestrial Limits on The Photon Mass. *Reviews of Modern Physics*, **43**, 277–296.
- GOULD, R. J., UND SCHRÉDER, G. P. 1967. Pair Production in Photon-Photon Collisions. *Physical Review*, **155**, **5**, 1404–1407.
- GRIMUS, W., STOCKINGER, P., UND MOHANTY, S. 1999. Field-theoretical approach to coherence in neutrino oscillations. *Physical Review D*, **59**(1), 013011 – 1–10.
- GRUBE, J. FÜR DIE VERITAS KOLLABORATION. 2007. Observations of the Crab Nebula with the Whipple 10 m Telescope. 30th International Cosmic Ray Conference, Merida, Mexico, Juli 2007. arXiv:0709.4300.
- HEITLER, W. 1954. *The Quantum Theory of Radiation*. 3. Auflage. Oxford University Press.
- HESS, V.F. 1912. Über die Beobachtung der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 1084.
- HESTER, J., *et al.* 2002. <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2002/24/image/a/>.
- HESTER, J. J. 2008. The Crab Nebula: An Astrophysical Chimera. *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, **46**, 127–155.
- HOLDOM, B. 1986. Two U(1)'s and ϵ charge shifts. *Physics Letters B*, **166**, 196–198.
- HORNS, D. 2008. High-(Energy)-Lights – The Very High Energy Gamma-Ray Sky. *Seite 167 – 197 in: RÖSER, S. (Ed), Reviews in Modern Astronomy – Cosmic Matter*, vol. 20. WILEY-VCH. arXiv:0808.3744.
- HORNS, D. FÜR DIE HEGRA KOLLABORATION. 2003. Studies of the Crab Nebula Based upon 400 Hours of Observations with the HEGRA System of Cherenkov Telescopes. *Seite 2373–2376 in: International Cosmic Ray Conference, vol. 4.* 28th International Cosmic Ray Conference. 31. Juli-7. August 2003. Tsukuba, Japan.
- JACKSON, JOHN DAVID. 2006. *Klassische Elektrodynamik*. 4. Auflage. de Gruyter.
- JAECKEL, J. 2008a. The Physics Case for Axions, WIMPs, WISPs and Other Weird Stuff. 4th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs, DESY, Hamburg, 18-21 Juni 2008. arXiv:0809.3112.
- JAECKEL, J. 2008b. WISP hunting - some new experimental ideas. 4th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs, DESY, Hamburg, 18-21 Juni 2008. arXiv:0807.5097.
- JAECKEL, J., UND REDONDO, J. 2008. Searching hidden-sector photons inside a superconducting box. *Europhysics Letters*, **84**, 31002 – 1–5.
- JAECKEL, J., UND RINGWALD, A. 2008. A cavity experiment to search for hidden sector photons. *Physics Letters B*, **659**, 509–514.

- JAECKEL, J., REDONDO, J., UND RINGWALD, A. 2008. Signatures of a Hidden Cosmic Microwave Background. *Physical Review Letters*, **101**(13), 131801 – 1–4.
- KENNEL, C. F., UND CORONITI, F. V. 1984a. Confinement of the Crab pulsar’s wind by its supernova remnant. *The Astrophysical Journal*, **283**, 694–709.
- KENNEL, C. F., UND CORONITI, F. V. 1984b. Magnetohydrodynamic model of Crab nebula radiation. *The Astrophysical Journal*, **283**, 710–730.
- KERNIGHAN, BRIAN W., UND RITCHIE, DENNIS M. 1990. *Programmieren in C*. 2. Auflage. Carl Hanser Verlag.
- KIM, C.-W., UND PEVSNER, A. 1993. *Neutrinos in Physics and Astrophysics*. 1. Auflage. Harwood Academic Publishers.
- KOMITEE FÜR ASTROTEILCHENPHYSIK (KAT). 2006. *Kosmische Spurensuche – Astroteilchenphysik in Deutschland*. <http://www.astroteilchenphysik.de>.
- LOHRMANN, ERICH. 2005. *Hochenergiephysik*. 5. Auflage. Teubner Studienbücher Physik.
- LORENZ, E. 2007. Gamma-ray astronomy with ground-based array detectors: status and perspectives. *Journal of Physics Conference Series*, **60**, 1–7.
- MIRIZZI, A., REDONDO, J., UND SIGL, G. 2009. Microwave Background Constraints on Mixing of Photons with Hidden Photons. arXiv:0901.0014.
- MOSKALENKO, I. V., PORTER, T. A., UND STRONG, A. W. 2006. Attenuation of Very High Energy Gamma Rays by the Milky Way Interstellar Radiation Field. *The Astrophysical Journal*, **640**, L155–L158.
- NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION, NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION, UND UNITED STATES AIR FORCE. 1976. *U.S. Standard Atmosphere, 1976*. 1. Auflage. Das Buch ist unter http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19770009539_19770009539.pdf zu finden. Ein Programm zur Berechnung aller wichtigen Parameter der Atmosphäre findet man unter <http://www.luizmonteiro.com/>.
- NUSSINOV, S. 1976. Solar neutrinos and neutrino mixing. *Physics Letters B*, **63**, 201–203.
- OKUN, L. B. 1982. Limits on electrodynamic: paraphotons? *Sov. Phys. JETP*, **56**, 502–505.
- PESKIN, MICHAEL E., UND SCHROEDER, DANIEL V. 1995. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press.
- POPOV, V. 1999. On the experimental search for photon mixing. *Turkish Journal of Physics*, **23**, 943–950.
- PRESS, WILLIAM H., FLANNERY, BRIAN P., TEUKOLSKY, SAUL A., UND VETTERLING, WILLIAM T. 1988. *Numerical Recipes*. 6. Auflage. Cambridge University Press.
- RAFFELT, G. G., UND DEARBORN, D. S. P. 1987. Bounds on hadronic axions from stellar evolution. *Physical Review D*, **36**, 2211–2225.

- REDONDO, J. 2007. *Can the PVLAS particle be compatible with the astrophysical bounds?* Dissertation, Universitat Autònoma de Barcelona.
- REDONDO, J. 2008a. Helioscope bounds on hidden sector photons. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **7**, 1–23.
- REDONDO, J. 2008b. The low energy frontier: probes with photons. 43th rencontres de Moriond, 1-8 März 2008, La Thuile, Italien. arXiv:0805.3112.
- REDONDO, J., UND POSTMA, M. 2009. Massive hidden photons as lukewarm dark matter. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, **2**, 1–25.
- REES, M. J., UND GUNN, J. E. 1974. The origin of the magnetic field and relativistic particles in the Crab Nebula. *MNRAS*, **167**, 1–12.
- ROBILLIARD, C., BATTISTI, R., FOUCHÉ, M., MAUCHAIN, J., SAUTIVET, A.-M., AMIRANOFF, F., UND RIZZO, C. 2007. No “Light Shining through a Wall”: Results from a Photoregeneration Experiment. *Physical Review Letters*, **99**(19), 190403 – 1–4.
- RYBICKI, GEORGE B., UND LIGHTMAN, ALAN P. 2004. *Radiative Processes in Astrophysics*. 2. Auflage. WILEY-VCH.
- SCHMÜSER, PETER. 1995. *Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker*. 2. Auflage. Springer.
- STEFFEN, F. D. 2009. Dark-matter candidates. *European Physical Journal C*, 557–582.
- TRIMBLE, V. 1973. The Distance to the Crab Nebula and NP 0532. *Pub. Astron. Soc. Pacific*, **85**, 579–585.
- WEEKES, T. C. 2008. TeV Gamma-ray Astronomy: The Story So Far. *Seite 3–17 in: American Institute of Physics Conference Series, vol. 1085*. 4th International Meeting on High Energy Gamma-Ray Astronomy, Heidelberg, 7-11 Juli, 2008.
- WEEKES, T. C., CAWLEY, M. F., FEGAN, D. J., GIBBS, K. G., HILLAS, A. M., KOWK, P. W., LAMB, R. C., LEWIS, D. A., MACOMB, D., PORTER, N. A., REYNOLDS, P. T., UND VACANTI, G. 1989. Observation of TeV gamma rays from the Crab nebula using the atmospheric Cerenkov imaging technique. *The Astrophysical Journal*, **342**, 379–395.
- WEISSKOPF, M. C., HESTER, J. J., TENNANT, A. F., ELSNER, R. F., SCHULZ, N. S., MARSHALL, H. L., KAROVSKA, M., NICHOLS, J. S., SWARTZ, D. A., KOŁODZIEJCZAK, J. J., UND O’DELL, S. L. 2000. Discovery of Spatial and Spectral Structure in the X-Ray Emission from the Crab Nebula. *The Astrophysical Journal*, **536**, L81–L84.
- ZECHLIN, H.-S., HORNS, D., UND REDONDO, J. 2008. New Constraints on Hidden Photons using Very High Energy Gamma-Rays from the Crab Nebula. *Seite 727–730 in: American Institute of Physics Conference Series, vol. 1085*. 4th International Meeting on High Energy Gamma-Ray Astronomy, Heidelberg, 7-11 Juli, 2008. arXiv:0810.5501.
- ZIOUTAS, K., *et al.* 2005. First Results from the CERN Axion Solar Telescope. *Physical Review Letters*, **94**(12), 121301 – 1–5. (CAST Kollaboration).

ZIOUTAS, K., *et al.* 2007. Results of the CERN Axion Solar Telescope (CAST). *Journal of Physics Conference Series*, vol. 65. IOP Publishing, for 3rd Symposium on Large TPCs for Low Energy Rare Event Detection. (CAST Kollaboration).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich die Möglichkeit nutzen, mich bei allen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, zu bedanken.

Ein ganz besonderer Dank gilt Prof. Dr. Dieter Horns für die Vergabe dieses spannenden und exotischen Themas, dessen Bearbeitung sehr lehrreich war und mir immer viel Freude bereitet hat. Weiterhin möchte ich mich für die tolle Betreuung und die immer freundliche Arbeitsatmosphäre bedanken. Die mir ermöglichte Teilnahme an Konferenzen und Kollaborationstreffen im In- und Ausland war für mich immer ein ganz besonderes Erlebnis, an das ich mich gerne erinnere.

Zudem möchte ich allen Kollegen und Mitstreitern in der Hamburger Astroteilchenphysik Gruppe von Prof. Horns für die nette Aufnahme, die Unterstützung, die immer lehrreichen Diskussionen und die nette Arbeitsatmosphäre danken. Ich bedanke mich dafür bei Attila Abramowski, Sönke Cramme, Milton Virgilio Fernandes, Hans Christian Gils, Daniel Hampf, Prof. Dr. Götz Heinzemann, Max Anton Kastendieck, Dr. Tanja Kneiske, Björn Opitz, Dr. Martin Raue, Dr. Joachim Ripken und Dr. Martin Tluczykont. Ein besonderer Dank und ein schöner Gruß nach Schweden geht an Dr. Joachim Ripken für die vielen abendlichen Diskussionen über grundlegende physikalische Zusammenhänge und für die Beantwortung vieler "blöder" Fragen. Zudem möchte ich mich besonders bei Attila Abramowski bedanken, der mich von Anfang an in dieser Gruppe begleitete.

Verantwortlich für das Gelingen meines Studiums und dieser Arbeit sind natürlich auch meine Familie, Freundin und Freunde, die immer für mich da waren und bei denen ich immer Unterstützung fand.

Erklärung

Hiermit versichere ich, Hannes-Sebastian Zechlin, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine weiteren Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen verwendet habe. Mit einer universitätsinternen Veröffentlichung bin ich einverstanden.

Hamburg, den

Hannes-Sebastian Zechlin